



Thèse

Présentée à

L'Université d'Evry Val d'Essonne

Par

Ahmed Chaïbet

Pour obtenir le diplôme de

Docteur de L'Université d'Evry Val d'Essonne

Spécialité : **Automatique**

Contrôle Latéral et Longitudinal pour le Suivi de Véhicule

Soutenance 29 Juin 2006

Devant le jury Composé de :

M. Basset	Professeur, Université de Haute Alsace	Examineur
T. Hamel	Professeur, Université de Nice	Examineur
X. Moreau	Professeur, Université de Bordeaux I	Rapporteur
N. K. M'sirdi	Professeur, Université de Marseille III	Rapporteur
L. Nouvelière	Maître de conférences, Université d'Évry	Encadrant
S. Mammar	Professeur, Université d'Évry	Directeur de thèse

Table des matières

0.1	Organisation du manuscrit	7
1	État de l'Art	11
1.1	Introduction	11
1.2	L'automatique et l'automobile	12
1.3	Les recherches dans le monde	13
1.4	L'assistance à la conduite	14
1.4.1	Les modes de partage en sécurité préventive	14
1.4.2	Les indicateurs du risque	14
1.4.3	Assistance pour le mode latéral : vers un ESP perceptif	16
1.4.4	Assistance au contrôle longitudinal	20
1.5	La conduite automatisée	23
1.5.1	Le contrôle latéral	25
1.5.2	Le contrôle longitudinal	26
1.5.3	Le contrôle intégré et en file	27
1.6	Conclusion	29
2	Modèle du véhicule	31
2.1	Introduction	31
2.2	Définition des repères et des angles	31
2.3	Dynamique du véhicule	32
2.3.1	Mouvements de translation	33
2.3.2	Mouvements de rotation	34
2.4	Le pneumatique	36
2.4.1	Adhérence	36
2.4.2	Comportement longitudinal	36
2.4.3	Comportement transversal	36
2.5	Modèle du pneumatique	38
2.5.1	Les modèles dynamiques	38
2.5.2	Les modèles empiriques statiques	38
2.5.3	Comportement découplé	39
2.5.4	Comportement couplé	40
2.5.5	Expression des efforts latéraux et longitudinaux	41
2.6	Modèle de la chaîne cinématique et de transmission	42
2.6.1	Modélisation de la chaîne cinématique	42
2.6.2	Modélisation de la transmission	43
2.6.3	Modélisation du moteur	43
2.6.4	Expression des forces longitudinales et latérales	44
2.7	Simplification du modèle	44

2.7.1	Hypothèses simplificatrices	44
2.8	Expression des efforts extérieurs	44
2.8.1	Expression de la dynamique de rotation des roues	45
2.8.2	Expression de la dynamique de translation latérale	46
2.9	Expression des moments extérieurs	46
2.10	Expression finale du modèle du véhicule	46
2.11	Analyse du couplage	46
2.12	Conclusion	47
3	Le positionnement du véhicule	55
3.1	Généralités sur les techniques de localisation des véhicules	55
3.2	Moyens de perception pour le positionnement relatif	57
3.3	Positionnement en mode autonome	58
3.3.1	Calcul de la variation de l'écart latéral	59
3.3.2	Variations de l'erreur sur l'angle de cap	61
3.4	Positionnement dans le cas du suivi de véhicule	62
3.4.1	Positionnement relatif et absolu des véhicules	62
3.5	Dynamique des erreurs de positionnement	65
3.6	Conclusion	65
4	Estimation d'état pour le suivi de véhicule	67
4.1	Introduction	67
4.2	Observateurs par modes glissants [BAR 97]	69
4.2.1	Introduction	69
4.2.2	Classe des systèmes non linéaires du second ordre	69
4.2.3	Commande en temps minimal d'un double intégrateur	70
4.2.4	Robustesse de la loi de commande ($G_1 = G_2 = 1$)	72
4.2.5	Cas général	75
4.2.6	Exemple d'application	79
4.2.7	Conclusion	79
4.3	Reconstruction des États du Véhicule	80
4.3.1	Introduction	80
4.3.2	Estimation de la variation du cap relatif	80
4.3.3	Estimation de la vitesse du lacet du véhicule leader	82
4.4	Estimation de l'accélération de lacet du véhicule leader	82
4.4.1	Estimation de la variation de l'écart longitudinal	83
4.4.2	Estimation de la variation de l'écart latéral	84
4.4.3	Estimation de l'accélération latérale du véhicule leader	85
4.4.4	Estimation de l'accélération longitudinale du véhicule leader	85
4.5	Évaluation en simulation	86
4.5.1	Manoeuvre de changement de voie	86
4.5.2	Changement de voie avec variation de la dynamique longitudinale	89
4.5.3	Trajectoire circulaire	89
4.5.4	Robustesse	91
4.6	Tests sur données réelles	91
4.7	Conclusion	91

5	Synthèse de lois de contrôle pour le suivi de véhicule	97
5.1	Introduction	97
5.2	Synthèse d'une commande par modes glissants	98
5.2.1	Méthodes explicites de synthèse	98
5.2.2	Choix de la surface de glissement dans le cas du suivi de trajectoire	99
5.3	Robustesse de la loi de commande	101
5.3.1	Condition de glissement en présence de perturbations bornées	102
5.3.2	Le phénomène de réticence	102
5.4	Les modes glissants d'ordre supérieur	103
5.4.1	Introduction	103
5.4.2	Réduction de la réticence	103
5.4.3	Algorithmes de modes glissants d'ordre deux	104
5.5	La technique du Backstepping (retro iteration)	105
5.5.1	Introduction	105
5.5.2	Historique et domaines d'application de la retro iteration	106
5.5.3	La forme canonique (Backstepping pour un seul intégrateur)	107
5.5.4	Extension à une chaîne d'intégrateurs	108
5.6	Suivi latéral d'un véhicule par modes glissants	110
5.6.1	Synthèse de la commande	110
5.6.2	Résultats de simulation	111
5.6.3	Amélioration par modes glissants d'ordre deux	113
5.6.4	Robustesse de la loi de commande	115
5.6.5	Variation de la vitesse longitudinale	115
5.7	Suivi couplé latéral et longitudinal d'un véhicule	115
5.7.1	La distance inter-véhiculaire	115
5.7.2	Procédure de synthèse	117
5.7.3	Résultats de simulation	118
5.7.4	Amélioration par modes glissants d'ordre 2	118
5.7.5	Manoeuvre de stop and go	121
5.8	Suivi de véhicule par backstepping	124
5.8.1	Commande de l'inter-distance	124
5.8.2	Commande du déplacement latéral	127
5.8.3	Résultats de simulation	128
5.9	Analyse de la commande avec les observateurs	130
5.9.1	Manoeuvre de rabatement	132
5.9.2	Manoeuvre de changement de voie	132
5.9.3	Changement de voie avec variation du mouvement longitudinal	132
5.9.4	Suivi de véhicule sur une trajectoire combinée	135
5.9.5	Application des modes glissants d'ordre 2	135
5.9.6	Le second changement de voie	138
5.10	Conclusion	138
6	Conclusion et Perspectives	145

A	Notions sur les pneumatiques	147
A.1	Introduction	147
A.2	Caractéristiques	147
A.3	L'expression des Efforts [PAC 02]	147
A.3.1	Comportement découplé	147
A.3.2	Comportement couplé	149
B	Rappels sur la théorie de la commande par Lyapunov et par modes glissants	151
B.1	Théorie de Lyapunov	151
B.2	Commande par la méthode de Lyapunov	152
B.3	Éléments théoriques des modes glissants	153
B.3.1	Existence du mode glissement	154
B.3.2	Conditions d'existence du mode glissant	155
B.3.3	Adoucissement de la commutation	157
	Bibliographie	159

Remerciements

Je voudrais exprimer ma gratitude et mes sincères remerciements à :
Messieurs Nacer Kadour M'sirdi et Xavier Moreaux, respectivement Professeur à l'Université Marseille 3 et Professeur à l'Université de Bordeaux 1 qui m'ont fait l'honneur d'être les rapporteurs de ce mémoire.

C'est aussi un grand plaisir pour moi d'avoir parmi les membres du jury Messieurs Michel Basset, Professeur à l'Université de Haute Alsace, et Tarek Hamel Professeur à l'Université de Nice.

Monsieur Saïd Mammar, Professeur à l'Université d'Evry-Val d'Essonne, pour la confiance qu'il m'a accordée en m'accueillant dans son équipe ainsi que pour les conseils qu'il m'a apportés. Je tiens aussi à le remercier encore une fois de m'avoir transmis le goût de la recherche et d'avoir dirigé ce travail et d'avoir corrigé ce manuscrit dans les meilleurs délais.

Je tiens aussi à remercier Mademoiselle Lydie Nouvelière, Maître de conférences à l'Université d'Evry, d'avoir encadré ce travail, je lui suis également reconnaissant pour les conseils et les encouragements qu'elle m'a dispensés.

Un remerciement spécial à DIDA qui m'a toujours soutenue dans les moments difficiles.
Je remercie également toutes les personnes que j'ai côtoyées : Djamel, Narjes, Djaber, Salim, Khiair, Alexis, Kamel, ainsi que tous les chercheurs, enseignants, techniciens et administratifs, pour leur sympathie, leur grande disponibilité et leurs indispensables coups de main.

Avant-propos

A l'heure actuelle, l'automobile constitue le moyen de transport le plus convoité, il offre plusieurs avantages : facilité de déplacements, le confort, disponibilité, temps de parcours, etc. Ce constat est justifié par le nombre de véhicules circulant quotidiennement et impliquant un trafic de plus en plus croissant. Néanmoins, ce phénomène conduit à des problèmes de congestion, des accidents et par conséquent un grand nombre de victimes. Afin de contrôler les aspects négatifs de l'utilisation de l'automobile plusieurs solutions pourraient être envisagées. A première vue, la construction de nouvelles routes pourrait résoudre le problème de congestion mais cette solution n'est plus envisageable en environnement péri-urbain. Une solution envisageable qui permettrait à la fois des gains en sécurité, en capacité et en confort serait : *l'automatisation de la conduite* à relativement basse vitesse. Cette thèse s'inscrit dans ce cadre et y contribue au niveau de l'estimation d'état et de la commande automatique d'un véhicule en mode de suivi. Pour cela, nous avons traité plusieurs points :

- La modélisation de la dynamique couplée longitudinale et latérale d'un véhicule.
- La cinématique et la dynamique du positionnement relatif d'un véhicule.
- Le développement d'estimateurs à structure variable pour l'estimation des états du véhicule de tête et du véhicule suiveur.
- Des lois de commande non linéaires pour le suivi de véhicule sous des contraintes de confort des passagers.

0.1 Organisation du manuscrit

Ce présent manuscrit se décompose en cinq chapitres principaux :

Chapitre 1 : Ce premier chapitre donne un aperçu des recherches et développement sur l'automatique et l'automobile, et plus particulièrement dans le cadre de la sécurité préventive et d'automatisation des véhicules. Nous nous intéresserons plus particulièrement aux systèmes pour le contrôle latéral et longitudinal dans le cadre d'une assistance à la conduite de véhicule et l'automatisation dans le cas de la conduite autonome et en file.

Chapitre 2 : Dans ce chapitre, nous allons décrire le comportement du véhicule sur la route. Pour cela, nous appliquons les principes fondamentaux de la dynamique. Par la suite, nous donnons quelques éléments de détail sur les interactions pneumatiques chaussée. Nous mettrons plus particulièrement l'accent sur les aspects de couplage des deux dynamiques longitudinale et latérale. Finalement, un modèle simplifié de véhicule sera enfin présenté et servira à la synthèse des lois de commande.

Chapitre 3 : Ce chapitre fait l'objet du positionnement du véhicule sur la route en mode autonome et par rapport à un véhicule de tête en mode suivi. Nous établissons les équations cinématiques et dynamiques des trois grandeurs importantes : l'interdistance, l'écart latéral et le cap relatif.

Chapitre 4 : Ce chapitre a pour objectif de développer les outils nécessaires à l'estimation des grandeurs non accessibles à la mesure. Nous optons pour un observateur non linéaire, basé sur la théorie de la structure variable. Dans une deuxième partie, nous appliquons ces observateurs à la reconstruction des états du véhicule de tête et du véhicule suiveur. Des tests sont alors réalisés en simulation et sur données réelles. Ils valideront le choix de ce type d'estimateur.

Chapitre 5 : Dans ce chapitre, nous présentons les bases théoriques et concepts des lois de commande par modes glissants et par la technique du *backstepping*. Nous exposerons dans la première partie les concepts théoriques des modes glissants standards (d'ordre un), puis des modes glissants d'ordre 2 en vue de l'élimination du phénomène de reticence. Nous choisirons l'algorithme du *Twisting* pour la réalisation de la commande.

La deuxième partie sera consacrée à la technique de commande par *backstepping*. Cette technique utilise une procédure en plusieurs étapes pour la synthèse de la commande, on y introduit pour cela la notion d'entrée virtuelle.

La troisième partie de ce chapitre sera consacrée à l'application de ces techniques de commande pour la synthèse de lois de suivi de véhicule en latéral et en longitudinal. Ces lois de suivi seront testées sur plusieurs manoeuvres et pour différentes variations paramétriques. Dans ces tests en simulation, nous supposons, dans un premier temps, que tous les états composant ces lois de commande sont mesurables, par la suite, nous les remplacerons par leurs estimées synthétisées dans le chapitre 4.

Enfin, deux annexes sont respectivement consacrées au modèle de pneumatique et à quelques résultats sur la théorie de Lyapunov et des modes glissants.

Nomenclature

On donne sur le tableau ci dessous les différents paramètres du véhicule

T_c	Couple composite moteur ou freinage
T_{rr}	Couple de résistance au roulement
δ_f	Angle de braquage des roues avant
c_f/c_r	Coefficient de raideur du pneu avant/arrière
F_{yf}/F_{yr}	Forces latérales appliquées sur les pneumatiques avant/arrière
l_f/l_r	Distance du centre de gravité à l'essieu avant/arrière
α_f/α_r	Angle de dérive de pneumatique avant/arrière
I_z	Moment d'inertie suivant l'axe vertical
I_{eff}	Inertie effective
m	Masse totale du véhicule
C_x/C_y	Coefficient de pénétration dans l'air longitudinal/latéral

Valeurs numériques

$$T_{rr} = 300N.m,$$

$$c_f = 57.5KN/rad, \quad c_r = 57.5KN/rad,$$

$$C_x = 0.35N.s^2m^{-2}, \quad C_y = 0.45N.s^2m^{-2}$$

$$l_f = 1m, \quad l_r = 1.5m$$

$$m = 1500kg, \quad I_z = 2500kg.m^2$$

$$I_{eff} = 0.3 \times m,$$

Chapitre 1

État de l'Art

Ce chapitre a pour but de donner un aperçu des recherches et développement autour de l'automatique pour l'automobile. Après un état des lieux des programmes de recherche au niveau mondial et des fonctions répandues sur les véhicules, le propos se concentre sur les recherches au niveau national. Deux volets sont particulièrement développés. Un premier volet sera consacré à la revue des méthodes de commande robuste appliquées au développement d'assistance au contrôle latéral et longitudinal des véhicules. Différents modes de partage des actions permettent une bonne gestion des interactions avec le conducteur. Le deuxième volet portera sur l'automatisation complète de la conduite en mode autonome ou en peloton.

1.1 Introduction

L'automatique est omniprésente dans les véhicules d'aujourd'hui même si ce terme n'apparaît pas toujours de manière explicite et que l'on parle plus souvent de fonctions électroniques. Ces fonctions ont investi aussi bien les systèmes qui assurent le bon fonctionnement du véhicule et son intégrité que les systèmes de confort et sont en passe 30% de la valeur d'une voiture.

A ce titre, les systèmes de contrôle du châssis ont fait une avancée significative ces vingt dernières années. Il assurent de manière efficace la tenue de route, la stabilité, la manoeuvrabilité et le freinage du véhicule. Les systèmes ABS¹ sont maintenant obligatoires pour tout nouveau véhicule en Europe, les systèmes ESP² se démocratisent et un pourcentage grandissant de véhicules en est équipé. D'autres systèmes encore trop onéreux tels que les barres d'anti-roulis pilotées, la direction active ou les suspensions pilotées ont démontré leur efficacité, mais sont réservés aux véhicules des gammes supérieures.

Enrichis de moyens de perception de l'environnement, de localisation ou de communication, l'utilisation des organes de contrôle actuels peut être élargie à des applications d'assistance active au conducteur non seulement en situation limite, mais aussi en prévention d'un danger grâce à une perception anticipée de celui-ci. La fiabilité des moyens de perception et de commande ainsi que l'introduction de la coopération entre l'infrastructure et les véhicules, permettrait de voir évoluer l'aide apportée au conducteur vers l'automatisation de certaines tâches de conduite, voir même de l'intégralité du processus de conduite. On s'oriente donc vers la définition d'une entité en charge de la conduite qui reçoit les informations à la fois des capteurs véhicule, du conducteur et de l'infrastructure et qui aurait pour but de réaliser l'évolution en sécurité du véhicule.

L'essentiel des résultats présentés dans ce chapitre ont été obtenus par plusieurs équipes de

¹de l'allemand Anti Blokir System. Système d'anti-blocage des roues pendant le freinage

²Electronic Stability Program. Système de correction de trajectoire par action sur le système de freinage et l'injection d'essence du moteur

recherche dans le cadre des projets PREDIT Programme pour la Recherche, le Développement et l'Innovation dans les Transports Terrestres et CNRS. Pour la partie assistance à la conduite on retrouve : le LIVIC, le LSC, le LASMEA, SUPELEC, le LAG, l'UTC et l'INRIA. Pour la partie conduite automatisée, le LASMEA, l'IRISA, et l'INRIA-Sophia-Antipolis.

1.2 L'automatique et l'automobile

Les systèmes électroniques ont révolutionné les véhicules d'aujourd'hui. L'équipement de sécurité et de confort est devenu un argument de vente fort pour l'ensemble des gammes. Ainsi des véhicules vendus à moins de 10K€ sont équipés d'ABS avec répartiteur électronique de freinage, de l'aide au freinage d'urgence avec allumage automatique des feux de détresse, d'ordinateur de bord et de climatisation automatique. Ces systèmes mis en avant par les constructeurs ne doivent pas non plus faire oublier toute l'automatique enfouie qui a en charge la gestion de la combustion, du moteur, de l'échappement et de la transmission. Les systèmes de régulation de vitesse ou d'aide à la stabilité latérale (ESP, ASR³,...) se démocratisent rapidement alors que d'autres systèmes restent l'apanage de modèles hauts de gammes ou d'une catégorie restreinte de véhicules. A ce titre, nous pouvons citer :

- La répartition des forces motrices (4WD Four Wheel Drive)
- Le contrôle des efforts verticaux, par le pilotage des suspensions ou des barres d'anti-roulis (ABC⁴)
- Le contrôle actif du braquage des roues avant (AFS⁵) ou les quatre roues directrices (4WS⁶)

Un véhicule haut de gamme dispose aujourd'hui d'une quarantaine de capteurs, une centaine de moteurs électriques, et une soixantaine d'unités de contrôle. Le coût total de ces systèmes mécatroniques représente 25% du prix total d'un véhicule.

L'ensemble de ces dispositifs est tiré par la généralisation des technologies *X-by-wire* qui consistent à remplacer les commandes électromécaniques par des commandes purement électriques.

Le développement de la localisation et de la cartographie numérique permet de disposer de systèmes de contrôle de navigation intelligents. Ils associent à la navigation classique des dispositifs qui alertent le conducteur ou limitent automatiquement la vitesse selon la signalisation embarquée.

A l'opposé, des systèmes actifs associant perception de l'environnement peinent à sortir à cause du manque de fiabilité, de performance et de disponibilité des capteurs. A titre d'exemple, (voir figure 1.1) le régulateur de vitesse (ACC⁷) et d'inter-distance est annoncé depuis plus d'une décennie, certains modèles de véhicules peuvent en être équipés, mais le domaine d'exploitation en terme de vitesse et décélération en réduit l'usage à un système de confort en environnement autoroutier.

Dans le même esprit, des systèmes de maintien de voie à base de capteur vidéo sont actuellement sur le marché au Japon.

L'enjeu de la recherche est donc le développement de fonction d'assistance active ayant une réelle incidence sur l'amélioration de la sécurité. On voit alors que la fiabilité des systèmes de perception et de commande en est un élément essentiel. A ce prix, il sera même possible d'envisager

³Anti Skid Regulation

⁴Active Body Control

⁵Active Front Steering

⁶Four Wheel Steering

⁷Adaptif Cruise Control

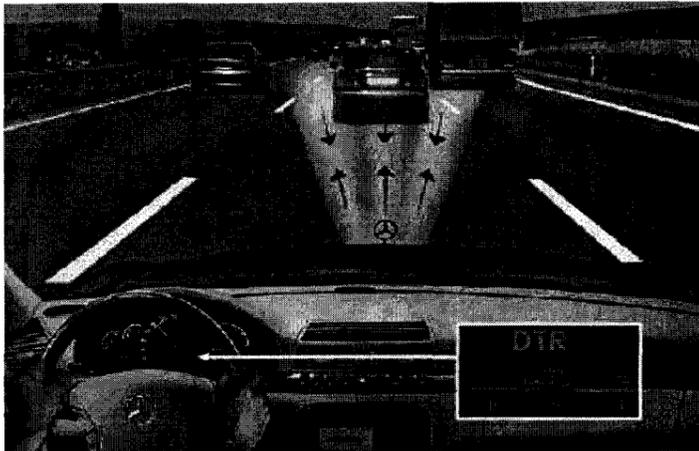


FIG. 1.1 – Régulateur de vitesse adaptative de Mercedes-Benz

l'automatisation de tâches de la conduite.

1.3 Les recherches dans le monde

Durant les années 90, la recherche aux États-Unis était centrée sur l'automatisation de la conduite avec un objectif annoncé d'amélioration des performances des réseaux. Ceci s'est traduit en l'occurrence par l'émergence de la conduite automatisée en file de véhicules communicants. Les laboratoires des universités de Californie (Berkeley, Stanford, Santa Barbara) et Carnegie Mellon sont les plus actifs dans ce domaine. Depuis, les projets de route automatisée ont été mis en veille, les recherches se sont recentrées sur la sécurité avec le projet IVI⁸ et des applications plus ciblées comme le guidage des chasse-neige [BIS 03]. Les situations critiques abordées sont

- La prévention des accidents consécutifs aux changements de voie.
- La prévention des collisions aux intersections.
- La prévention des sorties de route.
- La détection de la baisse de vigilance.

Les recherches sur les transports intelligents au Japon font l'objet d'une coordination forte entre cinq ministères (construction, industrie, transport, intérieur et télécommunications) et d'associations de constructeurs (JARI)⁹ et de partenaires du secteur privé (AHSRA)¹⁰. Le projet ASV¹¹ s'emploie à la sécurisation de 7 situations de conduites jugées les plus accidentogènes. Par ailleurs des services reposant sur d'importants équipements de l'infrastructure sont développés, le but ultime étant l'automatisation de la conduite [Jap01].

Bien que bénéficiant d'une réelle avance à la fin des années quatre vingt, l'Europe a accusé un certain retard après l'arrêt du projet PROMETHEUS. Le Sixième PCRD¹² fait maintenant la part belle aux systèmes d'aide à la conduite avec plus particulièrement le projet intégré PRéVENT qui réunit 56 partenaires sur les aspects de sécurité préventive, sous l'égide d'ERTICO [BAS 04].

⁸Intelligent Vehicle Initiative

⁹Japan Automobile Research Institute

¹⁰Advanced Cruise-Assist Highway System Research Association

¹¹Advanced Security Vehicles

¹²Programme Cadre de Recherche et de Développement

Au niveau national, le PREDIT joue le rôle de source d'incitation et de regroupement des financements pour la recherche sur les transports et la sécurité avec l'implication de trois ministères : transports, recherche et industrie. L'action fédératrice ARCOS2004, en est un bel exemple de coordination de la recherche. Cinquante huit partenaires ont pris part au projet avec pour objectif de faire progresser 4 fonctions de sécurité : la gestion des inter-distances, l'évitement des sorties de route, l'anti-collision et l'alerte en amont d'un accident.

1.4 L'assistance à la conduite

L'objet de cette partie est de couvrir les possibilités offertes en terme d'assistances actives aux conducteurs en utilisant des moyens de perception, de localisation ou de communication entre les véhicules ou avec l'infrastructure. A titre d'exemple, une caméra frontale détectant les lignes blanches permet de développer une fonction d'assistance au maintien de voie, un lidar fournit une mesure d'inter-distance et de vitesse relative et permet d'envisager le développement d'un système de gestion des inter-distances et d'anti-collision. De même, une localisation à l'aide d'un GPS peu précis associée à une cartographie suffit pour limiter la vitesse à l'approche d'un virage [GLA 03, BAD 05].

Ces moyens de perception dit extéroceptifs offrent aussi l'avantage de permettre d'anticiper la difficulté, on parle alors de sécurité active préventive. L'anticipation de la difficulté nécessite une bonne quantification du risque encouru, mais aussi une bonne connaissance des possibilités de partage avec les conducteurs. Car en effet, à la différence des systèmes de sécurité dite interactive (ABS, ESP), la durée d'intervention du système est bien au delà du temps de réaction du conducteur, les interactions avec les actions de celui-ci doivent donc être prises en compte au niveau de la conception de l'aide.

1.4.1 Les modes de partage en sécurité préventive

L'analyse de la coopération Homme-Machine dans le cadre du projet ARCOS a abouti à la définition de plusieurs modes de coopération de plus en plus intrusifs allant de la simple information jusqu'à l'automatisation complète d'une fonction de conduite. Six modes ont été définis

- Mode instrumenté : des informations sont fournies au conducteur ; elles peuvent être issues directement des capteurs et affichées après traitement, ou reconstruites à partir d'observateurs.
- Mode avertissement : le traitement de l'information est plus élaboré, le diagnostic de la situation permet l'émission d'une alerte lors de l'occurrence d'un événement risqué.
- Mode limite : les actions du conducteur sont limitées afin d'éviter la transition vers la zone à risque.
- Mode médiatisé : les actions du conducteur ne sont pas directement transmises aux organes, elles subissent un traitement préalable.
- Mode régulé : certaines tâches de conduite sont complètement déléguées au contrôleur.
- Mode automatisé : dans ce cas, le conducteur est complètement déchargé du processus de conduite.

1.4.2 Les indicateurs du risque

Nous présentons ci-après les variables les plus usuelles utilisées pour le développement d'assistances. Ces variables, pour certaines d'entre elles, constituent aussi des grandeurs de régulation

possibles pour l'automatisation de la conduite. D'autres sont directement issues de la modélisation du processus de conduite. L'exposé ci-après est limité au cas d'un véhicule qui reste dans sa voie de circulation, on exclut donc les risques liés à la présence de véhicules sur les voies adjacentes. De même le type d'accotement, bien que très important dans la perception du risque par le conducteur, ne sera pas pris en compte.

1.4.2.1 Les indicateurs pour le mode latéral

Un premier groupe d'indicateurs est directement lié à la dynamique proprioceptive du véhicule :

- L'accélération latérale, directement obtenue à partir d'un accéléromètre
- La vitesse de lacet, combinée à la vitesse longitudinale et à l'angle de roues est révélatrice d'un effet de survirage ou de sous-virage. Ces éléments, tout comme l'accélération latérale sont disponibles en standard sur un véhicule muni d'un ESP.
- La vitesse latérale. Cette vitesse n'est pas directement mesurable, son estimation est possible à partir de la vitesse de lacet, de l'accélération latérale mais aussi de la vitesse GPS.

Un deuxième groupe d'indicateurs nécessite la présence de capteurs extéroceptifs :

- Le déplacement latéral du véhicule par rapport l'axe de la voie de circulation. Celui-ci peut être pris à une certaine distance en avant du centre de gravité afin d'introduire un effet d'anticipation sur la trajectoire du véhicule.
- Le cap relatif, qui donne l'erreur de cap du véhicule par rapport à celui de la route. Cet indicateur, tout comme le déplacement latéral peuvent être facilement obtenus par un capteur vidéo monté en vision frontale.
- Le temps à sortie de voie (TLC¹³), qui représente le temps nécessaire, étant donnée la vitesse du véhicule, pour franchir un des bords de la voie. Cet indicateur qui combine à la fois dynamique du véhicule, localisation sur la voie et géométrie de la route, est très utile mais pas facile à calculer. Il a été prouvé que les sorties de voie sont souvent précédées par une période pendant laquelle le TLC est déjà faible. Un minimum pour le TLC se produit si une correction dans l'angle de braquage a été initiée, il est donc révélateur de l'activité du conducteur et de l'adéquation de ses actions.

1.4.2.2 Les indicateurs pour le mode longitudinal

Dans le cas d'un véhicule isolé, donc en mode "régulation de vitesse", les deux indicateurs primaires sont : la vitesse en régime permanent et l'accélération longitudinale. En mode suivi de véhicule, le conducteur gère simultanément la vitesse du véhicule et l'inter-distance. Plusieurs indicateurs entrent en jeux :

- L'inter-distance, à comparer à l'inter-distance minimale dite de sécurité.
- Le temps inter-véhiculaire obtenu en divisant l'inter-distance par la vitesse. Un temps inter-véhiculaire minimal de 2sec est actuellement imposé sur les voies rapides par la législation.
- La vitesse relative, normalement nulle.
- Le temps à collision (TTC) obtenu en divisant l'inter-distance par la vitesse relative. Cet indicateur est à rapprocher du TLC dans le cas du latéral.

¹³Time to Line Crossing



FIG. 1.2 – Interface d'assistance au maintien de voie par vision frontale

1.4.3 Assistance pour le mode latéral : vers un ESP perceptif

La modification de la dynamique latérale d'un véhicule se fait principalement par l'intermédiaire de la commande de l'angle aux roues ou du couple sur la commande de direction. Dans [NET 03], l'ensemble des modes de coopération décrit précédemment ont été mis en oeuvre sur un véhicule prototype. Le positionnement du véhicule se fait par détection des lignes en vision frontale. La loi d'assistance agit alors sur le couple au volant. Les aspects de coopération entre l'automate et le conducteur ont été étudiés par l'équipe Psychotec de l'IRCCyN. La figure 1.2 donne un aperçu de l'interface visuelle en mode instrumenté.

De même, en collaboration avec le LIVIC, le laboratoire d'automatique de SUPELEC a développé une approche d'assistance en maintien de voie qui admet une *coopération* permanente entre le conducteur et le correcteur [RAH 04].

Cette approche a démontré une réelle amélioration des performances en maintien de voie particulièrement en situation de rejet de forces de vent latéral.

Dans la suite de cette partie, nous nous intéressons au problème de l'amélioration de la directibilité du véhicule couplé à une assistance de maintien de voie [MAM 04]. Ce travail a été mené dans le cadre du projet de recherche ARCOS.

Le système véhicule admet comme entrées de commande l'angle de braquage des pneumatiques δ_f et le couple de lacet T_z qui peut être produit par un freinage différentiel. Les entrées de perturbations sont représentées par les forces de vent f_w et la courbure de la route ρ_{ref} . Les mesures sont la vitesse de lacet r , le déplacement latéral par rapport à l'axe de la voie y_L ainsi que le cap relatif avec la route ψ_L .

1.4.3.1 Concepts de l'assistance

La méthode utilise un schéma de commande en deux boucles de régulation. Une boucle interne assure l'amélioration de la manoeuvrabilité du véhicule et la boucle externe assure le maintien de voie. L'approche utilise une combinaison d'angle de braquage actif et de freinage différentiel

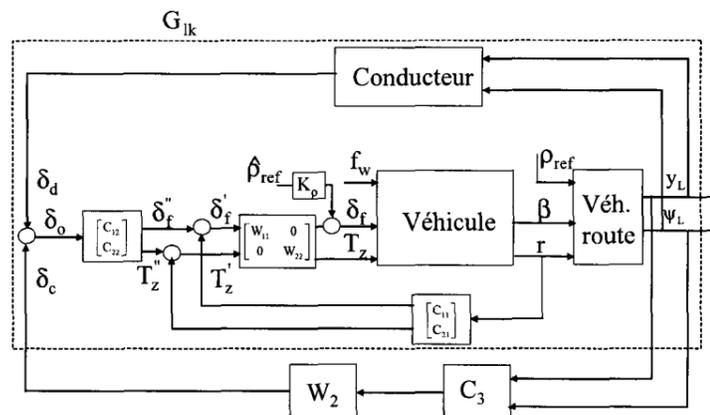


FIG. 1.3 – Architecture de contrôle

des roues. On suppose que l'angle de braquage des roues est la résultante de l'angle de braquage imposé par le conducteur δ_d et de celui calculé par le correcteur δ_c (Figure 1.3). Cette opération est facilement réalisable sur un dispositif de direction du type *steer-by-wire*¹⁴ mais peut être aussi réalisée sur une direction conventionnelle munie d'un moteur électrique et d'un différentiel.

Le correcteur de la boucle interne combine à la fois une composante boucle fermée C_1 par bouclage de la vitesse de lacet r et une composante de feedforward (préfiltrage) C_2 sur l'angle de braquage $\delta_o = \delta_d + \delta_c$. A la sortie du correcteur $\begin{bmatrix} C_1 & C_2 \end{bmatrix}$, nous obtenons l'angle de braquage des pneumatiques et le couple de lacet $\begin{bmatrix} \delta'_f & T'_z \end{bmatrix}^T$ tel que $\begin{bmatrix} \delta_f & T_z \end{bmatrix}^T = W_1 \begin{bmatrix} \delta'_f & T'_z \end{bmatrix}^T$, où W_1 est un pré-filtre dynamique de l'entrée. L'angle de braquage δ_o , sera calculé par la boucle externe.

Étant donné que la tâche de maintien de voie est un problème de rejet de perturbation, le correcteur C_3 de la boucle externe assure le bouclage du déplacement latéral et du cap relatif. Il produit un angle de braquage $\delta_c = W_3 C_3 [y_L, \psi_L]^T$ qui sera additionné à l'action du conducteur. L'effet désiré de chaque composante de correction est comme suit :

- Le correcteur en boucle fermée C_1 doit assurer la stabilité de celle-ci avec une amélioration garantie de l'amortissement des réponses en lacet du véhicule. Ce correcteur a aussi en charge le rejet des perturbations dans l'intervalle de temps du temps de réaction du conducteur.
- Le correcteur C_2 agit en préfiltrage du signal de référence δ_o . Son objectif lors de la synthèse est d'assurer le suivi robuste du modèle de référence préalablement choisi. Le modèle de référence T_0 est choisi comme un filtre du premier ordre de gain statique $G_{r\delta_f}(0, v)$ et $T_0 = \frac{G_{r\delta_f}(0, v)}{0.15s+1}$. Le temps de réponse est de l'ordre de 0.5 sec. Le choix d'un modèle du premier ordre permet d'éviter les dépassements sur les réponses du véhicule.
- Du point de vue véhicule, le problème de maintien de voie requiert que le correcteur rejette l'accélération latérale et la vitesse de lacet engendrées par des changements du rayon de courbure de la route. C'est le rôle du correcteur C_3 .
- Finalement, un gain constant K_ρ est ajouté de manière à compenser l'effet de la courbure à travers une estimation $\hat{\rho}_{ref}$ de celle-ci.

Une procédure de synthèse en deux étapes est adoptée. Dans la première étape, on calcule le correcteur C_1 en utilisant une optimisation H_∞ basée sur les facteurs premiers. Par la suite,

¹⁴Système électronique de braquage des roues sans lien mécanique entre le volant et les roues

le nouveau modèle de véhicule qui inclut le correcteur C_1 est calculé et le correcteur de pré-filtrage C_2 est calculé à partir d'une deuxième optimisation H_∞ . La procédure utilisée pour C_1 est aussi utilisée pour le calcul de C_3 . La boucle interne est calculée en premier. Ceci assure que le système de manoeuvrabilité est toujours optimal même si le système de maintien de voie n'est plus opérationnel suite à une dégradation de la précision de la localisation relative par vidéo par exemple.

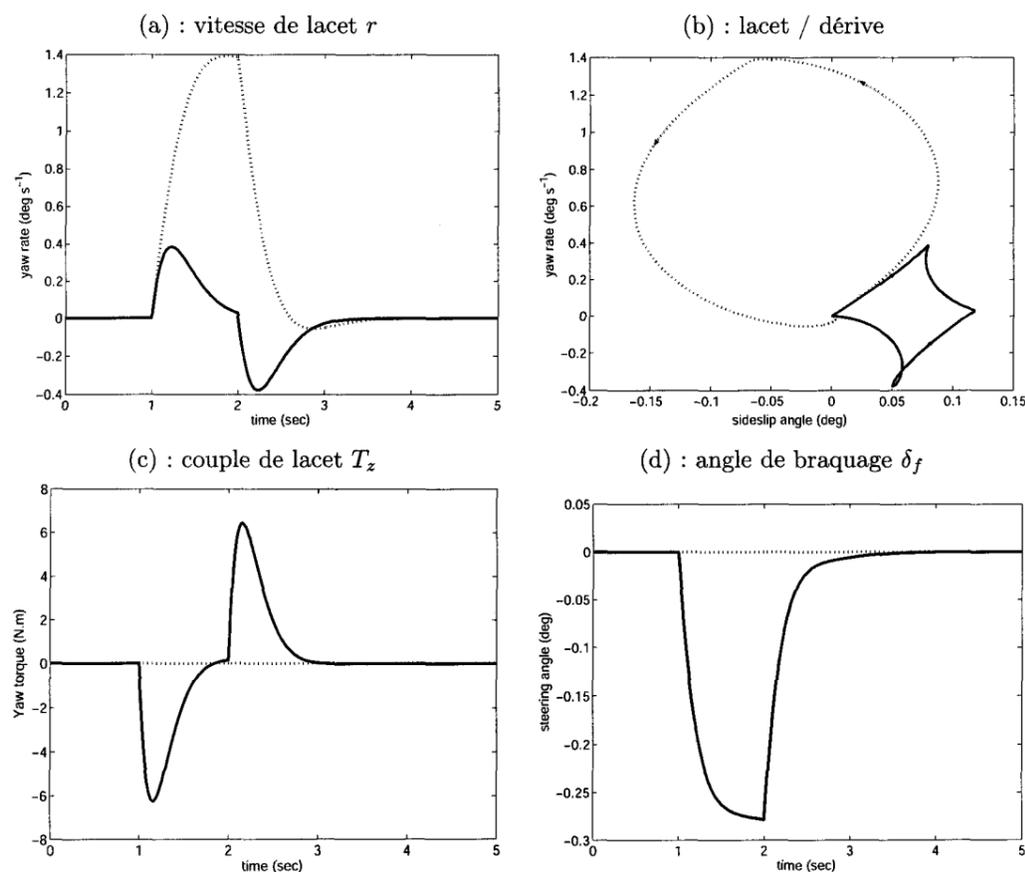


FIG. 1.4 – Rejet d'un échelon de force de vent (trait plein : contrôlé, pointillés : conventionnel)

1.4.3.2 Estimation et compensation de la courbure

La connaissance de la courbure permet d'améliorer les performances du maintien de voie en introduisant un facteur d'anticipation. Dans notre cas, les deux mesures y_L et ψ_L , sont normalement suffisantes pour obtenir une estimation de la courbure ρ_{ref} , sous l'hypothèse que celle-ci est constante. Un observateur proportionnel intégral (PI) [KOE 02] permet d'obtenir simultanément une bonne estimation de l'état et de ρ_{ref} .

L'estimée de la courbure $\hat{\rho}_{ref}$ est utilisée pour ajouter un terme de compensation de la courbure ($K_\rho \hat{\rho}_{ref}$). Le gain K_ρ est ajusté de manière à garantir le rejet total de la perturbation dans le cas nominal.

1.4.3.3 Amélioration de la manoeuvrabilité

Rejet de perturbation

Une rafale de vent apparaît à $t_1 = 1$ sec et disparaît à $t_2 = 2$ sec. Le conducteur n'a pas le temps de réagir, le correcteur C_1 est en action, on remarque alors une forte réduction de la vitesse de lacet du véhicule contrôlé (figure 1.4). Le freinage différentiel est lui rapidement désactivé grâce à l'effet de limitation de la pondération W_{22} .

Changement de voie

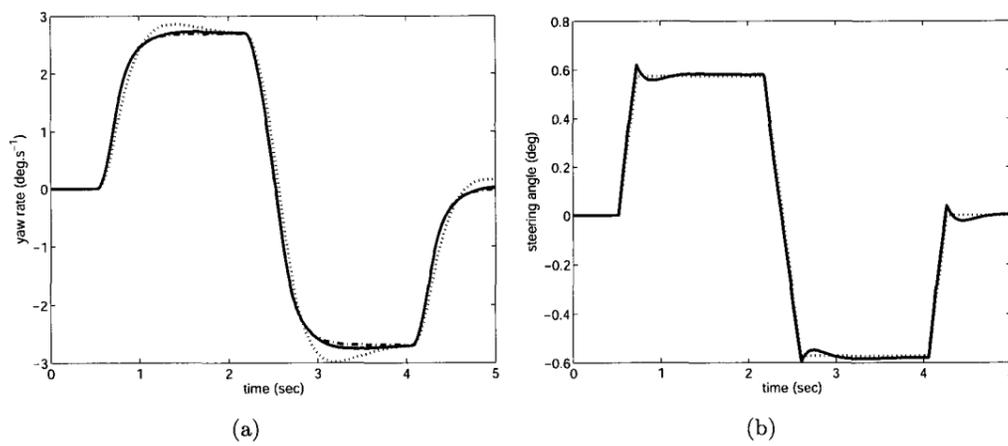


FIG. 1.5 – Changement de voie (trait plein : contrôlé, pointillés : conventionnel, interrompus : modèle de référence)

Le conducteur initie un changement de voie par application d'un angle de braquage (Figure 1.5(b), en pointillés), dans ce cas, les deux correcteurs C_1 et C_2 sont en action. La figure 1.5, démontre que le véhicule contrôlé suit fidèlement le modèle de référence choisi.

1.4.3.4 Maintien de voie

Au début de la simulation, le véhicule est sur une section rectiligne avec un déplacement latéral de 0.5m. Sans aucune assistance, le conducteur donne un angle de braquage pour ramener le véhicule au centre de la voie (figure 1.6). Le dépassement est de -0.2m et le déplacement latéral pratiquement nul 3sec plus tard. A $t = 5$ sec, le véhicule aborde un virage de courbure $1/500\text{m}^{-1}$. Le déplacement latéral devient de -0.3m mais est réduit à 0.1m, 2sec plus tard par le conducteur. Sur la même figure, nous distinguons aussi les réponses du véhicule (traits interrompus) quand le correcteur de manoeuvrabilité est activé. Ces réponses sont très similaires à celles du véhicule conventionnel, même si on observe une réduction des maxima. De même, les réponses en trait plein correspondent au cas où les deux correcteurs de manoeuvrabilité et de maintien de voie sont activés. Cette fois ci, le temps de réponse subit une nette amélioration, puisqu'il est inférieur à la seconde, et les déplacements par rapport à l'axe de la voie ne dépassent pas 0.1m. Finalement, les figures 1.7(a) et 1.7(b) donnent les valeurs de temps à sortie de voie pour chaque véhicule. On remarque une nette amélioration des TLC pour les deux véhicules contrôlés et plus particulièrement dans les courbes.

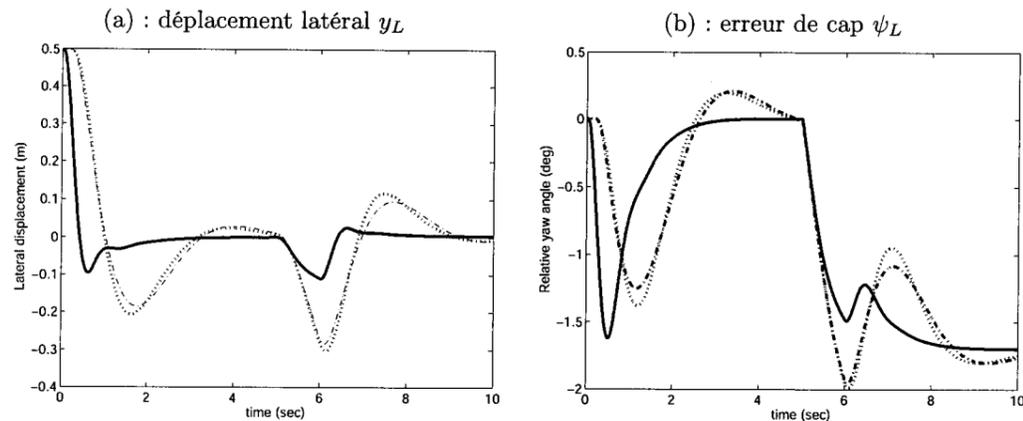


FIG. 1.6 – Maintien de voie (trait plein : contrôlé avec contrôleur de maintien de voie, pointillés : conventionnel, interrompus : contrôlé avec contrôleur de manoeuvrabilité)

1.4.3.5 Essai sur la piste de Satory

Cette section présente une courte évaluation sur le site de Satory en utilisant le véhicule d'essai du LIVIC (figure 1.7(c)).

La figure 1.7(c) montre la courbure de la piste et son estimation obtenue par l'observateur PI. On remarque une bonne estimation de la courbure y compris dans les zones de transition clothoïdes. La figure 1.8(b) donne les trajectoires du véhicule conventionnel et du véhicule avec assistance au maintien de voie, on remarque que la trajectoire du véhicule contrôlé est toujours plus proche de l'axe de la voie et plus particulièrement dans les chicanes.

1.4.4 Assistance au contrôle longitudinal

1.4.4.1 Le véhicule isolé

Dans le cas d'un véhicule isolé, la vitesse limite donnée par la signalisation passive actuelle est souvent inadaptée aux conditions réelles de la chaussée et du trafic. Une assistance peut fournir au conducteur une indication quant à sa prise de risque par rapport aux difficultés de l'infrastructure qu'il va rencontrer dans un horizon temporel proche (adhérence, dévers, courbure,...). Pour être efficace, l'information concernant le risque devra être donnée au conducteur suffisamment à l'avance pour que celui-ci ait le temps de réagir. Pour cela, le système d'alerte pour la vitesse excessive en approche de virage calcule la vitesse prévisible du véhicule à un horizon temporel donné (variant de 1 à 3 s), en se basant sur l'hypothèse d'une accélération constante. Cette vitesse est ensuite comparée à différents profils de vitesses générés à partir de l'horizon électronique renvoyé par une base de données cartographiques. En fonction du résultat, une alerte sonore et visuelle est émise (ou non) en direction du conducteur. Dans un deuxième temps, si nécessaire, un algorithme basé sur des modes glissants d'ordre 2 entreprend le pilotage de la vitesse vers la vitesse limite adaptée à la situation [NOU 03].

1.4.4.2 Définition de la vitesse limite

De l'étude du comportement du conducteur en approche de virage et dans le virage, nous avons pu définir une vitesse limite en prenant comme hypothèse que dans une condition normale de

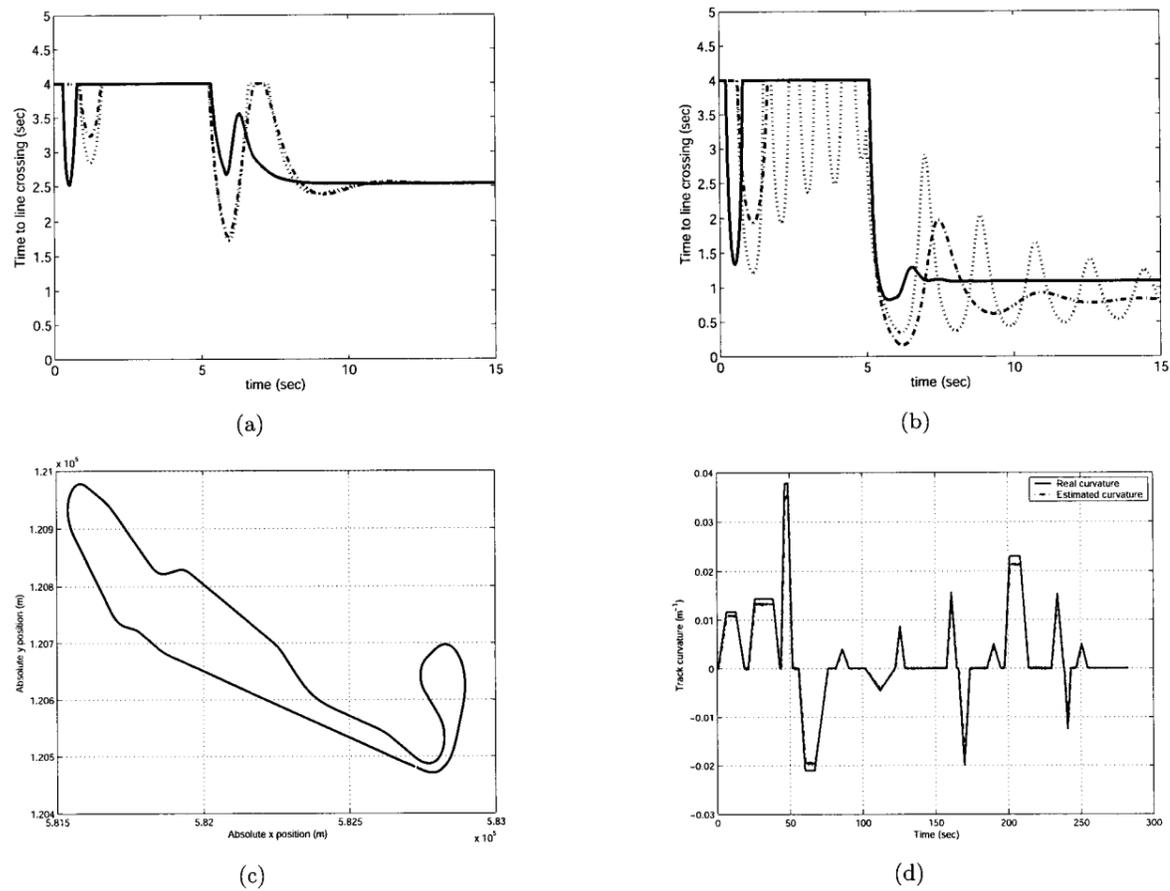


FIG. 1.7 – Temps à sortie de voie, cas nominal et perturbé (trait plein : contrôlé avec contrôleur de maintien de voie, pointillés : conventionnel, interrompus : contrôlé avec contrôleur de manoeuvrabilité). (a) : TLC nominal, (b) : TLC perturbé), (c) : Piste de Satory digitalisée, (b) : Courbure de la piste et son estimée

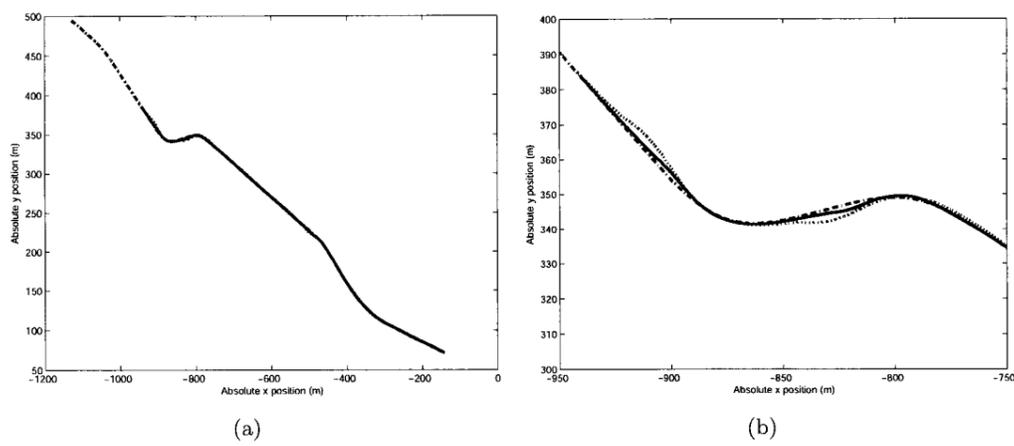


FIG. 1.8 – Maintien de voie sur la piste d'essai. Trait plein : contrôlé, trait pointillé : conventionnel, interrompus : axe de la voie. (a) : trajectoire dans la chicane, (b) : Zoom sur la chicane

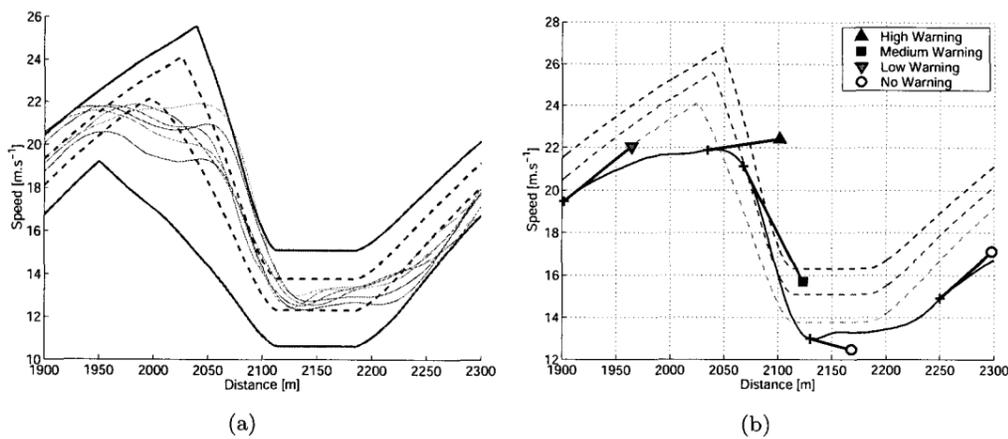


FIG. 1.9 – Profils de vitesses réelles et simulées. Génération d'alerte utilisant les profils de vitesses

circulation, les valeurs des accélérations longitudinales et latérales que le conducteur s'autorisait, sont presque constantes. Sur une chaussée sèche et avec de bonne condition d'adhérence, cela revient à dire que l'adhérence que le conducteur mobilise en longitudinale et en latérale est constante. En fait, les forces générées par le contact pneumatique chaussée restent à l'intérieur d'une ellipse d'adhérence. Nous pouvons traduire cela par la formulation suivante :

$$\frac{F_{lon}^2 + F_{lat}^2}{F_{vert}} \leq \mu_{max}^2$$

où F_{lon} , F_{lat} et F_{vert} sont respectivement les forces longitudinales, latérales et verticales au contact pneumatique chaussée.

De plus, nous faisons l'hypothèse que la trajectoire suivie par le véhicule correspond au milieu de la voie. En recherchant la mobilisation maximale d'adhérence, exprimée dans l'équation précédente, on peut obtenir (voir [GLA 03] pour le détail des calculs) l'expression de la vitesse critique dans la portion circulaire du virage, ainsi qu'une équation différentielle définissant la vitesse limite dans les phases d'accélération et de décélération avant et après cette portion. Elle est aussi fonction de φ , θ et ρ qui représentent les dévers, pente et courbure de la route. Cette vitesse est aussi fonction de λ_{lon} et λ_{lat} qui correspondent à la portion d'accélération, respectivement longitudinale et latérale, que le conducteur s'autorise à mobiliser. Par extension, et pour un bon contact pneumatique chaussée, c'est la portion d'adhérence que le conducteur s'autorise à mobiliser. La figure 1.9(a) montre des profils de vitesses obtenus en enregistrant des passages sur la piste de Satory pour différents conducteurs ainsi que des profils simulés, générés à partir des équations précédentes. Ces derniers sont représentés en traits épais et pointillés et correspondent à des coefficients λ_{lon} et λ_{lat} variant de 0.2 à 0.5. Les profils de vitesses réelles sont représentés en traits fins.

Les profils, ainsi générés, encadrent bien les profils réels dans les différentes phase du virage : tout d'abord la décélération en amont du virage, puis la partie vitesse constante, et pour finir l'accélération en sortie de virage.

1.4.4.3 Génération d'une alerte au conducteur

A partir des profils générés précédemment, une assistance peut prévenir le conducteur en cas de vitesse excessive. Pour cela, le système calcule à chaque instant la vitesse prédite à un horizon

temporel donné, variant de 1s à 3s selon les conducteurs. Pour prédire la vitesse, on fait l'hypothèse que l'accélération est constante sur cette plage de temps. Ainsi, comme le présente la figure 1.9(b), lorsque la vitesse prédite franchit un profil de vitesse, une alerte faible, moyenne ou importante est émise.

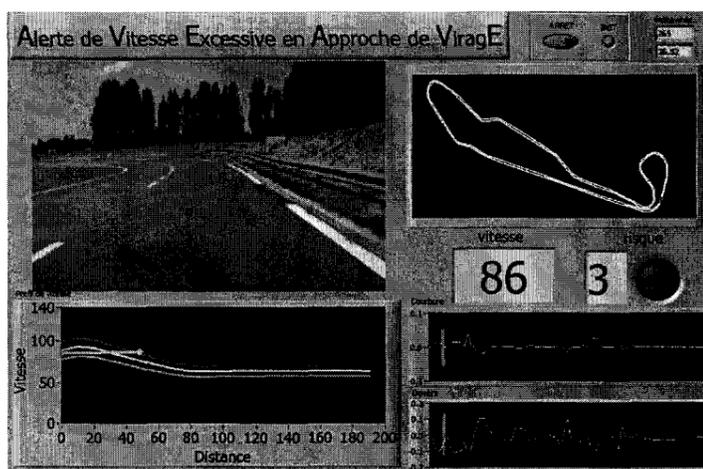


FIG. 1.10 – Interface d'affichage de vitesse excessive

1.4.4.4 Le suivi de véhicule

Dans le cas du suivi de véhicule, les deux variables importantes sont l'inter-distance et la vitesse relative.

Dans le cas de l'automatisation du mode longitudinal, l'objectif de la loi de commande est d'asservir la vitesse du véhicule suiveur sur celle du véhicule leader tout en maintenant l'inter-distance à la valeur désirée qui peut être choisie proportionnelle à la vitesse du véhicule ou fonction de la différence des distances d'arrêt. Les méthodes de commande seront détaillées dans la section (1.5)

Dans le cas de l'assistance au contrôle longitudinal, l'objectif de la commande en partage avec le conducteur est de maintenir la trajectoire dans le plan de phase (vitesse relative, inter-distance) au dessus de la courbe correspondant à la capacité de freinage maximale (figure (1.11)).

Dans [MAR 04] un modèle de référence des inter-distances a été développé, il associe un ressort de raideur non linéaire qui interdit au véhicule de franchir une zone de collision pré-établie (figure 1.12). La prédiction des positions des véhicules leader et suiveur permet d'avoir une quantification du risque encouru associé à un système d'alerte [MAR 05].

De même dans [NOU 03], une commande par modes glissants d'ordre 2, en partage avec le conducteur permet de gérer l'ensemble des situations : d'insertion des véhicule, d'arrêt sur un obstacle et de stop-&-go.

1.5 La conduite automatisée

De manière similaire à la section (1.4), cette section présente différents moyens pour réaliser une conduite autonome que cela soit en configuration véhicule seul, ou véhicules en convoi. Les outils et méthodes de localisation utilisés pour l'assistance à la conduite, le sont, bien sur, pour la conduite

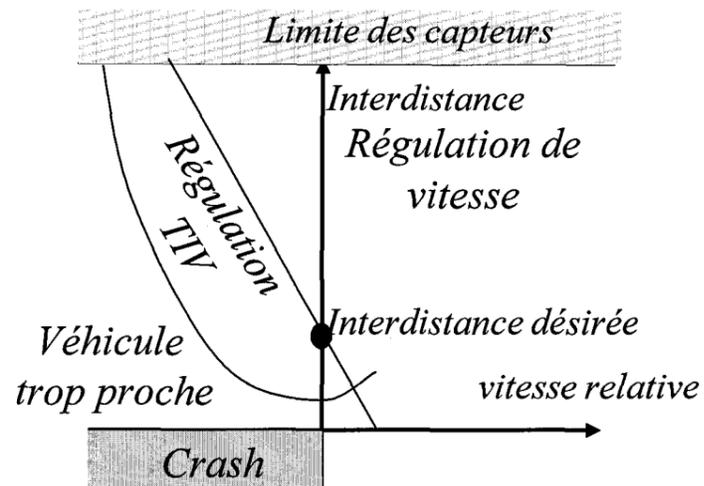


FIG. 1.11 – Régulation de temps inter-véhiculaire (TIV). Limites du contrôle longitudinal

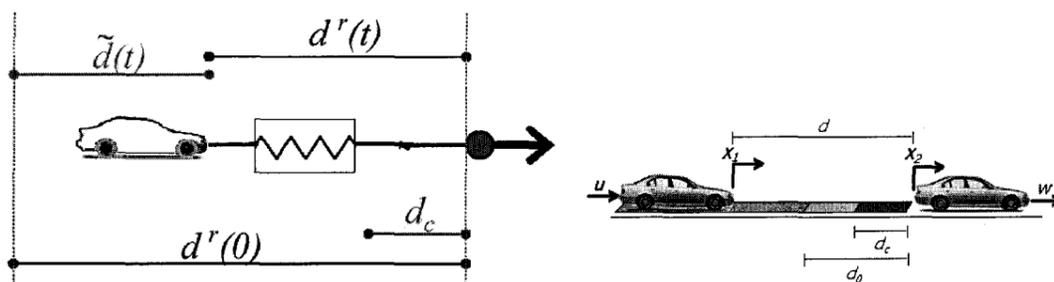


FIG. 1.12 – Modèle des inter-distances et zones d'alerte

automatisée. Néanmoins, comme nous le verrons dans cette section, des approches originales peuvent être apportées dès lors que l'on considère le problème complet de localisation/commande. Sur le plan applicatif, les véhicules autonomes peuvent être utilisés comme un moyen pour assurer une inter-modalité dans les systèmes de transports urbains et/ou routiers, tout en prenant en compte les nuisances sonores et de pollution, et les pertes de temps. Dans cette section, nous nous concentrerons plus sur les véhicules urbains. Les services de mise à disposition ainsi réalisés concernent :

- la desserte : des centres villes (liaisons maison-Tramway, Tramway-zone commerciale, Tramway-zone culturelle (théâtre, cinéma, ...)), des centres universitaires ou d'exposition), des zones d'activités artisanales ou industrielles, des aéroports ...
- la visite : des centres historiques, des parcs d'attraction, des parcs animaliers ...

Selon l'application de suivi de trajectoire, il peut être utile ou pas, de laisser libre la commande longitudinale à l'utilisateur ou à un superviseur. Cet aspect pratique, milite pour les techniques de modélisation permettant d'assurer un découplage entre la commande latérale et la commande longitudinale (i.e. système chaîné).

Les résultats qui sont présentés dans les paragraphes qui suivent, sont en relation avec les projets ROBEA-BODEGA du CNRS et PREDIT3-MOBIVIP. Ces deux projets regroupent entre autre,

l'IRISA, L'INRIA-Sophia-Antipolis et le LASMEA.

1.5.1 Le contrôle latéral

Dans les projets précédemment cités, le contrôle latéral résulte d'une mesure d'erreur de localisation relativement à une trajectoire de référence apprise (principalement dans l'espace capteur). Ainsi, lors d'une séquence d'apprentissage (conduite manuelle) une série d'informations capteurs (notion de cartes locales constituées d'images clés) est mémorisée afin de définir une référence (mémoire sensorielle). Parmi les méthodes d'apprentissage (figure 1.13), nous pouvons citer :

- trajectoire de référence par RTK-GPS (LASMEA)
- séquence d'images clés et de primitives visuelles associées (*Points3D*) (LASMEA) [ROY 04], [ROY 05b]
- séquence de primitives visuelles des plans principaux reconstruits (INRIA Sophia-Antipolis) [SIM 03], [SIM 04]
- séquence de primitives visuelles (*Points de Harris*) (IRISA) [REM 04a], [REM 04b]

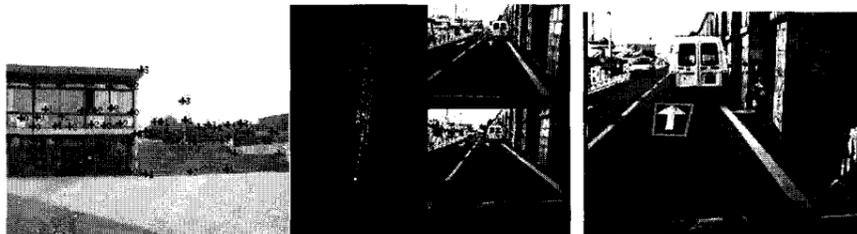


FIG. 1.13 – IRISA - LASMEA - INRIA-SOPHIA

Les deux premières approches ont déjà été mises en œuvre pour la navigation autonome [THU 04], [ROY 05a]. L'erreur de localisation consiste à extraire l'écart latéral y à la trajectoire de référence, et l'écart angulaire $\tilde{\theta}$ par rapport à cette même trajectoire.

Le vecteur $(s, y, \tilde{\theta})$ décrit l'état du véhicule (s représentant l'abscisse curviligne le long de cette trajectoire). Le modèle cinématique s'exprime sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \dot{s} &= v \frac{\cos \tilde{\theta}}{1-y c(s)} \\ \dot{y} &= v \sin \tilde{\theta} \\ \dot{\tilde{\theta}} &= v \left(\frac{\tan \delta}{L} - \frac{c(s) \cos \tilde{\theta}}{1-y c(s)} \right) \end{aligned} \quad (1.1)$$

Les objectifs de commande sont d'amener et de maintenir y et $\tilde{\theta}$ à 0, grâce à la commande du volant δ . Par une transformation inversible de l'état et de la commande, le modèle non-linéaire (1.1) peut être converti de manière exacte, sous forme chaînée assurant un découplage entre la commande latérale et la commande longitudinale lors du suivi de trajectoire [THU 04].

La figure 1.14 représente la trajectoire de référence obtenue par apprentissage en utilisant les points 3D reconstruits, ainsi que les résultats de localisation (*rond*) comparés avec ceux issus du capteur RTK-GPS (*trait fin*). Les performances obtenues en commande latérale sont de l'ordre de 2 cm en ligne droite et 10 cm en courbe pour le guidage par RTK-GPS (Fig 1.15). Elles se dégradent très peu lorsque l'on utilise la vision pour la navigation autonome. Des améliorations sont en cours afin de permettre de réduire les erreurs de localisation.

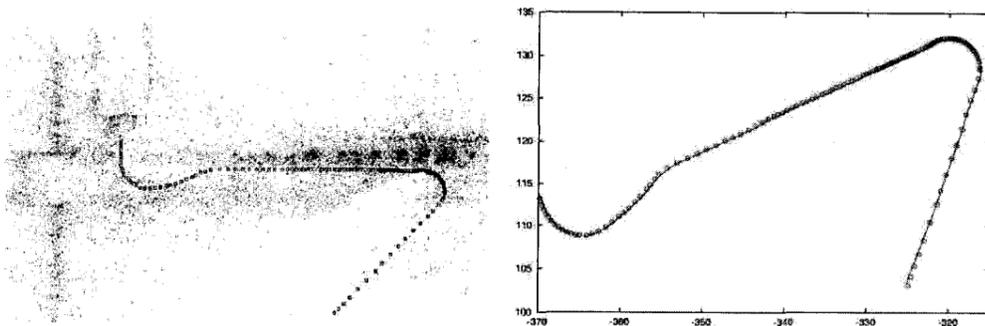


FIG. 1.14 – Trajectoire de référence vision - Localisation vision et GPS

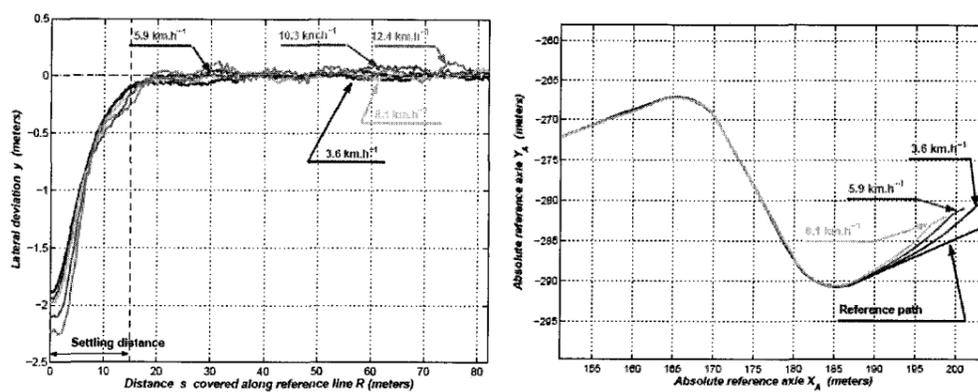


FIG. 1.15 – Performances : échelon et trajectoire courbe.

Le modèle (1.1) peut être étendu pour prendre en compte des phénomènes de glissements latéraux (lorsque les hypothèses de roulement sans glissements ne sont pas parfaitement vérifiées), et réaliser une commande plus précise. Cet aspect a pu être validé dans le secteur agricole [LEN].

Les deux autres approches sont en cours d'étude dans le but d'exprimer la commande dans l'image (Rennes), et dans un espace invariant aux paramètres de la camera (Sophia-Antipolis).

1.5.2 Le contrôle longitudinal

Dans la plupart des applications de navigation autonome pour les véhicules urbains, il est intéressant de découpler la commande longitudinale de la commande latérale afin de pouvoir réaliser :

- une régulation de vitesse longitudinale sur une consigne fixe (vitesse de croisière) ou adaptée en fonction de la courbure de la route à suivre ; dans les deux cas, c'est un superviseur qui fixe la vitesse de référence afin d'assurer un certain confort pour les passagers,
- une régulation de vitesse longitudinale sur une consigne manuelle de l'utilisateur.

Dans ce contexte, le contrôle longitudinal devient simple et assimilable à une fonctionnalité de type *cruise control*. Dans le cas où une distance de sécurité est à garantir, il est nécessaire d'introduire une fonction de "monitoring", comme nous le verrons dans le paragraphe suivant.

1.5.3 Le contrôle intégré et en file

Dans le cas de la navigation autonome en convoi, il est nécessaire d'assurer les commandes longitudinale et latérale. Les fonctionnalités à réaliser sont : le suivi d'une trajectoire de référence apprise, ou bien le suivi de la trajectoire du *leader* du convoi. Par ailleurs, il est nécessaire de prendre en compte : le confort des passagers, la surveillance de l'intégrité et de la sécurité du convoi, et les limites propres des performances des véhicules à commander.

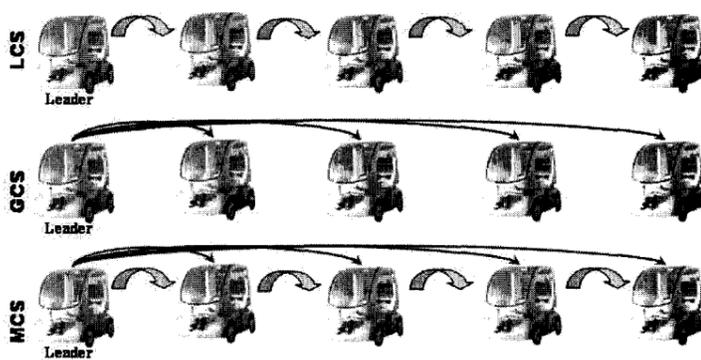


FIG. 1.16 – Stratégies de commande

Plusieurs stratégies peuvent être développées pour assurer le contrôle du convoi ((1.16)) :

- stratégie de commande locale (LCS) : basée sur un contexte local, le convoi est commandé de proche en proche.
- stratégie de commande globale (GCS) : basée sur le contexte global, le convoi est commandé en référence au leader.
- stratégie de commande mixte (MCS) : prenant en compte les complémentarités des deux méthodes LCS et GCS, une approche mixte peut être élaborée.

1.5.3.1 Stratégie de commande locale : accrochage immatériel

Dans cette partie deux illustrations sont proposées.

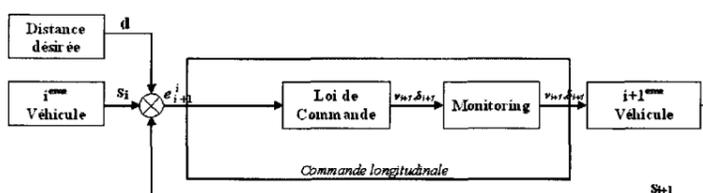


FIG. 1.17 – Contrôle longitudinal avec LCS

Dans [BOM 05a], c'est le capteur RTK-GPS qui est utilisé. De plus, il existe une liaison sans fil entre les véhicules permettant de transmettre l'état courant du véhicule au véhicule suiveur. Chaque véhicule, pouvant se localiser par rapport à la trajectoire de référence, est guidé latéralement en mode autonome. L'objectif de la commande longitudinale est de préserver une distance curviligne constante entre chaque voiture et son suiveur. Le schéma sur la figure 1.17 présente la loi de commande. On peut noter que l'entrée de cette loi est définie par l'erreur entre le $i^{\text{ème}}$ et

le $(i+1)^{me}$: $e_{i+1}^i = s_i - s_{i+1} - d$. Les résultats expérimentaux ont montré une précision de guidage latéral identique à celle de la conduite autonome, et inférieure à 5 cm en guidage longitudinal.

Dans [BEN 05], un accrochage immatériel est réalisé par l'intermédiaire d'une caméra PTZ et d'un algorithme de suivi visuel robuste [BEN 04]. La commande (longitudinale et latérale) réalisée est basée sur une localisation relative de proche en proche. Dans [BOM 05b], on a montré que pour un nombre important de véhicules en convoi, cette stratégie propage des incertitudes de localisation pouvant entraîner des oscillations dans le convoi (figure 1.18).



FIG. 1.18 – Accrochage immatériel par vision

1.5.3.2 Stratégie de commande mixte

Dans le cas d'une approche de commande globale pour la commande longitudinale, l'erreur est définie entre le 1^{er} et le $(i+1)^{me}$ par : $e_{i+1}^1 = (s_1 - s_{i+1}) - i \times d$. Il semble donc, intéressant de définir l'entrée de la loi de commande en se basant sur les erreurs définies par les deux approches (LCS et GCS). Une consigne adaptée peut être construite de la forme : $x_i = \sigma_i \cdot e_{i+1}^i + (1 - \sigma_i) \cdot e_{i+1}^1$. La figure 1.19 illustre le nouveau schéma de commande.

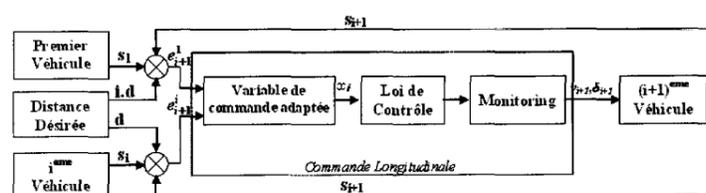


FIG. 1.19 – Commande longitudinale avec MCS

L'étape suivante consiste à définir σ_i . Pour cela, nous définissons la distance de sécurité d_s comme la distance curviligne minimale qui doit toujours être observée entre 2 véhicules. Il s'avère que si l'écart est proche de cette limite, la régulation est mauvaise et la distance de sécurité peut ne pas être respectée. Ainsi, l'approche locale de proche en proche LCS doit prévaloir sur l'approche référencée absolue (σ_i doit être choisi proche de 0). À l'opposé, cette dernière doit être prédominante quand la sécurité est assurée (σ_i choisi proche de 1). De ces commentaires, quand e_{i+1}^i est

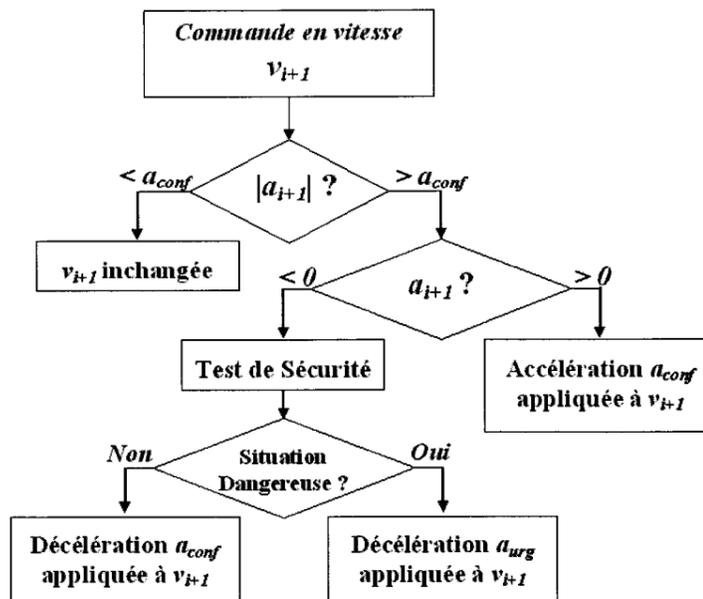


FIG. 1.20 – Fonction de monitoring

proche de $-d + d_s$, σ_i doit être près de 0 ; et quand l'écart est près de d , σ_i proche de 1.

Enfin, afin de prendre en compte les aspects confort du passager, intégrité du convoi, et les limites des véhicules, une fonction monitoring a été proposée en agissant directement sur la commande en vitesse longitudinale. Dans le synoptique de la figure (1.20), a_{conf} représente une accélération confort, a_{urg} une décélération d'urgence, a_{i+1} et v_{i+1} l'accélération et la vitesse du véhicule courant.

1.6 Conclusion

Nous avons présenté dans ce chapitre un panorama des recherches sur les assistances à la conduite et l'automatisation des véhicules. Les recherches sont nombreuses et les résultats obtenus dans différents cas d'application sont très prometteurs. Mais les constructeurs automobiles demeurent prudent dans l'introduction de fonctions de sécurité préventive ou interactive car, en plus des problèmes de responsabilité, les aspects de partage et de couplage avec le conducteur sont loin d'être maîtrisés. Des études méthodologiques sur la coopération Homme-Machines sont encore nécessaires pour pouvoir affiner ces aspects. L'automatisation touche de manière concrète les véhicules agricoles et les engins de chantier. L'audace des constructeurs japonais et la réglementation dans ce pays ont permis la commercialisation de systèmes de maintien de voie et de gestion des inter-distances. Quoi qu'il en soit tout laisse penser que l'automatisation des véhicules concernera dans un premier temps les véhicules urbains à faibles vitesses. Une application à court terme concernerait l'automatisation des véhicules pendant les périodes de congestion et toujours à faibles vitesses. Le système devra être dans ce cas suffisamment flexible pour permettre des enclenchements et des reprises en main rapides. Les fortes contraintes de coûts dans l'industrie automobile imposera toujours l'utilisation de capteurs peu chers. Il y a donc tout à gagner de la modélisation, de la fusion de données et des nouveaux systèmes de localisation et de mapping

pour améliorer la qualité de l'information.

Chapitre 2

Modèle du véhicule

Dans ce chapitre, nous nous intéressons exclusivement à la modélisation de la dynamique longitudinale et latérale d'un véhicule seul. Les aspects de couplage de positionnement relatif en suivi de véhicule seront traités dans le chapitre suivant. Le modèle est obtenu en énonçant les deux principes fondamentaux de la dynamique et en écrivant les forces et les moments agissant sur le véhicule dans le bon repère. Pour compléter les développements, on modélise aussi le pneumatique qui constitue l'interface avec l'environnement extérieur qu'est la route permettant ainsi d'avoir une forme explicite des efforts longitudinaux et latéraux.

2.1 Introduction

Le véhicule routier est un système mécanique complexe présentant des caractéristiques fortement non linéaires ; comprendre son comportement sur la route est devenu indispensable pour assurer son contrôle. Bénéficiant des outils déjà existants en automatique, la recherche dans le domaine de la modélisation a connu une évolution importante qui lui a permis de développer plusieurs approches donnant une solution aux problèmes de la modélisation [ELL 69, ELL 93, SHE 91]. En effet, le fait de pouvoir décrire et expliquer les divers phénomènes intervenant et interagissant dans la dynamique des véhicules routiers a un grand impact dans la pratique. L'objectif alors de la modélisation est de pouvoir évaluer et de contrôler au mieux possible le véhicule.

2.2 Définition des repères et des angles

Cette section est consacrée à l'étude du comportement dynamique non linéaire du véhicule. Le mouvement du véhicule se décompose traditionnellement en deux types de mouvements, de translation et de rotation, comme illustré dans la figure 2.1 :

- Le mouvement en translation du centre de gravité (C_G) du véhicule, possède trois degrés de liberté. Les différentes variables nécessaires à la description du mouvement sont :
 - x : le déplacement longitudinal du centre de gravité (C_G) du véhicule
 - y : le déplacement latéral du centre de gravité (C_G) du véhicule
 - z : le déplacement vertical du centre de gravité (C_G) du véhicule

- Le mouvement en rotation du véhicule autour de son centre de gravité (C_G), a lui aussi trois degrés de liberté, décrits par les variables suivantes :
 - ψ : rotation de cap (lacet)
 - ϕ : rotation de roulis (ressentie dans un virage)
 - φ : rotation de galop ou tangage (ressentie lors de l'accélération ou du freinage)

Avant de pouvoir modéliser le véhicule, il est nécessaire de définir les repères qui permettent une description complète et précise de ses mouvements.

Le premier repère, noté $R_a(O_a, x_a, y_a, z_a)$ est le repère de référence galiléen, par rapport auquel on appliquera le principe fondamental de la dynamique.

Un repère intermédiaire, lié au véhicule, est noté $R_v(O_v, x_v, y_v, z_v)$. Son origine correspond à la projection du centre de gravité du véhicule sur le sol. On donne sur la figure 2.2 un aperçu général de ces deux repères.

Le mouvement du repère véhicule par rapport au repère absolu R_v/R_a est constitué de :

- la translation $O_a O_v$
- la rotation d'angle ψ d'axe z_v

On définit une matrice de passage du repère absolu R_a vers le repère véhicule R_v :

$$\psi_{R_a \rightarrow R_v} = \begin{bmatrix} \cos \psi & \sin \psi & 0 \\ -\sin \psi & \cos \psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

2.3 Dynamique du véhicule

Nous nous intéressons dans cette section aux différentes étapes permettant de calculer les positions, les vitesses, et les accélérations du véhicule en translation et en rotation [PHA 97, NOU 02]. Les principes fondamentaux de la dynamique concernent, d'une part, l'équilibre des forces extérieures agissant sur le véhicule et d'autre part, l'équilibre des moments dynamiques du véhicule par rapport aux moments extérieurs. D'une manière générale, ils s'énoncent comme suit :

- Principe de Newton

La somme des forces extérieures \vec{F}_{ext} appliquées à un corps solide en mouvement dans une direction donnée, est égale au produit de la masse m du corps isolé par son accélération $\vec{\gamma}_a$ dans cette direction.

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \vec{\gamma}_a \quad (2.1)$$

- Deuxième principe

La somme des moments de torsion sur un axe donné est égale au produit du tenseur d'inertie I et de l'accélération de rotation $\vec{\Omega}$ suivant cet axe.

$$\sum \vec{M}_0 = I \frac{d}{dt} \vec{\Omega} \quad (2.2)$$

Hypothèse 2.1 *Pour des raisons de simplification, nous ne retiendront dans la suite que trois degrés de liberté dans le mouvement du véhicule. Pour cela, plusieurs hypothèses sont nécessaires :*

1. *La route est considérée plane sans pente ni côte, et sans dévers*
2. *Le mouvement de translation se réduit à deux degrés de liberté : la translation longitudinale et la translation latérale, en revanche le mouvement vertical est négligé.*
3. *Le mouvement de rotation se résume à un seul degré de liberté qui correspond au mouvement du lacet. Les deux autres degrés de liberté : le roulis et le tangage ne sont pas pris en compte ($\theta = 0, \phi = 0$).*
4. *Le centre de gravité du véhicule est confondu avec l'origine de repère lié au véhicule R_v*

2.3.1 Mouvements de translation

Nous développons dans cette sous section l'expression du deuxième membre de l'équation (2.1), qui nécessite l'expression de l'accélération du véhicule

2.3.1.1 Calcul de l'accélération absolue $\vec{\gamma}_a$:

En utilisant les lois de composition des vitesses, l'accélération absolue au centre d'inertie du véhicule, confondu avec l'origine du repère associé au véhicule s'écrit :

$$\vec{\gamma}_a (C_G)_{Rv} = \vec{\gamma}_r (C_G)_{Rv} + \vec{\gamma}_c (C_G)_{Rv} + \vec{\gamma}_e (C_G)_{Rv} \quad (2.3)$$

$$\text{où : } \begin{cases} \vec{\gamma}_r & \text{accélération relative} \\ \vec{\gamma}_c = 2\vec{\omega}_{Rv/Ra} \wedge \vec{V}_r & \text{accélération de Coriolis} \\ \vec{\omega}_{Rv/Ra} & \text{vitesse angulaire de } Rv/Ra \\ \vec{\gamma}_e & \text{accélération d'entraînement} \\ \vec{V}_r & \text{vitesse relative du centre de gravité } C_G \text{ du véhicule} \end{cases}$$

2.3.1.2 Détermination de la vitesse relative \vec{V}_r

La vitesse relative du point O_v dans la repère R_v est nulle. L'accélération relative est obtenue par dérivation de cette vitesse, elle donc nulle elle aussi.

Or que $\vec{V}_r = \vec{0}$, donc $\vec{\gamma}_r = \vec{0}$

2.3.1.3 Détermination de l'accélération de Coriolis $\vec{\gamma}_c$

L'accélération de Coriolis s'obtient en effectuant le produit vectoriel de la vitesse de rotation $\vec{\omega}$ par la vitesse relative du centre de gravité \vec{V}_r .

Puisque la vitesse relative est nulle, l'accélération de Coriolis l'est aussi :

$$\vec{\gamma}_c = 2\vec{\omega} \wedge \vec{V}_r = \vec{0} \quad (2.4)$$

2.3.1.4 Détermination de l'accélération d'entraînement $\vec{\gamma}_e$

L'accélération d'entraînement est calculée de la manière suivante :

Dans un premier temps, on dérive la vitesse d'entraînement, donnée par la relation :

$$\vec{V}_e (C_G) = \vec{V}_a (O_v)_{Rv} \quad (2.5)$$

où $V_a (O_v)_{Rv}$ est la vitesse du point O_v par rapport au repère absolu

Nous obtenons :

$$\begin{aligned} \vec{\gamma}_e (C_G)_{Rv} &= \frac{d}{dt} (\vec{V}_e (C_G)_{Rv}) \\ &= \frac{d}{dt} (\vec{V}_a (O_v)) \\ &= \vec{\gamma}_a (O_v)_{Rv} \end{aligned} \quad (2.6)$$

L'accélération $\vec{\gamma}_a(O_v)_{Rv}$ s'obtient en dérivant $\vec{V}_a(O_v)_{Rv}$ dans le repère intermédiaire mobile :

$$\begin{aligned}\vec{\gamma}_a(O_v)_{Rv} &= \frac{d}{dt} \vec{V}_a(O_v) + \vec{\omega} \wedge \vec{V}_a(O_v) \\ &= \begin{pmatrix} \dot{v}_x \\ \dot{v}_y \\ 0 \end{pmatrix}_{Rv} + \begin{pmatrix} -\dot{\psi}v_y \\ \dot{\psi}v_x \\ 0 \end{pmatrix}_{Rv}\end{aligned}\quad (2.7)$$

$$\begin{aligned}&= \begin{pmatrix} \dot{v}_x - \dot{\psi}v_y \\ \dot{v}_y + \dot{\psi}v_x \\ 0 \end{pmatrix}_{Rv} \\ \vec{\gamma}_a(O_v)_{Rv} &= \begin{pmatrix} \dot{v}_x - \dot{\psi}v_y \\ \dot{v}_y + \dot{\psi}v_x \\ 0 \end{pmatrix}_{Rv}\end{aligned}\quad (2.8)$$

En remplaçant $\vec{\gamma}_a$ dans l'équation (2.1), on obtiendra :

$$m \begin{pmatrix} \dot{v}_x - \dot{\psi}v_y \\ \dot{v}_y + \dot{\psi}v_x \\ 0 \end{pmatrix} = \sum \vec{F}_{ext}\quad (2.9)$$

2.3.2 Mouvements de rotation

Pour traduire les mouvements de roulis et de tangage, on associe un repère lié à la caisse du véhicule, noté $R_c, (O_c, x_c, y_c, z_c)$. Ce repère est obtenu par deux rotations successives (tangage et roulis), et comme par hypothèse nous avons négligé ces deux types de mouvements, le repère lié à la caisse se trouve donc confondu avec le repère lié au véhicule.

Le calcul du moment dynamique est obtenu par dérivation du théorème de Koenig. Ce moment est exprimé dans le repère lié à la *caisse* R_c , défini comme suit :

$$\vec{K}(O_c)_{Rc} = \vec{K}(C_G)_{Rc} + \overrightarrow{OC_G} \wedge m\vec{\gamma}_a(C_G)_{Rc}$$

avec : $\begin{cases} \vec{K}(O_c)_{Rc} & \text{le moment dynamique en } O_c \text{ dans le repère } R_c \\ \vec{K}(C_G)_{Rc} & \text{le moment dynamique du centre de gravité du véhicule dans } R_c \\ \vec{\gamma}_a(C_G)_{Rc} & \text{l'accélération du centre de gravité du véhicule dans le repère } R_c \end{cases}$

Procédure de calcul :

Nous commençons par la détermination du moment cinétique

$$\vec{\sigma}(C_G) = I\vec{\Omega}'\quad (2.10)$$

où Ω' est la vitesse de rotation du repère caisse par rapport au repère absolu et I est la matrice des moments d'inertie du véhicule, elle prend la forme suivante :

$$I = \begin{pmatrix} I_x & 0 & 0 \\ 0 & I_y & 0 \\ 0 & 0 & I_z \end{pmatrix}\quad (2.11)$$

Remarque 2.1

On suppose que I_{xy}, I_{yz}, I_{xz} sont nuls du fait de la symétrie géométrique de l'automobile

La vitesse de rotation du repère lié au véhicule $\Omega'_{R_v} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}_{R_v}$

Pour des raisons d'homogénéité, Ω'_{R_v} sera exprimée dans le repère caisse

$$\Omega'_{R_c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix}_{R_c} \quad (2.12)$$

Le calcul du moment dynamique est obtenu en dérivant l'équation (2.10)

$$\begin{aligned} \vec{K}(C_G) &= \frac{d}{dt} (\vec{\sigma}(C_G)) \\ &= \frac{d}{dt} (\vec{\sigma}(C_G)) + \underbrace{(\vec{\omega} \wedge \vec{\sigma}(C_G))}_{=0} \\ &= \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ I_z \ddot{\psi} \end{pmatrix}_{R_c} \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\overrightarrow{OC_G} \wedge m \vec{\gamma}_a(C_G)_{R_c} = 0 \quad (2.14)$$

Après avoir calculé tout les éléments du moment dynamique en O_c , son expression finale est obtenue par la sommation (2.14) avec (2.13) qui doit être exprimée dans le repère caisse

$$\vec{K}(O_c)_{R_c} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ I_z \ddot{\psi} \end{pmatrix}_{R_c} \quad (2.15)$$

En remplaçant $\vec{K}(O_c)_{R_c}$ dans (2.2), on obtient :

$$\sum \vec{M}_0 = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ I_z \ddot{\psi} \end{pmatrix}_{R_c} \quad (2.16)$$

2.4 Le pneumatique

Lorsque le véhicule est en mouvement, tous les efforts externes qui lui sont appliqués, excepté les efforts aérodynamiques, sont générés à l'interface pneumatiques/ chaussée. Ces efforts se décomposent sous la forme de forces longitudinales (de freinage ou d'accélération), de forces latérales (de guidage), ainsi qu'un couple d'auto-alignement. Ces efforts déterminent le comportement routier du véhicule. Leurs amplitudes dépendent de l'adhérence et des forces d'appuis verticales agissent au niveau des deux trains et varient aussi au cours du temps sous l'effet des accélérations longitudinales ou latérales. On parle alors de report de charge.

Les forces latérales sont orthogonales à la direction de mouvement du pneumatique, elles prennent naissance lorsque la vitesse de la roue au point de contact présente un angle non nul avec son axe longitudinal. Cet angle est aussi appelé angle de dérive du pneumatique.

Les forces longitudinales sont dues à la présence d'un taux de glissement de la roue qui est lui-même dû à un écart entre la vitesse linéaire du point de contact et la vitesse d'avancement du véhicule. Chacune de ces forces induit à la fois des mouvements de translation dans le plan de la route mais aussi des moments de rotation.

2.4.1 Adhérence

L'adhérence du pneumatique dépend en premier lieu des caractéristiques du pneu (type, qualité, usure, pression de gonflage, température). Elle est généralement caractérisée par une variable $\mu \in]0; \simeq 1]$. La signification physique de μ dépend de sa valeur dans l'intervalle considéré. Lorsque $\mu \rightarrow 1$, l'adhérence est maximale et le contact pneu/sol est alors considéré comme excellent. A l'opposé, lorsque $\mu \rightarrow 0^+$, la chaussée est supposée verglacée, ce qui se traduit par une adhérence quasi nulle. Les coefficients intermédiaires correspondent à des chaussées humides ($\mu = 0.6$) et des chaussées très glissantes ($\mu = 0.3$). Les valeurs intermédiaires font la transition entre les types de chaussées. Souvent l'adhérence agit comme un terme proportionnel dans l'expression de la force.

2.4.2 Comportement longitudinal

Dans les phases d'accélération ou de freinage, un couple moteur ou de freinage est appliqué au pneumatique, une force longitudinale naît à la surface de contact. Le comportement longitudinal est caractérisé par la relation liant cette force longitudinale à la vitesse relative du pneumatique par rapport au sol, cette relation est définie comme étant la caractéristique d'adhérence longitudinale du pneumatique sur le sol. La vitesse relative du pneumatique par rapport au sol définit un glissement longitudinal sans dimension, exprimé en pourcent.

Pour la roue i , on définit le taux de glissement longitudinal comme suit :

$$\begin{cases} \lambda_i = \frac{r_{roue_i} \omega_{roue_i}}{v_{x_i}} - 1 < 0 & \text{si } v_{x_i} > r_{roue_i} \omega_{roue_i} \Rightarrow \text{freinage} \\ \lambda_i = 1 - \frac{r_{roue_i} \omega_{roue_i}}{v_{x_i}} > 0 & \text{si } v_{x_i} < r_{roue_i} \omega_{roue_i} \Rightarrow \text{traction} \end{cases} \quad (2.17)$$

Où ω_{roue_i} et r_{roue_i} sont respectivement la vitesse angulaire de la roue et son rayon effectif, v_{x_i} est la vitesse linéaire du centre de la roue.

2.4.3 Comportement transversal

Les forces transversales ou connues sous le nom de forces de guidage prennent naissance lorsqu'il y a présence simultanée d'un angle de dérive et d'une force d'appui verticale. Cet angle de dérive

est défini dans ce cas comme l'angle à la surface de contact pneu/sol entre l'axe longitudinal de la roue et le vecteur vitesse du point de contact.

Expression de l'angle de dérive des pneumatiques

L'angle de dérive des pneumatiques noté α_i peut être calculé comme suit : D'après la figure (2.3) :

$$\alpha_i = \arctan\left(\frac{v_y}{v_x}\right) \quad (2.18)$$

où $i = 1$ à 4 l'indice des roues Le vecteur vitesse du point M est calculé par :

$$\begin{aligned} \vec{V}_M &= \frac{d}{dt} (\overrightarrow{O_a M_i}) \\ &= \frac{d}{dt} (\overrightarrow{O_a O_v}) + \left(\frac{d}{dt} \overrightarrow{O_v M_i} \right) \end{aligned}$$

Les dérivées de vecteurs sont respectivement :

$$\frac{d}{dt} (\overrightarrow{O_a O_v}) = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{pmatrix}$$

Remarque 2.2 Dans notre cas, on néglige la chasse du pneumatique ($\eta_{t_i} = 0$), on suppose aussi que les différents angles sont faibles. On utilise l'approximation du modèle **bicyclette** du fait de la symétrie, correspondant à $s_{av} = 0$

$$\frac{d}{dt} (\overrightarrow{O_v O M_i}) = \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{\psi} l_f \\ 0 \end{pmatrix}_{R^v} \quad (2.19)$$

Exprimons maintenant le vecteur vitesse dans le repère lié à la roue :

$$(V_{M_i})_{R_r} = \theta_{v \rightarrow r} (V_{M_i})_{R_v}$$

Le passage du repère véhicule R_v au repère roue R_r est donné par la matrice de rotation $\theta_{v \rightarrow r}$:

$$\Theta_{v \rightarrow r} = \begin{bmatrix} \cos(\delta_i) & \sin(\delta_i) & 0 \\ -\sin(\delta_i) & \cos(\delta_i) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2.20)$$

Remarque 2.3 δ_i représente l'angle de braquage des roues, où l'indice i est employé pour la numérotation des roues, $i = 1 \dots, i = 4$

En multipliant (2.20) par (2.19), l'expression finale de la vitesse vaut :

$$\begin{pmatrix} v_x \cos(\delta_i) + (v_y + \dot{\psi} l_f) \sin(\delta_i) \\ -v_x \sin(\delta_i) + (v_y + \dot{\psi} l_f) \cos(\delta_i) \\ 0 \end{pmatrix}_{R^r}$$

A partir de l'équation (2.18), l'expression de l'angle de dérive du pneumatique est :

$$\alpha_i = \tan^{-1} \left(\frac{v_x \cos(\delta_i) + (v_y + \dot{\psi} l_f) \sin(\delta_i)}{-v_x \sin(\delta_i) + (v_y + \dot{\psi} l_f) \cos(\delta_i)} \right) \quad (2.21)$$

Angle de dérive des roues avant

Du fait de la symétrie du véhicule, l'angle de dérive de la roue droite est égal à l'angle de dérive de la roue avant gauche)

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \delta_f - \left(\frac{v_y + l_f \dot{\psi}}{v_x} \right) \quad (2.22)$$

Angle de dérive des roues arrière

Nous considérons dans notre cas, que seules les roues avant sont directrices. De plus, pour le calcul des angles de dérive arrières, on remplace l_f par $-l_r$

$$\alpha_3 = \alpha_4 = - \left(\frac{v_y - l_r \dot{\psi}}{v_x} \right) \quad (2.23)$$

2.5 Modèle du pneumatique

La modélisation des forces d'interaction entre la roue et le sol et des phénomènes de frottement en général, est le centre d'intérêt de nombreuses recherches. Il existe principalement deux types de modèles de pneumatique dans la littérature :

2.5.1 Les modèles dynamiques

On entend par cette appellation que l'interaction pneu/sol est décrite par des lois de la physique. Ces modèles sont fondés sur une représentation simplifiée du comportement mécanique du pneumatique qui permet de calculer le torseur d'efforts (force latérale, longitudinale et verticale) faisant intervenir les phénomènes d'hystérésis. Ces modèles prennent aussi en compte des phénomènes observés lors de changement de points de fonctionnement du pneumatique. On peut en particulier se référer aux travaux très avancés présentés dans [CAN 01, QU 00].

2.5.2 Les modèles empiriques statiques

Les modèles dit empiriques sont les plus souvent utilisés dans les laboratoires de recherche et dans l'industrie de l'automobile. Dans ce type de modèle, le comportement du pneumatique est décrit par des fonctions algébriques, fonction des expressions analytiques des deux variables λ_i et α_i , capables de reproduire les mesures effectuées sur ce pneumatique. De nombreux modèles existent, les deux principaux modèles sont dus à Pacejka et Dugoff, [PAC 79, BAK 89, GIM 90].

2.5.2.1 Modèle du Dugoff

Ce modèle repose sur la formulation analytique de la force latérale et longitudinale en fonction de taux glissement λ_i , de l'angle de glissement α_i , de la force normale et des raideurs pneumatiques C_{x_i}, C_{y_i} . Ce modèle permet de tenir compte de manière simple du couplage longitudinal et latéral. Pour chaque pneumatique, on définit :

$$f_{xi} = C_{x_i} \frac{\lambda_i}{1 - \lambda_i} f_i \quad (2.24a)$$

$$f_{yi} = C_{y_i} \frac{\tan \alpha_i}{1 - \lambda_i} f_i \quad (2.24b)$$

avec

$$f_i = \begin{cases} (2 - \sigma_i) \sigma_i & \text{si } \sigma_i < 1 \\ 1 & \text{si } \sigma_i \geq 1 \end{cases}$$

et

$$\sigma_i = \frac{(1 - \lambda_i) \mu F_{ni}}{2 \sqrt{C_{xi}^2 \lambda_i^2 + C_{yi}^2 \tan^2 \alpha_i}}$$

Notons que dans le cas où le pneumatique ne sature pas ($\sigma_i = 1$), les formules précédentes se simplifient et deviennent linéaires.

2.5.2.2 Modèle de Pacejka quasi-statique

La communauté scientifique utilise ce modèle connu sous le nom *formule magique* [BAK 89]. C'est un modèle statique non linéaire, il tient compte de beaucoup de paramètres identifiés sur la base de mesures, et permet d'approcher au mieux le comportement longitudinal et latéral du pneumatique. On a décrit le modèle du pneumatique en calculant les forces longitudinales, latérales, le moment d'auto-alignement respectivement en fonction du glissement longitudinal et de l'angle de dérive des pneumatiques [PAC 02]. Le modèle, est alors donné par la formule générale :

$$y = (y_i(x)) = (D_i \sin(C_i \arctan(B_i x - E_i(B_i x - \arctan(B_i x)))))) \quad (2.25)$$

$$Y(x_i) = y_i(x) + S_v$$

$$x = X + S_h$$

$$Y(x) = (y_i) = [F_x, F_y, M_z]$$

avec $y, Y, S_v \in \mathbb{R}^3, x, X, S_h \in \mathbb{R}^2$

$$Y(x_i) = \begin{pmatrix} \text{Force de traction } F_x \\ \text{Force latérale } F_y \\ \text{Moment d'auto-alignement} \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} \text{Glissement latéral } \alpha \\ \text{Glissement longitudinal } \lambda \end{pmatrix}$$

B_i : Vecteur de raideur de dérive C_i : Facteur de forme

D_i : Facteur de pic S_v : Biaises vertical

E_i : Facteur de courbure S_h : Biaises horizontal

où ces coefficients dépendent des caractéristiques des pneumatiques, des conditions d'adhérence et des paramètres du véhicule.

2.5.3 Comportement découplé

Dans le cas de faible glissement, nous considérons que les forces latérales et les forces longitudinales appliquées au pneumatique sont découplées.

Effort longitudinal à glissement longitudinal pur

Il s'agit de la force de réaction du sol sur le véhicule pendant le freinage ou la traction. Compte tenu de la formule (2.25), l'effort longitudinal pur en fonction du glissement longitudinal λ peut se mettre sous la forme suivante :

$$F_{xi}^t = D_{xi} \sin(C_{xi} \arctan(B_{xi}(1 - E_{xi})\lambda_i + E_{xi} \arctan(B_{xi}\lambda_i))) \quad (2.26)$$

Effort transversal à angle de dérive pur

Il s'agit de la réaction du sol sur le véhicule pendant le braquage des roues. L'effort latéral pur est fonction de l'angle de la dérive α , et est défini par :

$$F_{yi}^t = D_{yi} \sin(C_{yi} \arctan(B_{yi}(1 - E_{yi})\alpha_i + E_{yi} \arctan(B_{yi}\alpha_i))) \quad (2.27)$$

Moment d'auto-alignement à angle de dérive pur

Le moment d'auto-alignement est généré par les pneumatiques, tend à ramener la roue dans son plan longitudinal. Sous l'hypothèse de découplage, ce couple M_z est fonction uniquement de l'angle de dérive.

$$M_z^t = D_{mi} \sin(C_{mi} \arctan(B_{mi}(1 - E_{mi})\alpha_i + E_{mi} \arctan(B_{mi}\alpha_i))) \quad (2.28)$$

Remarque 2.4 Les coefficients a_i, b_i, c_i peuvent être déterminés expérimentalement en connaissant la force normale F_{zi}^t

2.5.4 Comportement couplé

Lorsque le pneumatique est sollicité simultanément selon son axe longitudinal et transversal il apparaît que ces efforts sont couplés, en d'autres termes qu'il existe une relation entre l'effort longitudinal et l'effort latéral. La relation liant la force transversale à la force longitudinale est connue sous le nom des ellipses de frictions. Ces dernières ont pour rôle de mettre en évidence les caractéristiques limites de fonctionnement des pneumatiques. Le comportement couplé apparaît dans l'expression des forces latérale et longitudinale :

$$F_x = \left(\frac{\sigma_x}{\sigma_*} \right) F_{xi}(\lambda_{max}\sigma_*) \quad (2.29a)$$

$$F_y = \left(\frac{\sigma_y}{\sigma_*} \right) F_{yi}(\alpha_{max}\sigma_*) \quad (2.29b)$$

où : $\sigma_x = \frac{\lambda}{\lambda_{max}}$, $\sigma_y = \frac{\alpha}{\alpha_{max}}$ et $\sigma_* = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}$

La figure (2.4) illustre la variation de la caractéristique latérale et longitudinale pour différents taux de glissement et angles de dérive.

Pour décrire le comportement des forces de contact, on utilise la loi de frottement de Coulomb. En effet, la relation reliant la force normale F_{zi} aux forces F_{xi} et F_{yi} peut ainsi prendre la forme suivante :

$$\left\| \vec{F}_{yi} + \vec{F}_{xi} \right\| \leq C_b F_{zi} \quad (2.30)$$

Ceci est vérifié sous l'hypothèse de frottement de Coulomb, où C_b est la constante associée à la relation de Coulomb.

L'équation (2.30) va nous permettre de définir les *Ellipses de friction*. Ces dernières ont pour objectif de montrer l'effet du couplage des deux modes longitudinal et latéral. Cette formule, peut être écrite sous une autre forme :

$$\frac{F_{yi}^2 + F_{xi}^2}{F_{zi}^2} \leq \mu \quad (2.31)$$

où μ : est le coefficient d'adhérence. On trace des abaques des forces longitudinales et latérales pour différentes conditions de λ, α données et avec des paramètres fixés tel que la vitesse et la

force normale comme le montre sur la figure 2.5(a). Ces abaques ont pour objectif de définir les limites d'adhérences. Par exemple, si la force longitudinale est maximale, d'après la formulation de Coulomb, le pneumatique ne peut générer une force latérale permettant le guidage du véhicule. La norme des forces d'adhérence se limite à celle de la force longitudinale. En revanche dans la cas où la force longitudinale est inférieure au seuil de Coulomb, l'adhérence revient. Le contrôle de la force latérale peut être réalisé en diminuant suffisamment les forces de freinage.

2.5.5 Expression des efforts latéraux et longitudinaux

En se référant à la figure (2.5(b)), qui représente l'évolution de la force latérale en fonction de l'angle de dérive, on peut délimiter trois zones de fonctionnement :

2.5.5.1 La zone de pseudo-glisement linéaire

Dans cette zone, les forces de contact peuvent être assimilées à la tangente à l'origine.

2.5.5.2 La zone de pseudo-glisement et glissement

Le véhicule reste contrôlable et le pneumatique est utilisé dans la limite de ses capacités.

2.5.5.3 La zone de glissement totale

Dans ce cas, la force de contact est saturée, le véhicule perd de sa manoeuvrabilité.

2.5.5.4 Effort latéral

Dans la plupart des modèles dynamiques linéaires de véhicules, on utilise un modèle de force de contact linéaire. En notant c_i le coefficient de raideur du pneumatique, on définit les forces de guidage latéral par :

$$F_{yi}^t = \mu c_i \alpha_i \quad (2.32)$$

Lorsque ces forces seront associées au modèle bicyclette, on utilisera généralement des coefficients de raideur identique pour les deux pneus avant d'une part et les deux pneus arrières d'autre part. On notera alors

$$\begin{cases} c_f = c_1 = c_2 \\ c_r = c_3 = c_4 \end{cases} \quad (2.33)$$

Comme nous l'avons signalé, la force normale F_{zi} agit sur le coefficient de raideur c_i en créant un enfoncement du pneumatique. On obtient une formulation plus exacte de la force latérale par :

$$\frac{F_{yi}^t}{F_{zi}^t} = \mu c'_i \alpha_i \quad (2.34)$$

Le coefficient $c'_i = \frac{c_i}{F_{zi}}$ est appelé coefficient de raideur normalisé du pneumatique.

Cette modélisation même très simpliste des phénomènes d'interaction permet d'élaborer des modèles linéaires de véhicule qui prennent en compte la dérive. Ces modèles peuvent servir à étudier la dynamique et permettent de mettre en évidence les principales caractéristiques du véhicule et d'évaluer l'influence des différents paramètres comme l'adhérence, la masse ou la vitesse. Ces modèles sont aussi ceux qui sont utilisés pour la synthèse de lois de commande.

Quoi qu'il en soit, le modèle linéaire perd sa validité lorsque l'angle de dérive devient important. En général ce modèle reste valide lorsque α_i ne dépasse pas quelques degrés. Au-delà, on observe des phénomènes de saturation et un modèle non linéaire est alors souvent nécessaire.

2.5.5.5 Effort longitudinal

Nous devons faire un rappel sur la façon de décrire la force longitudinale (2.5(b)) fonction de glissement longitudinal λ

$$F_{x_i} = K_{pneu_{longi}} \text{sat}\left(\frac{\lambda}{\lambda_{max}}\right) \quad (2.35)$$

où $K_{pneu_{longi}}$ est le coefficient de raideur des pneumatiques (supposé le même pour toutes les roues (i), λ_{max} est la valeur maximale positive du glissement longitudinal λ dans la zone de pseudo-glissement linéaire.

Remarque 2.5 *Sous l'hypothèse de roulement sans glissement au contact pneumatique/chaussée cela veut dire que l'équation (2.17) égale à zéro ($\lambda = 0$), cela va nous permettre d'écrire le modèle sans l'expression de la force F_{x_i} .*

Nous examinons dans le reste de ce chapitre un modèle simplifié de la chaîne cinématique et de la transmission du véhicule. Nous donnons les principales relations qui lient la dynamique de la vitesse de rotation du moteur aux couples appliqués aux pneumatiques.

2.6 Modèle de la chaîne cinématique et de transmission

On présente sur la figure 2.6 les différents organes intervenant dans la dynamique longitudinale, ces sous-systèmes sont constitués du groupe moteur, de la chaîne cinématique, du système de freinage, du groupe embrayage ou convertisseur de couple, de la transmission, ainsi que des roues. La transmission et la chaîne cinématique servent de lien entre la puissance générée (moteur et freinage) et le mécanisme de dissipation externe (forces de traction et forces latérales). Elles ont comme entrées le couple moteur et le couple de freinage et comme sortie, le glissement de la roue qui permet de générer les forces de traction ou du freinage.

2.6.1 Modélisation de la chaîne cinématique

Le mouvement de rotation de chaque roue peut être décrit par :

$$J_{roue_i} \dot{\omega}_{roue_i} = \epsilon_1 T_{essieu} - \epsilon_2 T_{fr_i} - r_{roue_i} F_{x_i}^r \quad (i = 1 \text{ à } 2) \quad (2.36a)$$

$$J_{roue_i} \dot{\omega}_{roue_i} = \epsilon_3 T_{fr_i} - r_{roue_i} F_{x_i}^r \quad (i = 3 \text{ à } 4) \quad (2.36b)$$

où :

- ω_{roue_i} est la vitesse de rotation de la roue i , r_{roue_i} est le rayon de la roue i
- T_{essieu} est le couple moteur appliqué sur l'essieu avant
- T_{fr_i} est le couple de freinage appliqué sur la roue i
- ϵ_1 présente la distribution du couple sur l'essieu vis-à-vis du différentiel

2.6.2 Modélisation de la transmission

Le couple appliqué à l'essieu est obtenu à la sortie de la boîte de transmission, son équation est donnée par [NOU 02] :

$$T_{essieu} = \frac{1}{R_{g_j} R_d} T_m \quad (2.37a)$$

$$\omega_m = \frac{1}{R_{g_j} R_d} \omega_{roue_{moy}} \quad (2.37b)$$

avec

- R_{g_j} : la valeur du rapport de vitesse ($j = 1$ à 5)
- R_d : le rapport du différentiel
- ω_m : la vitesse de rotation sur l'arbre du moteur

2.6.3 Modélisation du moteur

La version simplifiée d'un modèle du moteur thermique à essence peut être décrite par deux états, la masse d'air (m_a) dans la chambre d'admission et le régime moteur (ω_m). Le modèle a comme entrée l'angle de papillon α_p , et comme sortie T_m , le couple net généré par le moteur. La première équation traduit le mouvement de rotation du vilebrequin. Elle est régie par :

$$J_m \dot{\omega}_m = T_m - T_{ch} \quad (2.38)$$

où, J_m est le moment d'inertie polaire du moteur, $\dot{\omega}_m$ est l'accélération angulaire du vilebrequin, T_m , T_{ch} sont le couple généré par le moteur et le couple de charge sur l'arbre de sortie.

La deuxième équation est :

$$\dot{m}_a = (\dot{m}_{a_e} - \dot{m}_{a_s}) \quad (2.39)$$

\dot{m}_a est le débit massique d'air dans la chambre d'admission et $\dot{m}_{a_e} - \dot{m}_{a_s}$ sont respectivement les débits massiques d'air entrant et sortant de la chambre d'admission. Le débit massique \dot{m}_{a_e} s'écrit sous la forme suivante :

$$\dot{m}_{a_e} = MAX.TC(\alpha_p).PRI(m_a) \quad (2.40)$$

où MAX représente le débit maximum au travers la valve d'admission, TC est la caractéristique normalisée du papillon et PRI est la fonction normalisée d'influence de la pression.

On présente sur les figures 2.8(b), 2.7(b), 2.7(c) et 2.7(d) l'allure des différentes variables intervenant dans la description du modèle du moteur. L'entrée de commande du moteur 2.8(b) est un créneau. En réponse à cette entrée, les figures 2.7(c) et 2.7(d), donnent le régime moteur et la pression dans la chambre d'admission. Ils correspondent à l'ordre de grandeur pour un angle de papillon variant entre 20° et 40° . La sortie du moteur décrite par la réponse du couple moteur 2.7(d), la valeur du couple en régime permanent n'excède pas la valeur de $150N.m$ ce qui est correct.

2.6.4 Expression des forces longitudinales et latérales

Les efforts de suspensions et d'amortisseurs sont négligés. A partir de cette hypothèse, les expressions des forces projetées sur les deux axes du repère véhicule R_v prennent la forme suivante :

Sur l'axe longitudinal x_v :

$$F_{long_i}^v = F_{x_i}^r \cos(\delta_i) - F_{y_i}^r \sin(\delta_i) \quad (2.41)$$

Sur l'axe latéral y_v :

$$F_{late_i}^v = F_{x_i}^r \sin(\delta_i) + F_{y_i}^r \cos(\delta_i) \quad (2.42)$$

Remarque 2.6 On considère que les forces latérale et longitudinale sont découplées du fait d'un faible angle de braquage. Ceci implique $\cos \delta \approx 1$ et $\sin \delta \approx 0$

En développant les deux équations ci-dessus, et en tenant compte de la remarque (2.6), on complète les équations par les efforts qui sont dus à la résistance de l'air et les forces de roulement. Au final, ces efforts s'expriment ainsi :

$$\begin{pmatrix} F_{long_i}^v \\ F_{lat_i}^v \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{x_i}^r - F_{air_{long}} \\ F_{y_i}^r - F_{air_{lat}} \\ 0 \end{pmatrix}_{R_v} \quad (2.43)$$

$F_{air_{long}} = C_x v_x^2$, $F_{air_{lat}} = C_y v_y^2$ sont respectivement les forces aérodynamiques.

2.7 Simplification du modèle

Afin d'exprimer les différentes dynamiques régissant le comportement du véhicule, nous avons besoin de quelques hypothèses, permettant de réduire encore la complexité du modèle.

2.7.1 Hypothèses simplificatrices

- 1) On considère aussi que seules les roues avant du véhicule sont directrices ce qui implique que : $\delta_3 = \delta_4 = 0$.
- 2) Le véhicule roule sans glissement (aucun glissement longitudinal au contact pneumatiques/chaussée, $\lambda = 0$)
- 3) On utilise la symétrie du véhicule pour projeter sur l'axe longitudinal afin de réduire le modèle 4 roues en un modèle de type bicyclette

$$F_{yf}^r = F_{lat_1}^r + F_{lat_2}^r \quad (2.44)$$

$$F_{yr}^r = F_{lat_3}^r + F_{lat_4}^r \quad (2.45)$$

$$F_{lat}^r = F_{yf}^r + F_{yr}^r \quad (2.46)$$

2.8 Expression des efforts extérieurs

En remplaçant les différentes quantités et en appliquant les hypothèses citées ci-dessus, les équations du mouvement de translation du véhicule peuvent se mettre sous la forme suivante :

$$\begin{cases} m(\dot{v}_x - \dot{\psi}v_y) = F_{x_i}^r - C_x v_x^2 \\ m(\dot{v}_y + \dot{\psi}v_x) = F_{lat}^r - C_y v_y^2 \end{cases} \quad (2.47)$$

2.8.1 Expression de la dynamique de rotation des roues

On suppose que seules les roues avant (gauche, droite) sont tractrices [NOU 02]. Le calcul du mouvement de rotation pour chaque roue donne :

$$T_{essieu} - r_{roue}F_{x_i} - T_{fr_i} - r_{roue}F_{roul_i} = \bar{J}_{roue}\dot{\omega}_{roue_i} \quad i = 1 \text{ à } 2 \quad (2.48a)$$

$$-r_{roue}F_{x_i} - T_{fr_i} - r_{roue}F_{roul_i} = J_{roue}\dot{\omega}_{roue_i} \quad i = 3 \text{ à } 4 \quad (2.48b)$$

où, F_{roul_i} est la force de résistance au roulement, $\bar{J}_{roue_{av}}$ est la somme de l'inertie du groupe transmission et de l'inertie du moteur ramenée à l'axe de la roue avant :

$$\bar{J}_{roue_{av}} = J_{roue_{av}} + \frac{J_m}{(R_{g_i}R_d)^2} \quad (2.49)$$

$J_{roue_{ar}}$, $J_{roue_{av}}$ sont les moments d'inertie des roues arrière et avant.

Sous l'hypothèse que $\dot{\omega}_{roue_1} = \dot{\omega}_{roue_2} = \dot{\omega}_{roue_{av}}$, $\dot{\omega}_{roue_3} = \dot{\omega}_{roue_4} = \dot{\omega}_{roue_{ar}}$ et en faisant la somme des équations (2.48a) et (2.48b), ceci permet d'exprimer les forces F_{x_i} . Par la suite, on la remplace dans la première équation de (2.47), on obtient donc :

$$m(\dot{v}_x - \dot{\psi}v_y) = \frac{1}{r_{roue}} [T_{essieu} - T_{fr} - T_{roul} - \bar{J}_{roue}\dot{\omega}_{roue_{av}} - J_{roue}\dot{\omega}_{roue_{ar}}] - C_x v_x^2 \quad (2.50)$$

$$\text{où : } T_{fr} = \sum_{i=1}^{i=4} T_{fr_i}, \quad T_{roul} = \sum_{i=1}^{i=4} T_{roul_i}$$

L'hypothèse (2) est satisfaite, on a : $\lambda = 0$ permet d'écrire la relation :

$$v_{x_i} = r_{roue_i}\omega_{roue_i} \quad (2.51)$$

et donc :

$$\dot{v}_x = r_{roue}\dot{\omega}_{roue} \quad (2.52)$$

On admet aussi que :

$$\dot{\omega}_{roue_{av}} = \dot{\omega}_{roue_{ar}} = \frac{\dot{v}_x}{r_{roue}}$$

En substituant les équations (2.8.1), (2.49) et (2.37a) dans l'équation (2.50) :

$$Tm - R_{g_i}R_{d_{roue}}(T_{frein} + T_{roul} + r_{roue}C_x V_x^2) = \frac{1}{R_{g_i}R_{d_{roue}}} [J_m + (R_{g_j}R_d)^2 + (J_{roue_{ar}} + J_{roue_{av}} + mr_{roue}^2)](\dot{v}_x - \dot{\psi}v_y) \quad (2.53)$$

On appellera par la suite J_{eff} , l'inertie effective donnée par :

$$J_{eff} = \frac{(J_m + (R_{g_j}R_d)^2)(J_{roue_{ar}} + J_{roue_{av}} + mr_{roue}^2)}{R_{g_j}R_d}$$

Finalement, on suppose que le produit du rapport $R_{g_j}R_d$ est égal à 1. Ceci revient à considérer que le rapport de vitesse est bloqué sur le premier rapport. L'équation (2.53) peut se mettre sous la forme :

$$\dot{v}_x = \frac{T_c - T_{roul}}{I_{eff}} - \frac{C_x v_x^2}{m} + \dot{\psi}v_y \quad (2.54)$$

avec $T_c = T_m - T_{frein}$, le couple composite.

2.8.2 Expression de la dynamique de translation latérale

On se sert de l'hypothèse (3) qui assure la linéarité des forces de contact. Les forces latérales sur la partie avant et arrière prennent la forme :

$$\begin{cases} F_{yf} = 2c_f \left(\delta_f - \frac{v_y + l_f \dot{\psi}}{v_x} \right) \\ F_{yr} = 2c_r \left(\frac{v_y - l_r \dot{\psi}}{v_x} \right) \end{cases} \quad (2.55)$$

En appliquant les différentes hypothèses émises, la deuxième équation de (2.47) se résume à :

$$\dot{v}_y = \frac{F_{yf} + F_{yr} - C_y v_y^2}{m} - v_x \dot{\psi}$$

2.9 Expression des moments extérieurs

On détermine maintenant les expressions des moments extérieurs appliqués au véhicule. Compte tenu de la non considération des mouvements de roulis et de tangage, ces moments se résument en un seul moment de lacet, autour de l'axe z . Il est dû aux deux forces latérales F_{yf} et F_{yr} :

$$I_z \dot{\psi} = l_f (F_{yf} - l_r F_{yr}) \quad (2.56)$$

La dynamique de rotation du véhicule est limitée uniquement au mouvement du lacet. Désormais l'équation (2.56) peut s'écrire sous la forme suivante :

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} \left[l_f 2c_f \left(\delta_f - \frac{v_y + l_f \dot{\psi}}{v_x} \right) - l_r 2c_r \left(\frac{v_y - l_r \dot{\psi}}{v_x} \right) \right]$$

2.10 Expression finale du modèle du véhicule

L'écriture finale de la dynamique simplifiée du véhicule peut se mettre sous la forme suivante :

$$\dot{v}_x = \frac{T_c - T_{rr}}{I_{eff}} - \frac{C_x v_x^2}{m} + v_y \dot{\psi} \quad (2.57)$$

$$\dot{v}_y = \frac{F_{yf} + F_{yr} - C_y v_y^2}{m} - v_x \dot{\psi} \quad (2.58)$$

$$\ddot{\psi} = \frac{1}{I_z} [l_f F_{yf} - l_r F_{yr}] \quad (2.59)$$

Les équations (2.57) et (2.58) représentent respectivement la dynamique de translation longitudinale et la dynamique de translation latérale, et l'équation (2.59) représente le mouvement de lacet.

2.11 Analyse du couplage

L'objet de cette analyse est de mieux comprendre la dynamique de couplage en vue de concevoir des lois de commande latérale et longitudinale. On remarque que les deux dynamiques s'affectent

mutuellement en examinant simplement les équations dynamiques établies précédemment. La force longitudinale est fonction de l'angle de braquage. De même, la force latérale a une composante dans la direction longitudinale (2.41), elle affecte donc l'accélération longitudinale. On peut signaler aussi que la vitesse latérale influe sur la dynamique longitudinale par l'intermédiaire de la vitesse de lacet. La dynamique longitudinale affecte la dynamique latérale par la présence d'une composante de la force longitudinale dans l'expression de la dynamique latérale. La vitesse longitudinale affecte aussi la dynamique de l'accélération latérale. On constate finalement les deux termes du couplage qui sont explicitement décrits dans les équations (2.57) et (2.58). Nous donnons un aperçu de ces couplages sur les figures 2.8(b), 2.8(a) et 2.8(c). On y voit l'influence de la dynamique latérale sur la dynamique longitudinale et inversement.

2.12 Conclusion

Dans ce chapitre, un modèle qui régit le comportement couplé latéral et longitudinal du véhicule a été établi en appliquant les principes fondamentaux de la dynamique. Dans un premier temps, pour exprimer les efforts qui s'appliquent sur le véhicule, nous avons été amenés à décrire le modèle du pneumatique. Dans un second temps, nous nous sommes intéressés à la dynamique de la partie chaîne de transmission et motorisation. Pour clore ce chapitre, nous avons fait une analyse des couplages des modes longitudinal et latéral. Le modèle simplifié obtenu sera utilisé pour la synthèse des lois de commandes. Par ailleurs, comme le véhicule doit se positionner par rapport à la route ou à un autre véhicule, le chapitre suivant sera consacré à l'expression des équations cinématiques et dynamiques des grandeurs de positionnement.

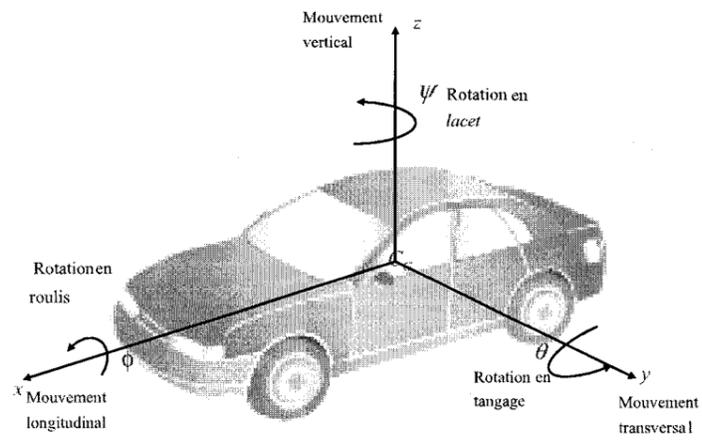


FIG. 2.1 – Degrés de liberté du véhicule

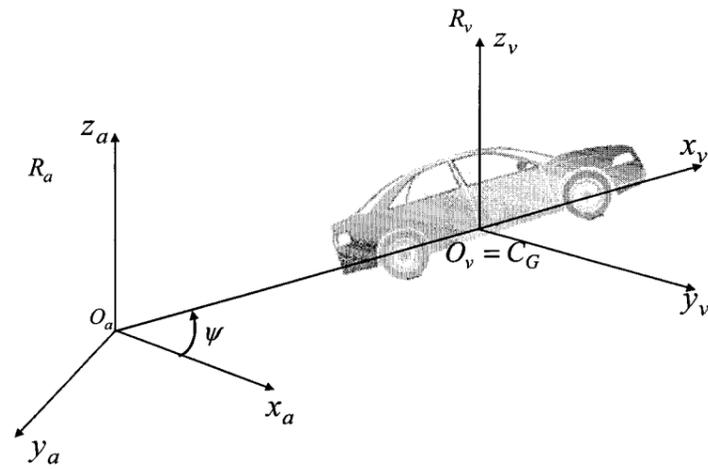


FIG. 2.2 – Illustration du changement de repère

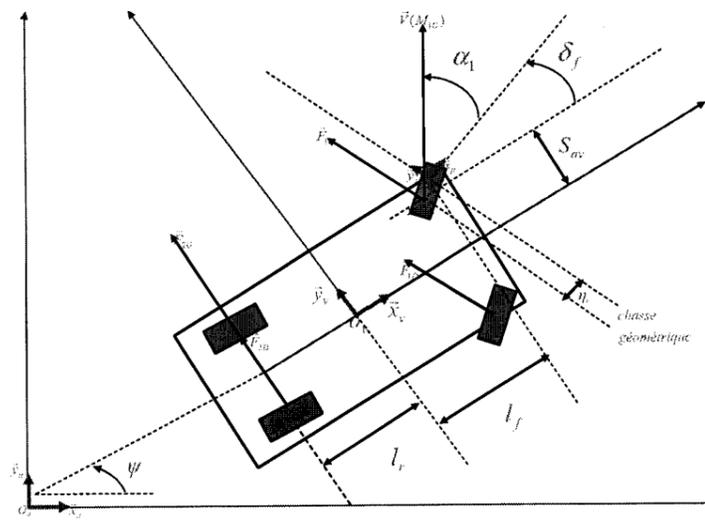


FIG. 2.3 – Angle de dérive de la roue avant gauche

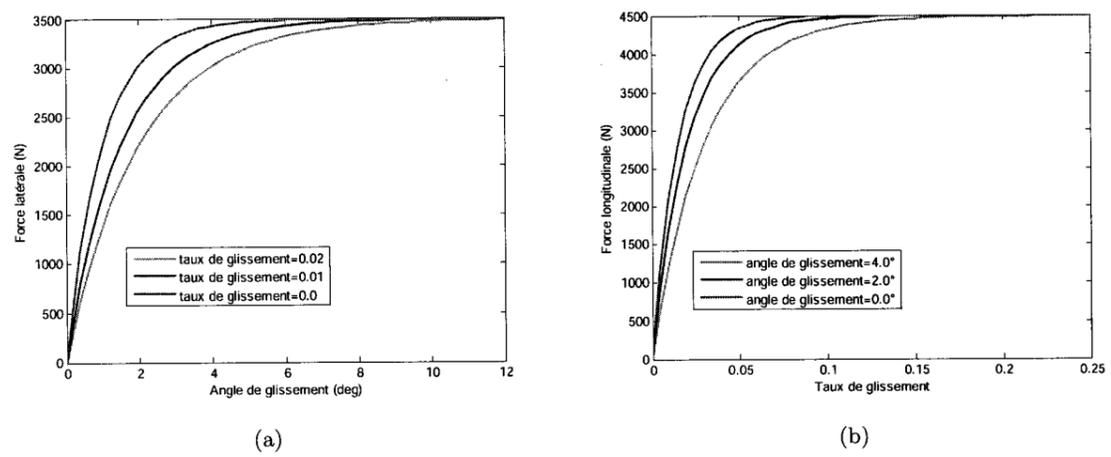


FIG. 2.4 – Forces couplées appliquées aux pneumatiques

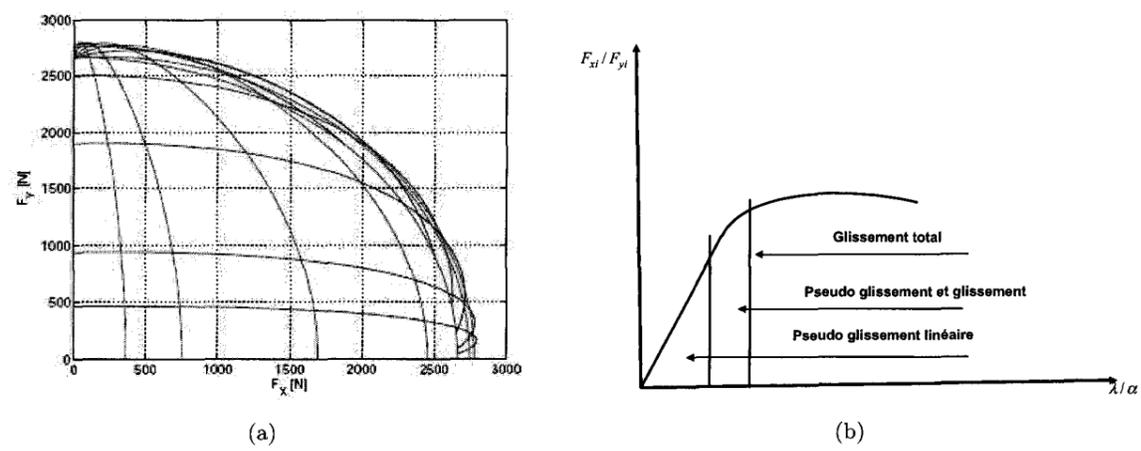


FIG. 2.5 – (a) : Représentation de l'ellipse de friction et (b) : zones de linéarité et de non linéarité de la force de contact

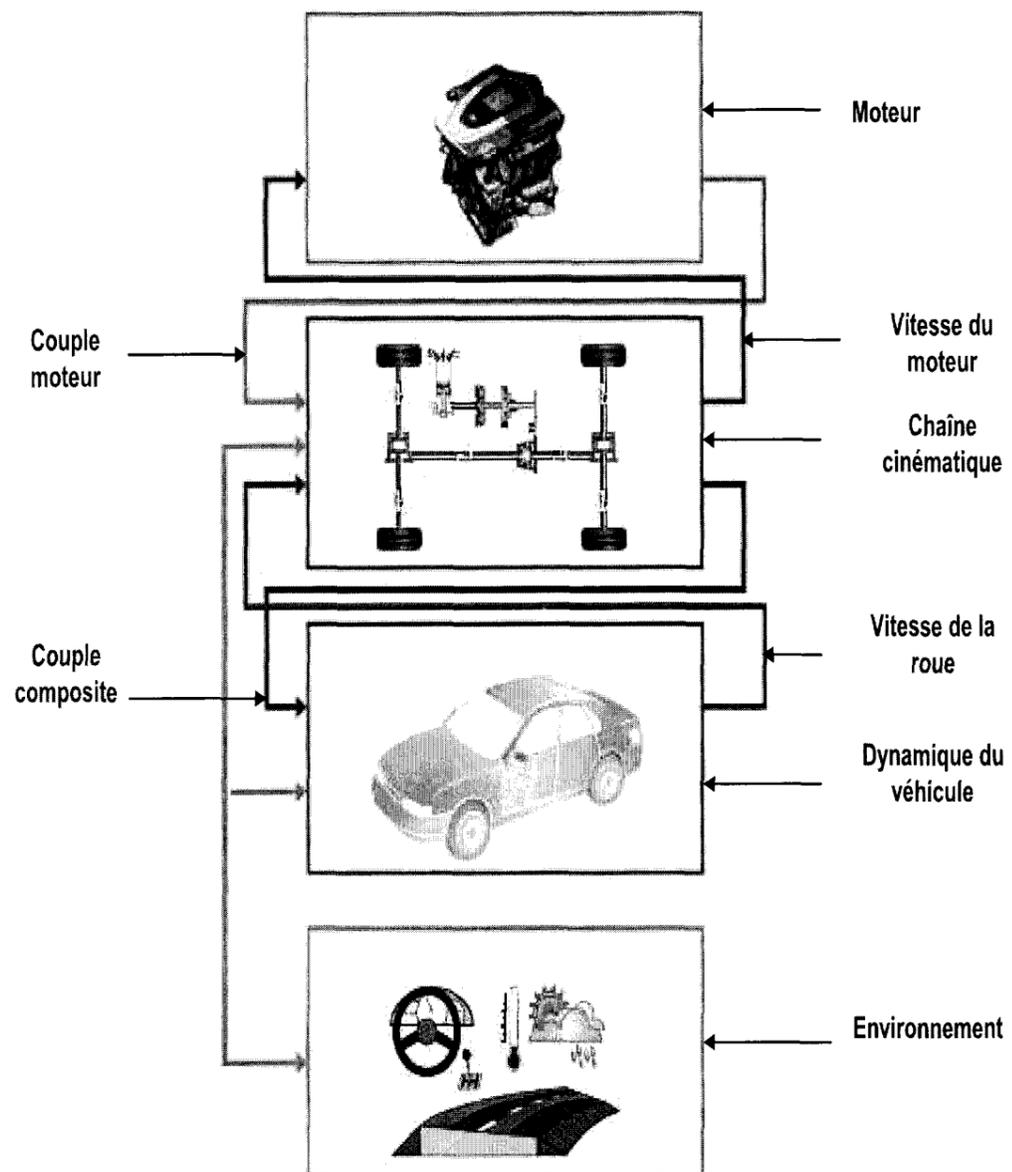


FIG. 2.6 – Schéma résumant la dynamique de transmission d'un véhicule

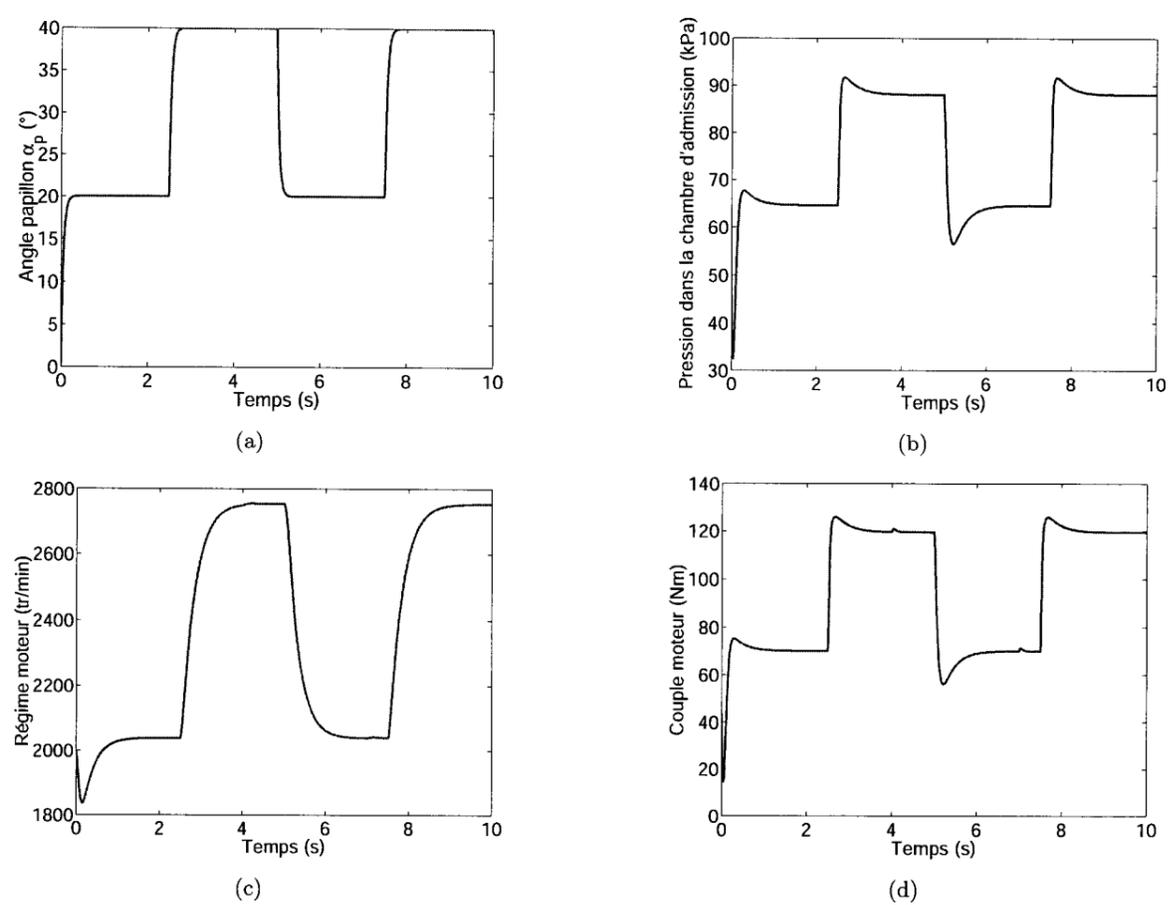


FIG. 2.7 – Simulation du modèle du moteur, (a) : Angle du papillon, (b) : Pression dans la chambre d'admission, (c) : Régime moteur, (d) : Couple moteur

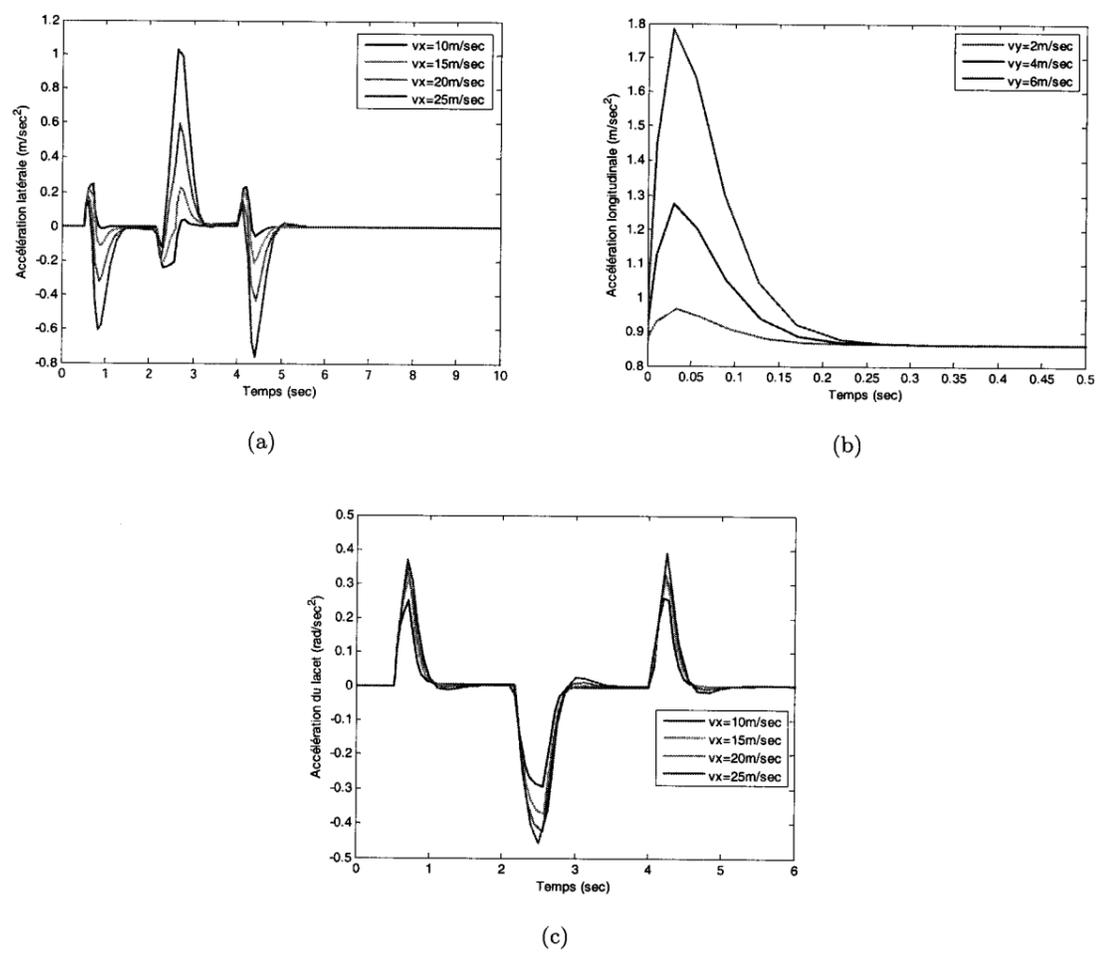


FIG. 2.8 – Illustration des effets du couplage

Chapitre 3

Le positionnement du véhicule

Ce chapitre portera principalement sur le suivi de trajectoire et le suivi de véhicule. Dans un premier temps, on présentera les différentes techniques permettant de localiser le véhicule et les capteurs associés. Dans un second temps, nous nous intéresserons aux formulations mathématiques des dynamiques des erreurs de positionnement en longitudinal et en latéral. Dans le cas d'un véhicule autonome, nous donnerons les dynamiques des erreurs sur l'angle de cap et le déplacement latéral entre le véhicule et la trajectoire de référence symbolisée par l'axe de la voie de circulation. En mode suivi de véhicule, nous exprimerons les dynamiques des erreurs sur le positionnement latéral (écart latéral) et longitudinal (inter-distance).

3.1 Généralités sur les techniques de localisation des véhicules

Localiser un véhicule revient à le situer par rapport aux éléments structurants de son environnement. Cette tâche nécessite l'utilisation de *capteurs* permettant aux véhicules équipés d'appréhender l'environnement dans lequel ils évoluent. Ces capteurs se décomposent en deux catégories :

- Les capteurs proprioceptifs (odomètre, accéléromètre, gyroscope, etc.) fournissent des informations sur l'état du véhicule équipé .
- Les capteurs extéroceptifs (Caméra, RADAR,...) permettent de détecter l'environnement dont la route et les obstacles.

La localisation des véhicules peut être effectuée en utilisant plusieurs techniques, se résumant comme suit :

- i)* Par le calcul de la position relative du véhicule en intégrant les informations fournies par un ou plusieurs capteurs proprioceptifs, précédemment cités. Cette technique ne peut être utilisée qu'à court terme à cause des dérives inhérents à l'intégration.
- ii)* Par une technique basée sur la vision : une caméra, voire même deux caméras embarquées détectent le marquage routier ou le véhicule qui précède. Cette technique a été utilisée avec succès dans le cadre du projet Européen *Chauffeur*. Plusieurs véhicules poids lourds sont mis en convoi, le système de vision identifie une cible à l'arrière des véhicules et permet donc le positionnement latéral [FRI 99].
- iii)* *Par filoguidage*, cette technique consiste à incruster un fil, dans lequel circule un courant électrique, dans la chaussée. Ce fil matérialise alors la trajectoire à suivre. Des capteurs inductifs embarqués sur le véhicule permettent de détecter le courant dans le fil.
- iv)* *Par guidage avec plots magnétiques* : le principe est similaire à celui de la technique précédente. Des plots magnétiques enterrés et espacés de quelques mètres remplacent le fil électrique du *iii*). Le véhicule utilise des magnétomètres situés à l'avant et à l'arrière du

véhicule pour se relocaliser. Cette technique à été utilisée dans le cadre du programme PATH ¹ aux États Unis. Les techniques *iii*) et *iv*) sont relativement onéreuses, puisqu'elles nécessitent des aménagements sur l'infrastructure.

v) *GPS (Global Positioning System)*² :

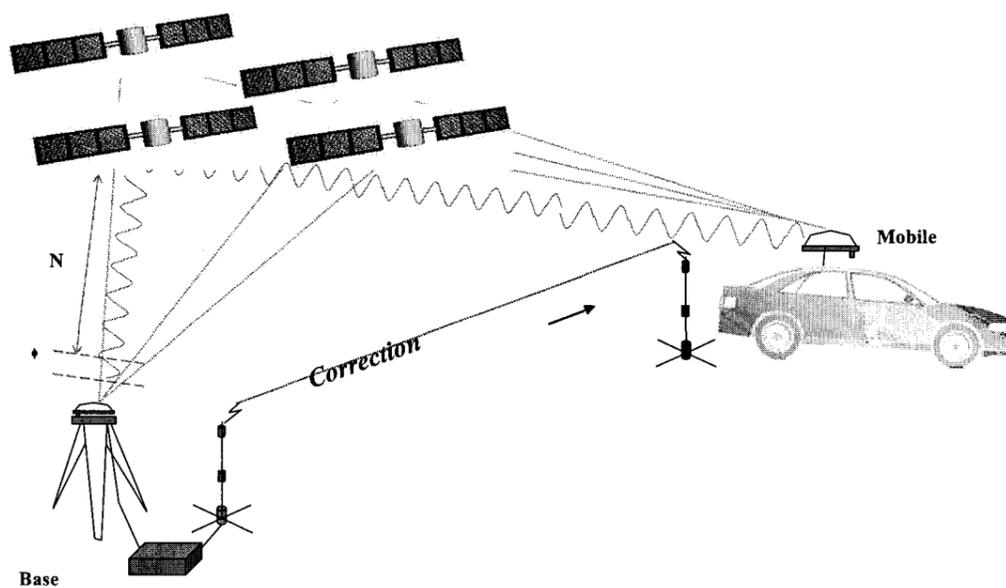


FIG. 3.1 – La localisation de véhicule par GPS

est un moyen de repérage très puissant qui se généralise très rapidement. Il permet aussi l'accès à une très grande quantité d'informations présentées sous la forme de bases de données cartographiques et pouvant concerner l'environnement direct du conducteur. C'est un système de localisation absolue dont le principe est maintenant bien établi et utilise la mesure du temps de vol de signaux en provenance de plusieurs satellites) (figure 3.1). La précision du GPS standard, de l'ordre de plusieurs mètres, est juste suffisante pour des application de type navigation. En revanche, le DGPS différentiel qui utilise une station au sol qui sert de référence locale permet une amélioration en terme de précision de l'ordre du mètre. Finalement le mode RTK (Real-Time-Kinematic) permet la précision au centimètre et a déjà été utilisé pour des applications d'assistance à la conduite. L'Europe est actuellement entrain de s'équiper d'un système propre de localisation Galiléo, de précision métrique, qui sera opérationnel dans les 3 prochaines années. Le GPS semble être la solution de localisation la plus prometteuse pour l'assistance et l'automatisation de la conduite. Malheureusement ce système présente un inconvénient majeur de disponibilité des données, notamment en milieu urbain, où la présence de bâtiments élevés peut empêcher de détecter suffisamment de satellites pour une bonne précision de localisation.

¹Partners for Advanced Transit Highways

²Système de Positionnement Global

3.2 Moyens de perception pour le positionnement relatif

On dénombre toute une famille de capteurs pouvant convenir au positionnement relatif d'un véhicule par rapport aux autres véhicules, à la route et de manière plus générale dans son environnement. Les capteurs internes au véhicule servent aussi dans un schéma de fusion de capteurs pour une localisation plus précise. Ces capteurs, permettent de connaître la position relative du véhicule, sa vitesse, son accélération, ainsi que la position relative des autres véhicules, les vitesses,... Ces informations multiples serviront d'une part à la compréhension d'une situation de conduite et d'autre part comme entrées au contrôleur pour pouvoir synthétiser les actions à entreprendre. Nous donnons dans ce qui suit un exemple de véhicule prototype, VIPER³, instrumenté pour la perception et développé au LIVIC⁴. Ce véhicule est illustré sur la figure 3.2 :

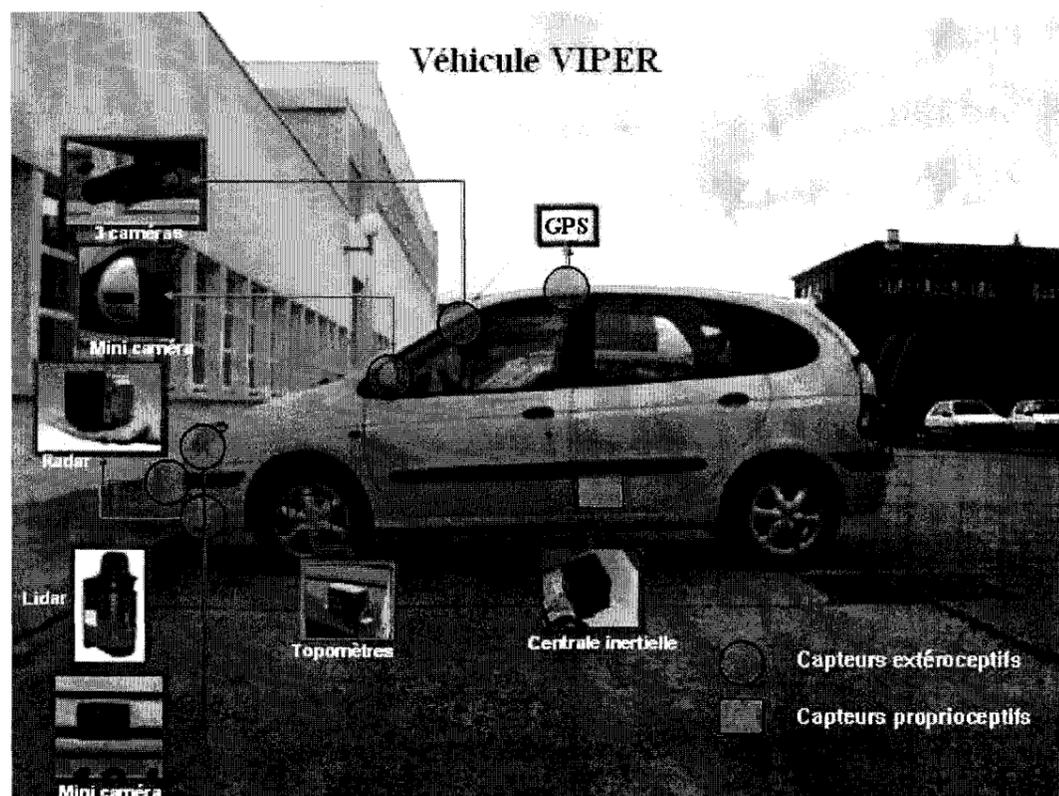


FIG. 3.2 – Instrumentation du véhicule prototype

- Pour mesurer l'inter-distance, on peut utiliser au choix un télémètre laser (LIDAR) ou la stéréovision réalisée par deux caméras installées de part et d'autre du pare-brise. Dans certains cas et notamment sur les pistes d'essai, on peut aussi utiliser des odomètres sur chaque véhicule ainsi qu'une liaison radio pour communiquer les distances parcourues.
- Le calcul de la vitesse du véhicule est obtenu en dérivant la sortie d'un topomètre.
- Une centrale inertielle fournit les accélérations longitudinale et latérale, et des gyroscopes permettent de mesurer la vitesse de lacet, de roulis et de tangage.
- Un codeur optique monté sur la colonne de direction fournit la position angulaire des roues

³Véhicule Instrumenté pour la PERception

⁴Laboratoire sur les Interactions Véhicules-Infrastructure-Conducteurs

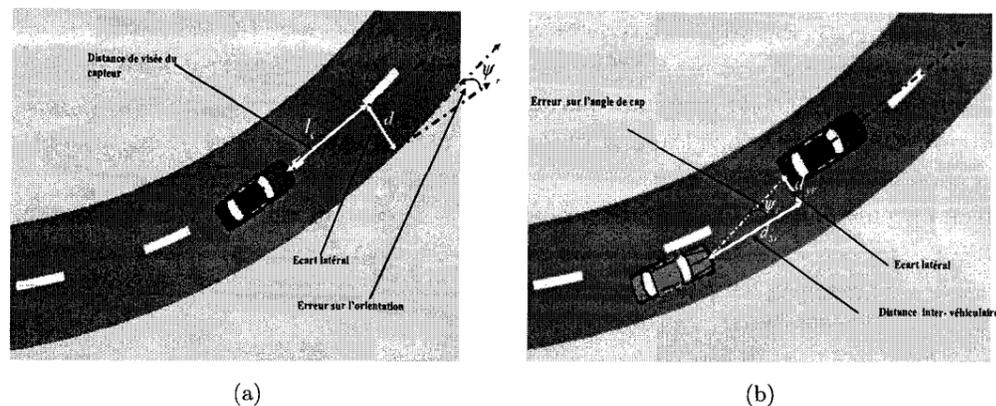


FIG. 3.3 – Positionnement du véhicule sur la route. (a) : Suivi de trajectoire, (b) : Suivi de véhicule

avant. Il est utilisé pour l'asservissement en position d'un moteur de direction pour le contrôle latéral du véhicule.

- Le déplacement latéral est lui aussi issu de la vision stéréoscopique. Pour le positionnement relatif par rapport à la route, on peut aussi utiliser des plots magnétiques .
- La mesure de l'erreur sur l'orientation du véhicule par rapport à la trajectoire de la route ou du véhicule qui précède est aussi donnée par la vidéo, ou par magnétomètres montés à l'avant et à l'arrière du véhicule ainsi que des plots magnétiques.
- Finalement des caméras et des LIDAR montés sur les côtés permettent une la surveillance d'un périmètre autour du véhicule et la détection d'éventuels obstacles. Ces capteurs ne seront pas utilisés dans l'application qui nous intéresse ici.

Après avoir donné des généralités sur les techniques de localisation du véhicule sur la route, l'objectif ici est d'écrire les expressions cinématiques décrivant les mouvements de ce véhicule par rapport à l'axe de la voie ou un véhicule qui précède. Les variables importantes sont :

- l'erreur sur le déplacement latéral défini comme étant l'écart entre la position latérale du véhicule et la médiane de la voie dans un scénario de suivi de voie. Dans le cas du suivi de véhicule, il est défini comme illustré sur la figure 3.3(a),
- l'erreur sur l'angle de cap, appelé aussi cap relatif. Il est défini comme étant la différence entre le cas du véhicule et le cap de la route ou du véhicule qui précède.
- les variations de distance longitudinale entre les deux véhicules dans une manoeuvre de suivi de véhicule (voir la figure 3.3(b)) .

3.3 Positionnement en mode autonome

Dans le cas d'un véhicule autonome, nous sommes face à un problème de suivi de trajectoire route, représentée par exemple par l'axe de la voie de circulation. Ce cas est sans doute le premier à avoir été étudié, en particulier dans le cadre de la conduite automatisée sur autoroute : étant donné une courbe du plan, correspondant à la route, et un véhicule à une vitesse longitudinale non nulle, il s'agit alors de calculer la distance d'un point distant du véhicule à cette trajectoire ainsi que son orientation relative. (figure 3.3(a)). Parmi les travaux précurseurs dans ce domaine, on peut citer [DIC 87, NEL 88]. Une étude plus détaillée est donnée dans [SAM 95].

Les études ont aussi traité le cas du changement. A titre d'exemple, dans [HAT 03], on a considéré que le véhicule devait suivre une trajectoire idéale pour changer de voie. De la même manière,

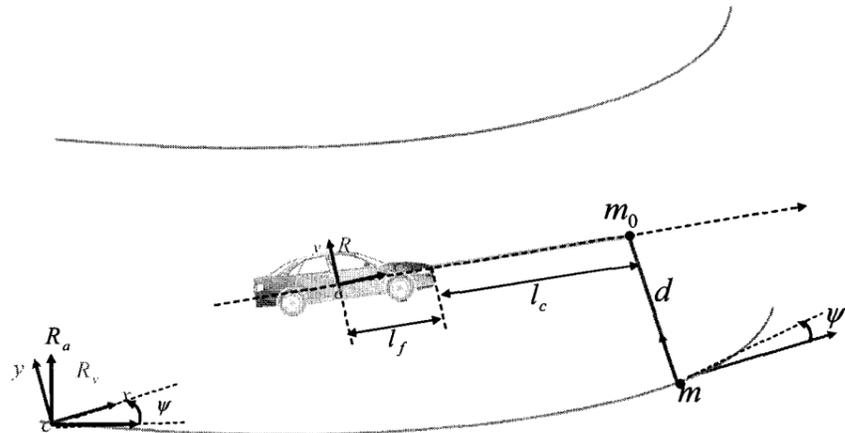


FIG. 3.4 – Poursuite de trajectoire de référence

la notion de *trajectoire désirée virtuelle* que le véhicule doit suivre pour changer de voie a été définie dans [CHE 94].

Dans notre cas, les deux variables d'intérêt sont l'écart latéral d et l'erreur sur le cap ψ (figure 3.4). Ces grandeurs seront nécessaires à la synthèse des lois de commande.

3.3.1 Calcul de la variation de l'écart latéral

On donne sur la figure 3.4 les variables permettant de mettre en évidence la position du véhicule sur la route. On associe au véhicule un repère mobile, noté R_v ayant pour origine, le centre d'inertie du véhicule. De plus, on définit un repère R_r lié à la route. Pour déterminer les variations de l'écart latéral d , il est nécessaire d'écrire les équations de déplacement du point point m de la trajectoire route désirée et du point de mesure m_0 placé au point de visée du capteur vidéo dans le repère du véhicule R_v .

La variation de l'écart latéral notée \dot{d} peut être écrite sous la forme suivante :

$$\dot{d} = \frac{d}{dt} (\vec{d}) = \vec{v}_{ym} - \vec{v}_{ym_0} \quad (3.1)$$

avec :

$$\begin{cases} \vec{v}_{ym_0} : \text{la composante latérale de vitesse du point } m_0 \text{ sur l'axe } \vec{y} \\ \vec{v}_{ym} : \text{la composante latérale de vitesse du point } m \text{ sur l'axe } \vec{y} \end{cases}$$

Calcul de la vitesse au point m_0

Désignons par c et m_0 deux points, représentant respectivement le centre de gravité du véhicule et le point de mesure du déplacement latéral en mouvement par rapport au référentiel lié au véhicule. Les vitesses \vec{v}_{m_0} et \vec{v}_c de ces deux points (définies dans ce repère R_v) sont liées par :

$$\vec{v}_{m_0} = \vec{v}_c + \vec{\omega} \wedge \vec{cm_0} \quad (3.2)$$

Le symbole \wedge symbolise le produit vectoriel. ω est le vecteur vitesse instantanée de rotation du véhicule. Ayant retenu comme seul mouvement le lacet, ses composantes s'écrivent sous la forme

suivante :

$$\vec{\omega} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \quad (3.3)$$

Les composantes du vecteur \vec{cm}_0 sont données par :

$$\vec{cm}_0 = \begin{pmatrix} l_c + l_f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{R_v} \quad (3.4)$$

avec l_c , la distance de l'essieu l'avant du véhicule au point de mesure du déplacement latéral, l_f , la distance du centre de gravité à l'essieu avant (figure 3.4).

Le vecteur vitesse \vec{v}_c , du centre de gravité du véhicule est donné par :

$$\vec{v}_c = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.5)$$

où v_x, v_y sont respectivement les composantes longitudinale et latérale de la vitesse du véhicule. En se basant sur les équations (3.3), (3.4) et (3.5), le vecteur vitesse du point m_0 s'écrit alors :

$$(\vec{v}_{m_0})_{R_v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} l_c + l_f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

Désormais, l'expression finale de ce vecteur prend la forme suivante :

$$(\vec{v}_{m_0})_{R_v} = \begin{pmatrix} v_{x_{m_0}} \\ v_{y_{m_0}} \\ v_{z_{m_0}} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y + \dot{\psi}(l_c + l_f) \\ 0 \end{pmatrix}_{R_v} \quad (3.7)$$

Calcul de la vitesse au point m

Nous procédons comme précédemment pour exprimer les composantes du vecteur vitesse du point cible m , localisé sur la trajectoire route.

$$(\vec{v}_m)_{R_v} = \vec{v}_c + \vec{\omega} \wedge \vec{cm} \quad (3.8)$$

Les coordonnées du vecteur \vec{cm} exprimés dans le repère R_v sont données par :

$$\vec{cm} = \vec{cm}_0 + \vec{m}_0\vec{m} = \begin{pmatrix} l_c + l_f \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ -d \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} l_c + l_f \\ -d \\ 0 \end{pmatrix}_{R_v} \quad (3.9)$$

En substituant les équations (3.3), (3.5), (3.9) dans l'équation (3.8), l'expression du vecteur vitesse du point m se met sous la forme ci-dessous :

$$(\vec{v}_m)_{R_v} = \begin{pmatrix} v_x \\ v_y \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ \dot{\psi} \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} l_c + l_f \\ -d \\ 0 \end{pmatrix}_{R_v} \quad (3.10)$$

$$(\vec{v}_m)_{R_v} = \begin{pmatrix} v_{x_m} \\ v_{y_m} \\ v_{z_m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_x + \dot{\psi}d \\ v_y + \dot{\psi}(l_c + l_f) \\ 0 \end{pmatrix}_{R_v} \quad (3.11)$$

On définit maintenant l'erreur sur l'angle de cap ψ_r comme étant l'écart entre l'angle de cap du véhicule ψ et le l'angle de cap ψ_{des} tel qu'il est imposé par la route.

$$\psi_r = \psi - \psi_{des} \quad (3.12)$$

Rappelons que l'écart latéral d est la distance minimale par rapport à la trajectoire route (d est perpendiculaire à la route). Les expressions des composantes longitudinale et latérale de vitesse du point m , sont calculées en fonction de la vitesse de ce point exprimée dans le repère lié à la route R_a , notée $(\vec{v}_m)_{R_a}$ en se basant sur la figure 3.4. Elles prennent la forme suivante :

$$(\vec{v}_m)_{R_v} = \begin{pmatrix} v_{x_m} \\ v_{y_m} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (v_m)_{R_a} \cos \psi_r \\ (v_m)_{R_a} \sin \psi_r \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

$$v_{x_m} = (v_m)_{R_a} \cos \psi_r \quad (3.14a)$$

$$v_{y_m} = (v_m)_{R_a} \sin \psi_r \quad (3.14b)$$

A partir des relations (3.14a), (3.14b), nous pouvons exprimer la composante latérale comme suit :

$$v_{y_m} = v_{x_m} \tan \psi_r \quad (3.15)$$

En substituant l'expression de la composante longitudinale de la vitesse du point m de l'équation (3.13), dans la relation (3.15), on obtient l'expression de v_{y_m} .

$$v_{y_m} = (v_x + \dot{\psi}d) \tan \psi_r \quad (3.16)$$

Or :

$$\dot{d} = v_{y_m} - v_{y_{m_0}} \quad (3.17)$$

Nous remplaçons finalement les composantes latérales v_{y_m} et $v_{y_{m_0}}$ par leurs expressions dans l'équation (3.1). Nous obtenons alors l'expression de \dot{d} :

$$\dot{d} = -v_y + v_x \tan \psi_r + (d \tan \psi_r - l_c - l_f) \dot{\psi} \quad (3.18)$$

3.3.2 Variations de l'erreur sur l'angle de cap

D'après l'équation (3.12), la dérivée de l'erreur de l'angle de cap est donnée par :

$$\dot{\psi}_r = \dot{\psi} - \dot{\psi}_{des} \quad (3.19)$$

En supposant que le point m reste sur une trajectoire route de type circulaire et de rayon R , nous avons :

$$(v_m)_{R_a} = R \dot{\psi}_{des} \quad (3.20)$$

et

$$v_{x_m} = (v_m)_{R_a} \cos \psi_r \quad (3.21)$$

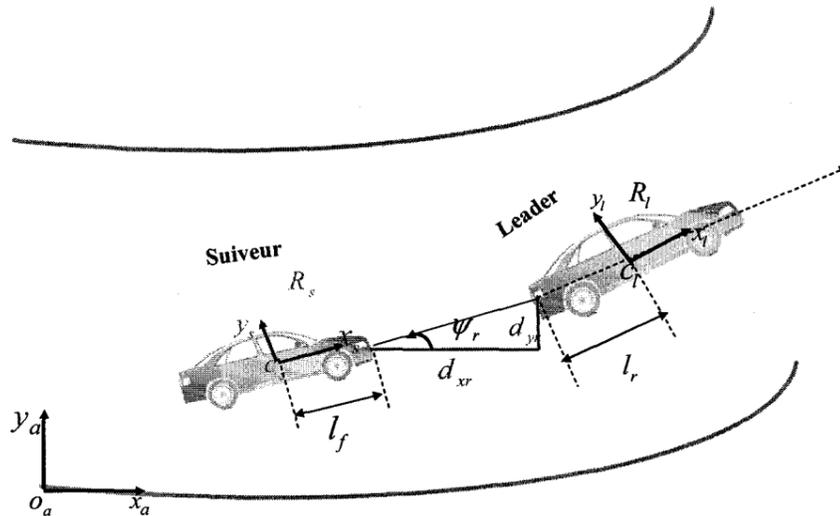


FIG. 3.5 – Positionnement relatif du véhicule suiveur par rapport au véhicule de tête

donc :

$$\dot{\psi}_r = \dot{\psi} - \frac{v_{xm}}{R \cos \psi_r} \quad (3.22)$$

En remplaçant l'expression de la composante longitudinale v_{xm} , on obtient l'expression de $\dot{\psi}_r$ en fonction de $\dot{\psi}$, v_x , d et ψ_r .

$$\dot{\psi}_r = \dot{\psi} - \frac{v_x + d\dot{\psi}}{R \cos \psi_r} \quad (3.23)$$

3.4 Positionnement dans le cas du suivi de véhicule

Le problème de suivi a été traité dans [SHL 91, DAV 95], aussi bien en théorie qu'en pratique. Rappelons que les trois variables d'intérêt dans le suivi d'un véhicule sont l'erreur d'orientation, l'interdistance et l'écart latéral relatif (figure 3.3(b)).

Nous associons à chacun des véhicules de tête et suiveur un repère mobile, ayant comme origine leur centre de gravité respectif. On utilise aussi des matrices de passage pour exprimer les équations cinématiques dans un repère quelconque.

3.4.1 Positionnement relatif et absolu des véhicules

Pour plus de clarté, nous donnons quelques notations qui seront utiles par la suite. Le véhicule qui précède sera appelé véhicule de tête ou suivi, le deuxième sera appelé le véhicule suiveur. Les notations l , s , r font référence respectivement aux grandeurs de véhicule de tête, véhicule suiveur et grandeurs relatives. Les repères associés à chacun des deux véhicules avec leurs orientations, sont notés $R_l(c_l, x_l, y_l)$ et $R_s(c_s, x_s, y_s)$. Le repère absolu Galiléen est quant à lui noté R_a . On associe finalement pour chaque véhicule le triplet représentant respectivement les positions longitudinale, latérale et l'orientation (cap) : (x_l, y_l, ψ_l) et (x_s, y_s, ψ_s) .

Le véhicule suiveur est initialement localisé à l'origine du repère absolu R_a avec un cap initial $\psi_{s_a}(0)$. Sa position (x_{s_a}, y_{s_a}) et son orientation ψ_{s_a} absolues au cours du temps, sont obtenues en

intégrant les vitesses dans ce même repère :

$$\begin{cases} \psi_{s_a}(t) = \int_0^t \dot{\psi}_s d\tau + \psi_{s_a}(0) \\ x_{s_a}(t) = \int_0^t (v_{x_s} \cos \psi_s - v_{y_s} \sin \psi_s) d\tau + x_{s_a}(0) \\ y_{s_a}(t) = \int_0^t (v_{x_s} \sin \psi_s + v_{y_s} \cos \psi_s) d\tau + y_{s_a}(0) \end{cases}$$

où $\dot{\psi}_s$, v_{x_s} , v_{y_s} , sont respectivement la vitesse de lacet du véhicule suiveur, et les composantes longitudinale et latérale de la vitesse du centre de gravité du véhicule suiveur, exprimées dans le repère R_s lié à ce dernier .

On procède de la même manière pour calculer les coordonnées du véhicule de tête ainsi que son orientation dans le repère absolu. Ce triplet (x_l, y_l, ψ_l) obtenu est :

$$\begin{cases} \psi_{l_a}(t) = \int_0^t \dot{\psi}_l d\tau + \psi_{l_a}(0) \\ x_{l_a}(t) = \int_0^t (v_{x_l} \cos \psi_l - v_{y_l} \sin \psi_l) d\tau + x_{l_a}(0) \\ y_{l_a}(t) = \int_0^t (v_{x_l} \sin \psi_l + v_{y_l} \cos \psi_l) d\tau + y_{l_a}(0) \end{cases}$$

avec $\dot{\psi}_l$, v_{x_l} , v_{y_l} la vitesse de lacet du véhicule leader, et les composantes longitudinale et latérale de la vitesse du véhicule de tête.

L'objectif maintenant est d'exprimer l'écart latéral d_{yr} et l'interdistance d_{xr} comme illustré sur la figure 3.5. Dans une première étape, nous allons exprimer ces écarts dans le repère absolu, nous écrirons par la suite ces équations dans le repère mobile lié au véhicule suivi (figure 3.5).

En se basant sur la figure 3.5, les expressions de ces grandeurs relatives dans le repère absolu R_a prennent la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} d_{xr} \\ d_{yr} \end{bmatrix}_{R_a} = \left(\begin{bmatrix} x_{s_a} + l_f \cos \psi_s \\ y_{s_a} + l_f \sin \psi_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{l_a} - l_r \cos \psi_l \\ y_{l_a} - l_r \sin \psi_l \end{bmatrix} \right) \quad (3.24)$$

L'expression de l'équation dans le repère du véhicule de tête, utilise la matrice de passage du repère R_a au repère R_l . La matrice de passage du repère R_l vers le repère absolu R_a vaut :

$$R(\psi_l)_{R_l \rightarrow R_a} = \begin{pmatrix} \cos \psi_l & -\sin \psi_l \\ \sin \psi_l & \cos \psi_l \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

La matrice de passage du repère R_a vers le repère R_l est obtenue en inversant l'équation (3.25).

$$R(\psi_l)^{-1} = R(\psi_l)^T = R(-\psi_l) \quad (3.26)$$

Les grandeurs relatives d_{xr} et d_{yr} , exprimées dans le repère lié au véhicule de tête, sont obtenues en multipliant (3.26) par (3.24) :

$$\begin{bmatrix} d_{xr} \\ d_{yr} \end{bmatrix}_{R_l} = R^{-1}(\psi_l) \left(\begin{bmatrix} x_{s_a} + l_f \cos \psi_s \\ y_{s_a} + l_f \sin \psi_s \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{l_a} - l_r \cos \psi_l \\ y_{l_a} - l_r \sin \psi_l \end{bmatrix} \right) \quad (3.27)$$

L'équation (3.27) peut être écrite sous la forme suivante :

$$\begin{bmatrix} d_{xr} \\ d_{yr} \end{bmatrix}_{R_l} = R(-\psi_l) \left(\begin{bmatrix} x_{s_a} \\ y_{s_a} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{l_a} \\ y_{l_a} \end{bmatrix} + R(\psi_s) \begin{bmatrix} l_f \\ 0 \end{bmatrix} + R(\psi_l) \begin{bmatrix} l_r \\ 0 \end{bmatrix} \right) \quad (3.28)$$

où

$$R(\psi_s)_{R_s \rightarrow R_a} = \begin{pmatrix} \cos \psi_s & -\sin \psi_s \\ \sin \psi_s & \cos \psi_s \end{pmatrix}$$

est la matrice de passage du repère R_s vers le repère absolu R_a .

Le calcul de la dérivée des écarts nécessite la dérivation des matrices de rotation. Nous rappelons que cette dérivation s'écrit sous forme compacte en utilisant les matrices anti-symétriques :

$$\dot{R}(\psi_l) = sk(\dot{\psi}_l)R(\psi_l) = R(\psi_l)sk(\dot{\psi}_l) \quad (3.29)$$

où $sk = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ une matrice antisymétrique.

L'angle du cap relatif est défini comme étant la différence entre le cap du véhicule leader ψ_l et l'angle de cap du véhicule suiveur ψ_s . Comme dans le cas du suivi de route, il est aussi noté ψ_r .

$$\psi_r = \psi_l - \psi_s \quad (3.30)$$

La dérivation de l'équation (3.28) donne les variations de d_{xr} et d_{yr} :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{d}_{xr} \\ \dot{d}_{yr} \end{bmatrix}_{R_l} &= sk(-\dot{\psi}_l) R(-\psi_l) \left(\underbrace{\begin{bmatrix} x_{sa} \\ y_{sa} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} x_{la} \\ y_{la} \end{bmatrix} + R(\psi_s) \begin{bmatrix} l_f \\ 0 \end{bmatrix} + R(\psi_l) \begin{bmatrix} l_r \\ 0 \end{bmatrix}}_{[d_{xr}, d_{yr}]^T} \right) + \\ &R(-\psi_l) \left[R(\psi_s) \begin{bmatrix} v_{xs} \\ v_{ys} \end{bmatrix} - R(\psi_l) \begin{bmatrix} v_{xl} \\ v_{yl} \end{bmatrix} + sk(\dot{\psi}_s) R(\psi_s) \begin{bmatrix} l_f \\ 0 \end{bmatrix} + \right. \\ &\left. sk(\dot{\psi}_l) R(\psi_l) \begin{bmatrix} l_r \\ 0 \end{bmatrix} \right] \end{aligned} \quad (3.31)$$

Dans cette équation, les vitesses $v_{x_l}, v_{y_l}, v_{x_s}, v_{y_s}$ sont exprimées dans le repère absolu. Nous repassons dans les repère mobiles :

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{d}_{xr} \\ \dot{d}_{yr} \end{bmatrix}_{R_l} &= sk(-\dot{\psi}_l) \begin{bmatrix} d_{xr} \\ d_{yr} \end{bmatrix} + R(\psi_l - \psi_s)^T \begin{bmatrix} v_{xs} \\ v_{ys} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_{xl} \\ v_{yl} \end{bmatrix} \\ &+ R(\psi_l - \psi_s)^T sk(\dot{\psi}_s) \begin{bmatrix} l_f \\ 0 \end{bmatrix} + \underbrace{R(\psi_l - \psi_l)}_{=I_{2 \times 2}} sk(\dot{\psi}_l) \begin{bmatrix} l_r \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.32)$$

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} \dot{d}_{xr} \\ \dot{d}_{yr} \end{bmatrix}_{R_l} &= sk(-\dot{\psi}_l) \begin{bmatrix} d_{xr} \\ d_{yr} \end{bmatrix} + R(\psi_r)^T \begin{bmatrix} v_{xs} \\ v_{ys} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} v_{xl} \\ v_{yl} \end{bmatrix} \\ &+ R(\psi_r)^T sk(\dot{\psi}_s) \begin{bmatrix} l_f \\ 0 \end{bmatrix} + sk(\dot{\psi}_l) \begin{bmatrix} l_r \\ 0 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (3.33)$$

L'expression finale de variations longitudinale et latérale (3.33) peut s'écrire alors sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{d}_{xr} = -v_{xl} + d_{yr}\dot{\psi}_l + v_{xs} \cos \psi_r + (v_{ys} + \dot{\psi}_s l_f) \sin \psi_r \\ \dot{d}_{yr} = -v_{yl} + (l_r - d_{xr})\dot{\psi}_l - v_{xs} \sin \psi_r + (v_{ys} + \dot{\psi}_s l_f) \cos \psi_r \end{cases} \quad (3.34)$$

3.5 Dynamique des erreurs de positionnement

En dérivant encore une fois les expressions de l'équation précédente, on lie facilement la dynamique des erreurs au modèle du véhicule développé dans le chapitre 3.

$$\begin{cases} \ddot{d}_{xr} = a_0 + b_0 T_c + c_0 \delta_f \\ \ddot{d}_{yr} = a_1 + b_1 T_c + c_1 \delta_f \end{cases} \quad (3.35)$$

tel que :

$$\begin{cases} a_0 = -\dot{v}_{x_l} + d_{yr} \ddot{\psi}_l + \dot{d}_{yr} \dot{\psi}_l + f_0 \cos \psi_r - v_{x_s} \sin \psi_r \dot{\psi}_r \\ \quad + (v_{y_s} + l_f \dot{\psi}_s) \cos \psi_r \dot{\psi}_r + (f_1 + f_2 l_f) \sin \psi_r \\ b_0 = g_0 \cos \psi_r \\ c_0 = (g_1 + g_2 l_f) \sin \psi_r \\ a_1 = -\dot{d}_{xr} \dot{\psi}_l + d_{xr} \ddot{\psi}_l - (\dot{v}_{y_l} - \ddot{\psi}_l l_r) - f_0 \sin \psi_r \\ \quad - (v_{y_s} + l_f \dot{\psi}_s) \sin \psi_r \dot{\psi}_r + (f_1 + f_2 l_f - v_{x_s} \dot{\psi}_r) \cos \psi_r \\ b_1 = -g_0 \sin \psi_r \\ c_1 = (g_1 + g_2 l_f) \cos \psi_r \end{cases} \quad (3.36)$$

3.6 Conclusion

Nous avons évoqué dans ce chapitre le problème général du positionnement d'un véhicule routier. Nous avons mis l'accent sur le suivi de trajectoire route et le suivi de véhicule.

Les équations cinématiques et dynamiques établies nous seront utiles dans la synthèse des lois de commandes, elles serviront de variables à réguler. L'obtention pratique des différentes grandeurs apparaissant dans les équations sera abordé dans le chapitre suivant. Il y sera question d'observateur à modes glissants permettant de reconstruire des variables ayant trait au véhicule de tête ou suiveur.

Chapitre 4

Estimation d'état pour le suivi de véhicule

Nous commencerons ce chapitre par quelques brefs rappels des concepts d'estimation et d'observabilité dans le cas des systèmes non linéaires et plus particulièrement dans le cas de l'estimation d'état d'un véhicule. Nous énoncerons par la suite un résultat à la base des fondements d'algorithmes d'observateurs à modes glissants. Ce résultat nous servira à la mise en oeuvre d'observateur pour les états internes du véhicule suiveur mais aussi de grandeurs du véhicule de tête et de positionnement.

4.1 Introduction

La commande des systèmes dynamiques requiert souvent la connaissance de variables non mesurables. D'où la nécessité de disposer d'un algorithme pour reconstruire ces variables inconnues à partir de variables mesurables.

La conception d'un estimateur d'état dans un cadre déterministe, appelé généralement *observateur*, se fait souvent par un algorithme récursif, tel que l'erreur d'estimation définie entre l'état mesuré (réel) et l'estimé de cet état converge asymptotiquement (parfois exponentiellement) vers zéro quand t tend vers ∞ . Cela se traduit par ces équations :

On considère le modèle dynamique suivant, noté (S)

$$(S) : \begin{cases} \dot{x}(t) = f(x(t), u(t)) \\ y(t) = h(x(t), u(t)) \end{cases} \quad (4.1)$$

Où $x(t)$, $u(t)$ et $y(t)$ sont respectivement les vecteurs d'état, les entrées et vecteur de sortie du système. On souhaite concevoir un observateur pour l'état $x(t)$ à partir de $u(t)$, $y(t)$, cela revient à définir un système dynamique (O) , constitué des entrées et des sorties du système à construire et l'état estimé $\hat{x}(t)$, ayant la forme suivante :

$$(O) : \begin{cases} \dot{z}(t) = \hat{f}(z(t), u(t), y(t)) \\ \hat{x} = \hat{h}(z(t), u(t)) \end{cases} \quad (4.2)$$

de telle sorte que $\tilde{x} = \hat{x} - x$ converge asymptotiquement vers zéro quand t tend vers ∞ .

Le schéma d'un tel observateur est donné sur la figure 4.1

Pour les systèmes linéaires, la propriété d'observabilité, caractérisée par une condition de *rang*, garantit en effet la possibilité de concevoir un observateur. Au contraire, pour les systèmes non linéaires, l'observabilité n'est pas suffisante pour la conception d'un algorithme récursif permettant d'estimer l'état. Il en résulte que la conception d'observateurs pour les systèmes non linéaires est

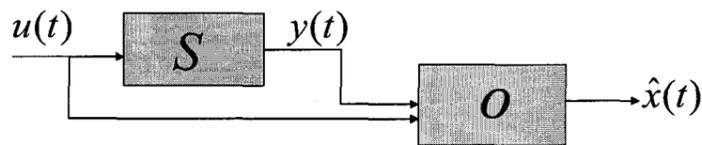


FIG. 4.1 – Schéma de principe d'un observateur

souvent menée pour des classes spécifiques.

Généralement, l'observabilité d'un système non linéaire dépend des entrées appliquées. On dit que le système est uniformément observable ou observable pour toute entrée si cette propriété est vérifiée pour tout u appartenant à un ensemble de commande \mathcal{U} . D'un point de vue mathématique, cette propriété est bien évidemment non générique. Cependant de nombreux systèmes non linéaires physiques la vérifient.

L'estimation d'état pour les systèmes linéaires a été bien résolue par les observateurs type *Luenberger* et le *filtre de Kalman*. En revanche pour les systèmes non linéaires, il n'existe pas de solution générale pour estimer l'état du système. L'obstacle majeur dans la synthèse des observateurs pour ce type de systèmes, est dû aux difficultés théoriques étant donné l'existence d'entrées rendant le système inobservable, ce qui est en effet un phénomène typique dans le cadre non linéaire. Cependant, les premières solutions proposées par la communauté automatique a été de se ramener d'une façon où d'une autre aux systèmes linéaires, puis appliquer les observateurs *Kalman étendu-Luenberger* [DEP 01, ARS 99], l'idée du filtre de *Kalman étendu* est de linéariser le système autour de l'estimée courante et d'appliquer la technique du filtre de *Kalman*.

Des techniques d'observateurs non linéaires ont été développées pour les systèmes non linéaires non linéarisables. On a proposé un algorithme qui ne requiert ni approximation ni linéarisation, et sa convergence est prouvée théoriquement. Ce type d'observateur porte le nom d'*observateur à grand gain* [GAU 92]. Un exemple d'un observateur adaptatif de type grand gain, pour l'estimation conjointe d'état et de paramètres constants, est proposé pour une classe de systèmes non linéaires dans [KOU 04]. La synthèse de cet observateur, dont la convergence est exponentielle s'effectue à travers un choix judicieux de paramètres. Des résultats obtenus en simulation ont été présentés et ont permis d'illustrer les performances de cet observateur. On peut citer une autre approche inspirée de la théorie des modes glissants. Ce genre d'observateur prend l'appellation *observateur par modes glissants* et utilise le même concept que le contrôle par mode glissant [SLO 87, WIT 91]. Ces observateurs fournissent une reconstruction robuste d'état en présence d'incertitudes et de perturbations.

L'estimation des états d'un véhicule entre dans ce cadre, de par la complexité du modèle et des non-linéarités. Mesurer l'état dynamique du véhicule dans sa globalité est inconcevable à la fois pour des raisons économique et de faisabilité technique. Le recours au concept de l'estimation / observation est indispensable. Le véhicule est par ailleurs soumis à de nombreuses perturbations et incertitudes. L'estimation doit donc être robuste.

Les recherches sur le domaine sont nombreuses, il convient de signaler quelques résultats importants :

- Dans [STÉ 04], pour estimer l'angle de dérive du véhicule, deux observateurs non linéaires ont été synthétisés, le premier est l'observateur de Luenberger étendu, le second est un observateur par modes glissants.
- L'estimation du profil de route à l'aide d'observateurs robustes par mode glissant à entrées

inconnues de type triangulaire à été étudiée dans [IMI 04].

- Un observateur par modes glissants qui permet de reconstruire les variables d'état inconnues du véhicule et les forces latérales inconnues à partir des mesures disponibles sur un véhicule a été réalisé dans [BOU 04] et a été appliqué au cas d'un poids lourd.
- L'estimation de l'état global du véhicule et particulièrement à la reconstruction des forces tangentielles du contact roue/sol à été l'objet des travaux de [ELH 00, ELH 01].
- Nous pouvons aussi citer quelques travaux, concernant la non accessibilité de la mesure directe des forces pneumatiques. Pour palier à ce problème, une nouvelle structure d'observateur non linéaire à été proposée pour estimer les forces de friction entre le pneumatique et le sol. Cette méthode utilise seulement la vitesse de rotation des roues. Cet observateur assure une poursuite asymptotique de l'état construit sous la variation des conditions d'adhérence. Cet observateur reste faisable pour un modèle de friction plus complexe qui tient compte de la nature de la distribution du contact [WIT 03].

L'obstacle majeur dans la synthèse de lois de commande pour le suivi d'un véhicule est la nécessité d'estimer les accélérations des véhicules leader et suiveur. La mise en oeuvre d'un observateur par modes glissants, nous permettra de faire converger les erreurs d'estimation sur la vitesse et l'accélération du véhicule suiveur en un temps fini. Il en sera de même pour l'estimation de l'accélération du véhicule leader. Ces états estimés seront utilisés dans la synthèse des lois de commande, basée elle même sur les modes glissants d'ordre 2.

4.2 Observateurs par modes glissants [BAR 97]

4.2.1 Introduction

Les observateurs qui seront mis en oeuvre pour l'estimation de l'état dynamique de véhicule utilisent un algorithme de commande pour la stabilisation des systèmes du second ordre non linéaires incertains, et non complètement observables. Notre choix s'est fixé sur ce type d'observateurs pour leurs propriétés de robustesse vis-à-vis des perturbations, bornées en norme, et la convergence en temps fini des erreurs d'estimations. Dans ce qui suit nous exposerons dans un premier temps la classe de systèmes incertains du second ordre considérés. Nous développerons alors la technique de commande en temps minimal discontinue.

4.2.2 Classe des systèmes non linéaires du second ordre

Nous considérons un cas simple de stabilisation des systèmes non linéaires incertains dont la stabilisation par les techniques classiques de commande est réputée difficile. Ce type de systèmes est décrit sous la forme suivante :

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t) \\ \dot{x}_2(t) = f[X(t)] + g[X(t)]u(t) \end{cases} \quad (4.3)$$

où $X(t) = [x_1(t); x_2(t)]^T$ est le vecteur d'état, $x_2(t)$ est la composante non mesurable de l'état. Les quantités $f[X(t)]$, $g[X(t)]$ sont des fonctions lisses qui satisfont les conditions classiques de l'existence et de l'unicité de solution. Ces fonctions sont supposées incertaines. Bien que ce problème semble être simple, il ne peut pas être traité par la technique de linéarisation exacte pour les raisons suivantes :

- L'état du système n'est pas complètement observable, les dynamiques non linéaires du système sont incertaines.

- La technique des modes glissants classiques n'est pas applicable, du fait de l'indisponibilité de l'état x_2 .

Les incertitudes sur les dynamiques du système (4.3) sont bornées, elles satisfont les conditions suivantes :

- a) $|f[X(t)]| \leq F, G_1 \leq g[X(t)] \leq G_2$, où F, G_1 et G_2 sont des constantes positives.
- b) $|f[X(t)]| \leq N + k(|x_1(t)| + |x_2(t)|)$, $G_1 \leq g[X(t)] \leq G_2$, avec N, G_1 et G_2 sont des constantes positives connues et $x_2(0) \in B(x_2^*(0), \rho)$. $B(x_2^*(0), \rho)$ est une boule de dimension \mathcal{R}^1 , ayant comme centre $x_2^*(0)$, et comme rayon ρ .

Dans un premier temps, nous considérerons que la fonction g est parfaitement connue ($G_1 = G_2 = 1$). L'objectif est de trouver une loi de commande bornée $u(t) = u[x_1(t), t]$, $|u(t)| \leq U_{max}$, telle que l'origine du plan de phase $[x_1(t); x_2(t)]$ soit atteint en un temps fini, en dépit des variations paramétriques et de la non disponibilité de x_2 . De plus, nous commencerons par la commande en temps minimal d'un intégrateur double.

4.2.3 Commande en temps minimal d'un double intégrateur

Le principe de *l'optimalité* consiste à minimaliser la fonction de coût suivante :

$$Q = \int_0^T q(x, u, t) d\tau \quad (4.4)$$

avec $0 < \tau \leq T$.

Le système (4.3) est considéré comme un double intégrateur pour ($f[x(t)] = 0, g[x(t)] = 1$),

$$\ddot{x} = u \quad (4.5)$$

L'équation (4.5) peut être écrite comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = u \end{cases} \quad (4.6)$$

La commande en temps minimal revient à écrire la fonction de coût (4.4) sous la forme suivante :

$$Q = \int_0^T d\tau \quad (4.7)$$

L'objectif de commande est de rejoindre l'état final en un temps minimal. Ce type de problème n'a de sens que si on impose une contrainte sur la commande u du type $|u| \leq U_{max}$. *L'Hamiltonien* H s'écrit :

$$H = 1 + p_1 x_2 + p_2 u$$

où p_1 et p_2 sont les dérivées partielles de Q par rapport au vecteur d'état.

Le coût est minimal pour :

$$u^* = -(\text{sign}(p_2))U_{max} \quad (4.8)$$

de sorte que la commande optimale soit une commande par *plus au moins*. Les équations de Hamilton-Pontriagyn s'écrivent : $\dot{x}_1 = x_2, \dot{x}_2 = u^*, \dot{p}_1 = 0, \dot{p}_2 = -p_1$. En intégrant ces dernières quantités, on obtient : $p_1 = a, p_2 = -at + b$
 p_2 s'annule en changeant de signe au plus une fois et, par suite, la commutation unique de u^* se

produit nécessairement sur une trajectoire passant par l'état final, l'origine dans le cas présent.

i) Les trajectoires pour $u = +U_{Max}$ sont solutions du système : $\dot{x}_1 = x_2$, $\dot{x}_2 = +U_{Max}$. Par division, on obtient :

$$\frac{dx_1}{dx_2} = \frac{x_2}{U_{Max}} \quad (4.9)$$

A partir de (4.9) on obtient :

$$dx_1 = \frac{x_2}{U_{Max}} dx_2 \quad (4.10)$$

En intégrant l'équation (4.10), on obtient la trajectoire correspondante dans le plan de phase :

$$x_1(t) = \frac{1}{2} \frac{1}{U_{Max}} x_2^2(t) + x_1(0) \quad (4.11)$$

ii) Pour obtenir les trajectoires pour $u = -U_{Max}$, on suit le même raisonnement que précédemment, il suffit de remplacer U_{Max} par $-U_{Max}$, on obtient les trajectoires suivantes :

$$x_1(t) = -\frac{1}{2} \frac{1}{U_{Max}} x_2^2(t) + x_1(0) \quad (4.12)$$

Le sens du parcours est donné par $\dot{x}_2 = u^*$; les équations décrivent le sens des x_2 croissants pour $u = +U_{Max}$ et le sens des x_2 décroissants pour $u = -U_{Max}$. La courbe de commutation est constituée par les deux demi-paraboles se terminant en zéro. Cette courbe divise le plan de phase en deux régions comme le montre la figure 4.2. La courbe de commutation a pour équation :

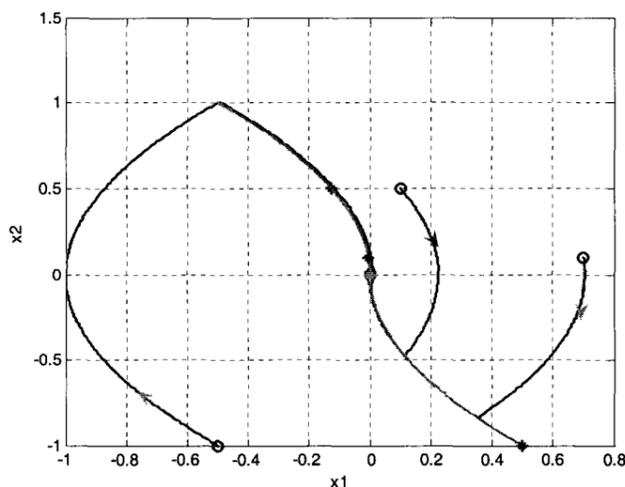


FIG. 4.2 – Courbe de commutation

$$x_1(t) = -\frac{1}{2} \frac{x_2(t)|x_2(t)|}{U_{Max}} \quad (4.13)$$

Finalement, cette commande par commutation appelée aussi *commande bang-bang* est donnée par :

$$u^*(t) = \begin{cases} -U_{Max} \left\{ x_1(t) > -\frac{1}{2} \frac{x_2(t)|x_2(t)|}{U_{Max}} \right\} \cup \left\{ x_1 = -\frac{1}{2} \frac{x_2(t)|x_2(t)|}{U_{Max}} \cap x_1(t) < 0 \right\} \\ +U_{Max} \left\{ x_1(t) < -\frac{1}{2} \frac{x_2(t)|x_2(t)|}{U_{Max}} \right\} \cup \left\{ x_1 = -\frac{1}{2} \frac{x_2(t)|x_2(t)|}{U_{Max}} \cap x_1(t) > 0 \right\} \end{cases} \quad (4.14)$$

Les trajectoires sont décrites par l'état $x_1(t)$. Elles ont la forme d'arc de paraboles symétriques par rapport à l'axe des abscisses et dépendant du *signe* de la loi de contrôle. Avec cette loi de commande, n'importe quelle arc parabolique coupe l'axe $x_2 = 0$ au point $(x_{Max}, 0)$. Les trajectoires atteignent la courbe de commutation pour $x_1(t) = \frac{1}{2}x_{Max}$.

Si $x_2(t)$ n'est pas mesurable, comme dans notre cas, cette loi de commande (4.14) n'est pas applicable en l'état. Pour contourner cette limitation, une structure d'algorithme à été proposée :

Algorithme sous-optimal de stabilisation

- initialisation $x_{Max} = x_1(0)$
- Pour $t > 0$
 - si $x_1(t)$ est une valeur extrême alors on pose $x_{Max} = x_1(t)$
 - appliquer la loi de contrôle

$$u(t) = -U_{Max} \text{sign}(x_1(t) - \frac{1}{2}x_{Max}) \quad (4.15)$$

4.2.4 Robustesse de la loi de commande ($G_1 = G_2 = 1$)

On peut montrer que cet algorithme est robuste vis-à-vis des incertitudes sur la fonction f (4.2.2). Considérons le cas où les incertitudes du système vérifient les deux hypothèses de (4.2.2) avec $G_1 = G_2 = 1$. Le résultat est énoncé dans le théorème ci-dessous :

Théorème 4.1 *Étant donné le système (4.3) avec $|f[X(t)]| \leq F$, $G_1 = G_2 = 1$, si les valeurs extrêmes de $x_1(t)$ sont évaluées avec une précision idéale pour tout $x_1(0), x_2(0)$, la stratégie de contrôle sous-optimale définie par l'algorithme précédent en rajoutant une contrainte supplémentaire*

$$U_{Max} > 2F \quad (4.16)$$

Génère une séquence d'états ayant pour coordonnées $(x_{Max_i}, 0)$; comportant la caractéristique de contraction suivante

$$|x_{Max_{i+1}}| < |x_{Max_i}|, \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.17)$$

De plus, la trajectoire de système converge en un temps fini vers l'origine du plan de phase.

La démonstration de ce théorème se fait en deux parties, la démonstration de la propriété de contraction puis la démonstration de la convergence en temps fini. Commençons par démontrer la propriété de contraction. Dans la suite, nous noterons x_{Max_k} la k^{me} valeur extrême de $x_1(t)$ à l'instant t_{Max_k} et t_{c_k} , ($k = 1, 2, \dots$), sont les instants de commutation qui précède t_{Max_k} .

4.2.4.1 Démonstration de la contraction

A partir de n'importe quelle condition initiale $x_1(0), x_2(0)$, nous pouvons écrire :

$$-F + u(t) \leq \dot{x}_2(t) \leq F + u(t) \quad (4.18)$$

On distingue alors deux cas :

Cas 1 : $x_1(0) = x_{Max} > 0, x_2(0) = 0$, cela signifie que le point initial se situe dans le côté droit de l'axe des abscisses). On a alors : $x_{Max_1} = x_1(0), t_{Max_1} = 0$. La loi de commande prend la forme suivante :

$$u(t) = \begin{cases} -U_{Max} & 0 \leq t < t_{c_1} \\ U_{Max} & t_{c_1} \leq t < t_{Max_2} \end{cases} \quad (4.19)$$

Quand $t \in [0; t_{c_1}[$, la commande du système perturbé (4.18) vaut $-U_{Max}$. En intégrant l'équation (4.18), on obtient :

$$-\int_0^t (F + U_{Max})d\tau \leq \int_0^t \dot{x}_2(t)d\tau \leq \int_0^t (F - U_{Max})d\tau \quad (4.20)$$

$$-(F + U_{Max})t \leq x_2(t) - x_2(0) \leq (F - U_{Max})t \quad (4.21)$$

Pour obtenir l'état x_1 , on est amené à intégrer encore une fois l'équation (4.21) entre $[0; t_{c_1}[$:

$$-\int_0^{t_{c_1}} [(F + U_{Max})t]dt \leq \int_0^{t_{c_1}} (x_2(t) - x_2(0))dt \leq \int_0^{t_{c_1}} [(F - U_{Max})t]dt \quad (4.22)$$

La commutation se produit en appliquant l'algorithme (4.2.3) pour un $x_1(t_{c_1}) = \frac{1}{2}x_{Max1} = \frac{1}{2}x_{Max}$

$$-\frac{(F + U_{Max})}{2}t_{c_1}^2 \leq \frac{1}{2}x_{Max} - x_{Max} \leq -\frac{(U_{Max} - F)}{2}t_{c_1}^2 \quad (4.23)$$

A partir de l'équation (4.23), le temps de commutation t_{c_1} vérifie :

$$\sqrt{\frac{x_{Max}}{F + U_{Max}}} \leq t_{c_1} \leq \sqrt{\frac{x_{Max}}{U_{Max} - F}} \quad (4.24)$$

L'étape suivante consiste à remplacer t_{c_1} dans (4.21)

$$-(U_{Max} + F)t_{c_1} \leq x_2(t_{c_1}) \leq (F - U_{Max})t_{c_1} \quad (4.25)$$

On remplace (4.24) dans (4.25) :

$$-(U_{Max} + F)\sqrt{\frac{x_{Max}}{F + U_{Max}}} \leq x_2(t_{c_1}) \leq -(U_{Max} - F)\sqrt{\frac{x_{Max}}{U_{Max} - F}} \quad (4.26)$$

La résolution de l'inégalité (4.26), nous donne l'intervalle suivant :

$$x_2(t_{c_1}) \in \left[-\sqrt{x_{Max}(U_{Max} + F)}; -\sqrt{x_{Max}(U_{Max} - F)} \right] \quad (4.27)$$

On calcule maintenant la deuxième partie de l'intégrale :

$$\int_{t_{c_1}}^{t_{Max2}} [(U_{Max} - F)t]dt \leq \int_{t_{c_1}}^{t_{Max2}} \dot{x}_2(t)dt \leq \int_{t_{c_1}}^{t_{Max2}} [(F + U_{Max})t]dt \quad (4.28)$$

L'équation (4.28) se met sous la forme suivante :

$$(U_{Max} - F)(t_{Max2} - t_{c_1}) \leq x_2(t_{Max2}) - x_2(t_{c_1}) \leq (F + U_{Max})(t_{Max2} - t_{c_1}) \quad (4.29)$$

A partir de l'équation ci dessus, on peut calculer :

$$-\frac{x_2(t_{c_1})}{(U_{Max} + F)} \leq t_{Max2} - t_{c_1} \leq -\frac{x_2(t_{c_1})}{(U_{Max} - F)} \quad (4.30)$$

En intégrant (4.29) :

$$\frac{1}{2}(U_{Max} - F)(t_{Max2} - t_{c_1})^2 \leq x_1(t_{Max2}) - x_1(t_{c_1}) \leq \frac{1}{2}(F + U_{Max})(t_{Max2} - t_{c_1})^2 \quad (4.31)$$

Sachant que : $x_1(t_{c_1}) = \frac{1}{2}x_{Max_1} = \frac{1}{2}x_{Max}$

$$\frac{1}{2}(U_{Max} - F)(t_{Max_2} - t_{c_1})^2 \leq x_1(t_{Max_2}) - \frac{1}{2}x_{Max} \leq \frac{1}{2}(F + U_{Max})(t_{Max_2} - t_{c_1})^2 \quad (4.32)$$

ou encore :

$$-\frac{1}{2}(U_{Max} - F)\frac{x_2(t_{c_1})^2}{(U_{Max} + F)^2} \leq x_1(t_{Max_2}) - \frac{1}{2}x_{Max} \leq -\frac{1}{2}(F + U_{Max})\frac{x_2(t_{c_1})^2}{(U_{Max} - F)^2} \quad (4.33)$$

On remplace les extrémités de (4.27) dans (4.33) pour obtenir l'intervalle :

$$x_{Max_2} \in \left[-\frac{F}{U_{Max} + F}x_{Max}; \frac{F}{U_{Max} - F}x_{Max} \right] \quad (4.34)$$

Les extrémités de l'intervalle (4.34), ont un module tel que la propriété de contraction est vérifiée : $U_{Max} - F > F$, d'où $U_{Max} < 2F$. De plus les points appartenant au sous-intervalle $\left[0; \frac{F}{U_{Max} - F}x_{Max}\right]$, s'ils sont choisis comme nouvelle condition initiale pour la poursuite de la trajectoire, satisfaisant encore une fois l'hypothèse correspondant au **cas 1**. Le raisonnement reste donc le même.

Cas 2 : $x_1(0) = x_{Max} < 0, x_2(0) = 0$, le point initial se situe sur le côté gauche de l'axe des abscisses). Dans ce cas, on suit le même raisonnement que dans le **cas 1**. Il suffit pour cela d'inverser les extrémités de l'intervalle correspondant. Les points appartenant à l'intervalle $\left[-\frac{F}{U_{Max} + F}x_{Max}; 0\right]$ peuvent être considérés comme étant de nouvelles conditions initiales pour la poursuite de la trajectoire.

Cas 3 : $x_1(0)x_2(0) > 0, x_1(0)x_2(0) < 0, x_1(0) = 0, x_2(0) \neq 0$. Ce cas regroupe toutes les autres conditions initiales. Il est trivial de constater qu'après un intervalle de temps, la trajectoire atteint un point du type considéré dans le **Cas1** ou **Cas2**. On note aussi que la convergence est purement et simplement une conséquence de la propriété de la contraction (4.17).

4.2.4.2 Démonstration de la convergence en un temps fini

A partir du point x_{Max_k} à l'instant t_{Max_k} , et en considérant comme exemple, la limite de courbe définie par $f[X(t)] = F \text{sign}[x_2(t)]$, la trajectoire évolue le long de deux arcs paraboliques consécutifs jusqu'à la valeur extrême suivante $x_{Max_{k+1}}$ de $x_1(t)$, qui se produit à l'instant $t_{Max_{k+1}}$. Par de simples calculs récursifs, on établit :

$$t_{Max_{k+1}} = \frac{2U_{Max}}{(U_{Max} - F)\sqrt{U_{Max} + F}} \sum_{j=1}^k \sqrt{|x_{Max_j}|} + t_{Max_1} \quad (4.35)$$

avec t_{Max_1} est l'intervalle de temps nécessaire, à partir de $t = 0$, pour que la première valeur extrême se produise. On peut aussi écrire :

$$|x_{Max_j}| < \left(\frac{F}{U_{Max} - F}\right)^{j-1} |x_{Max_1}| \quad (4.36)$$

A partir de (4.35) et de (4.36), on obtient :

$$t_{Max_{k+1}} < \frac{2U_{Max}\sqrt{|x_{Max_1}|}}{(U_{Max} - F)\sqrt{U_{Max} + F}} \sum_{j=1}^k \left(\frac{F}{U_{Max} - F}\right)^{\frac{j-1}{2}} + t_{Max_1} \quad (4.37)$$

L'équation (4.37), peut être reformulée en une forme compacte, avec une définition symbolique implicite :

$$t_{Max_{k+1}} < \beta_1 \sum_{j=1}^k \alpha_1^{j-1} + t_{Max_1} \quad (4.38)$$

Or par hypothèse on a : $U_{Max} > 2F$, et $\alpha_1 < 1$. Donc à partir de (4.36), on a :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x_{Max_k} = 0 \quad (4.39)$$

Et à partir de (4.37) :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} t_{Max_k} < \frac{\beta_1}{1 - \alpha_1} + t_{Max_1} \quad (4.40)$$

Ce qui prouve la convergence en temps fini de l'algorithme. \square

4.2.5 Cas général

Nous étendons notre étude au cas général qui correspond au système qui satisfait ces contraintes :

- $|f[X(t)]| \leq F$
- $0 < G_1 \leq g[X(t)] \leq G_2$

En se référant à la précédente partie, le problème peut être formulé comme suit : Etant donné l'équation d'état (4.3), pour tout $x_1(0), x_2(0)$; il faut trouver une loi de commande $u(t) \leq U_{Max}$, telle que à partir d'un temps fini t_f , $x_1(t) = x_2(t) = 0$ pour tout $t \geq t_f$.

Nous pouvons résoudre ce problème en utilisant l'algorithme (4.2.3), et le théorème (4.1) mais avec une modification sur la borne inférieure U_{Max} d'une part et d'autre part, en rajoutant d'autres contraintes sur G_1 et G_2 :

$$\begin{cases} U_{Max} > \frac{4}{3G_1 - G_2} F \\ 3G_1 > G_2 \end{cases} \quad (4.41)$$

L'algorithme de commande se généralise en ajoutant une pondération sur l'amplitude de la commande, notée γ . Désormais, l'algorithme peut se construire ainsi :

- initialisation $\gamma^* \in (0, 1] \cap (0, \frac{3G_1}{G_2})$
- initialisation $x_{Max} = x_1(0)$
- si $[x_1(t) - \frac{1}{2}x_{Max}] [x_{Max} - x_1(t)] > 0$ alors $\gamma = \gamma^*$ sinon $\gamma = 1$
- si $x_1(t)$ est une valeur extrême alors on pose $x_{Max} = x_1(t)$
- appliquer la loi de contrôle

$$u(t) = -\gamma U_{Max} \text{sign}(x_1(t) - \frac{1}{2}x_{Max}) \quad (4.42)$$

On peut remarquer que l'algorithme de la section précédente et un cas particulier de cet algorithme, il est obtenu pour $\gamma^* = 1$ et $3G_1 \geq G_2$. Le théorème ci-dessous énonce le résultat.

Théorème 4.2 *Étant donné l'équation d'état (4.3) avec $|f[x_1(t), x_2(t)]| \leq F$, et $0 < G_1 \leq |g[x_1(t), x_2(t)]| \leq G_2$ et $x_2(t)$ n'est pas disponible à la mesure, si la valeur extrême de $x_1(t)$ est évaluée avec une précision idéale pour tout $x_1(0), x_2(t)$, la stratégie de contrôle sous-optimale définie par l'algorithme ci-dessus avec les contraintes supplémentaires*

$$\begin{cases} \gamma^* \in (0, 1] \cap (0, \frac{3G_1}{G_2}) \\ U_{Max} > \left(\frac{F}{\gamma^* G_1}; \frac{4F}{3G_1 - \gamma^* G_2} \right) \end{cases} \quad (4.43)$$

génère une séquence d'états ayant pour coordonnées $(x_{Max_i}, 0)$; comportant la caractéristique de contraction suivante :

$$|x_{Max_{i+1}}| < |x_{Max_i}|, \quad i = 1, 2, \dots \quad (4.44)$$

De plus, la trajectoire de système converge vers l'origine dans le plan de phase en un temps fini.

Comme dans le cas précédent, la démonstration du théorème se scinde en deux parties : la démonstration de la propriété de contraction puis celle de la convergence en temps fini.

4.2.5.1 Démonstration de la contraction

D'après les hypothèses précédentes, nous avons :

$$F < \gamma^* G_1 U_{Max} \quad (4.45)$$

$$\gamma^* \in (0, 1] \cap (0, \frac{3G_1}{G_2}) \quad (4.46)$$

On distingue encore 3 cas selon les valeurs initiales de $x_1(0)$ et $x_2(0)$:

Cas 1 : $x_1(0) = x_{Max} > 0, x_2(0) = 0$, l'état initial se situe sur le côté droit de l'axe des abscisses dans le plan de phase (x_1, x_2) . Dans ce cas, la commande vaut $u(t) = -\gamma^* U_{Max}$. En intégrant le système (4.3), on peut montrer facilement que la commutation se produit à l'instant t_c et $x_1(t_c) = \frac{1}{2}x_{Max}$,

$$u(t) = \begin{cases} -\gamma^* U_{Max} & 0 \leq t < t_{c1} \\ U_{Max} & t_{c1} \leq t < t_{Max2} \end{cases} \quad (4.47)$$

$$\int_0^t (-F - G_1 \gamma^* U_{Max}) d\tau \leq \int_0^t \dot{x}_2(t) d\tau \leq \int_0^t (F - G_2 \gamma^* U_{Max}) d\tau \quad (4.48)$$

$$-(F + G_1 \gamma^* U_{Max})t \leq x_2(t) - x_2(0) \leq (F - G_2 \gamma^* U_{Max})t \quad (4.49)$$

L'état x_1 est obtenu en intégrant encore une fois l'équation (4.49) entre 0, t_{c1} :

$$-\int_0^{t_{c1}} [(F + G_1 \gamma^* U_{Max})t] dt \leq \int_0^{t_{c1}} (x_2(t) - x_2(0)) dt \leq \int_0^{t_{c1}} [(F - G_2 \gamma^* U_{Max})t] dt \quad (4.50)$$

$$-\frac{(F + G_1 \gamma^* U_{Max})}{2} t_{c1}^2 \leq \frac{1}{2} x_{Max} - x_{Max} \leq \frac{(F - G_2 \gamma^* U_{Max})}{2} t_{c1}^2 \quad (4.51)$$

A partir de l'équation (4.51), on obtient un encadrement de l'instant de commutation t_{c1} :

$$\sqrt{\frac{x_{Max}}{(F + G_1 \gamma^* U_{Max})}} \leq t_{c1} \leq \sqrt{\frac{x_{Max}}{(G_2 \gamma^* U_{Max} - F)}} \quad (4.52)$$

L'étape suivante consiste à remplacer t_{c1} dans l'équation (4.49)

$$-(F + G_1 \gamma^* U_{Max})t_{c1} \leq x_2(t_{c1}) \leq (F - G_2 \gamma^* U_{Max})t_{c1} \quad (4.53)$$

On remplace aussi l'équation (4.52) dans l'équation (4.53) :

$$-(F + G_1 \gamma^* U_{Max}) \sqrt{\frac{x_{Max}}{(F + G_1 \gamma^* U_{Max})}} \leq x_2(t_{c1}) \leq (F - G_2 \gamma^* U_{Max}) \sqrt{\frac{x_{Max}}{(G_2 \gamma^* U_{Max} - F)}} \quad (4.54)$$

D'après l'algorithme, la valeur correspondante de $x_2(t_c)$ appartient à l'intervalle :

$$x_2(t_{c_1}) \in \left[-\sqrt{x_{Max}(F + G_1\gamma^*U_{Max})}; -\sqrt{x_{Max}(G_2\gamma^*U_{Max} - F)} \right] \quad (4.55)$$

Il faut maintenant calculer la deuxième partie de l'intégrale :

$$\int_{t_{c_1}}^{t_{Max_2}} [(G_1U_{Max} - F)t]dt \leq \int_{t_{c_1}}^{t_{Max_2}} \dot{x}_2(t)dt \leq \int_{t_{c_1}}^{t_{Max_2}} [(F + G_2U_{Max})t]dt \quad (4.56)$$

ce qui donne :

$$(G_1U_{Max} - F)(t_{Max_2} - t_{c_1}) \leq x_2(t_{Max_2}) - x_2(t_{c_1}) \leq (F + G_2U_{Max})(t_{Max_2} - t_{c_1}) \quad (4.57)$$

On obtient alors un encadrement de $(t_{Max_2} - t_{c_1})$:

$$-\frac{x_2(t_{c_1})}{(G_2U_{Max} + F)} \leq t_{Max_2} - t_{c_1} \leq -\frac{x_2(t_{c_1})}{(G_1U_{Max} - F)} \quad (4.58)$$

En intégrant l'équation (4.57) :

$$\frac{1}{2}(G_1U_{Max} - F)(t_{Max_2} - t_{c_1})^2 \leq x_1(t_{Max_2}) - x_1(t_{c_1}) \leq \frac{1}{2}(F + G_2U_{Max})(t_{Max_2} - t_{c_1})^2 \quad (4.59)$$

Sachant que : $x_1(t_{c_1}) = \frac{1}{2}x_{Max_1} = \frac{1}{2}x_{Max}$

$$\frac{1}{2}(G_1U_{Max} - F)(t_{Max_2} - t_{c_1})^2 \leq x_1(t_{Max_2}) - \frac{1}{2}x_{Max} \leq \frac{1}{2}(F + G_2U_{Max})(t_{Max_2} - t_{c_1})^2 \quad (4.60)$$

$$-\frac{1}{2}(G_1U_{Max} - F)\frac{x_2(t_{c_1})^2}{(G_1U_{Max} - F)^2} \leq x_1(t_{Max_2}) - \frac{1}{2}x_{Max} \leq -\frac{1}{2}(F + G_2U_{Max})\frac{x_2(t_{c_1})^2}{(G_2U_{Max} + F)^2} \quad (4.61)$$

On remplace les bornes de (4.27) dans (4.61), pour obtenir :

$$x_{Max_2} \in \left[-\frac{1}{2}\frac{(\gamma^* - 1)G_1U_{Max} + 2F}{(G_1U_{Max} - F)}x_{Max}, \frac{1}{2}\frac{(1 - \gamma^*)G_2U_{Max} + 2F}{G_2U_{Max} + F}x_{Max} \right] \quad (4.62)$$

La borne droite de cet intervalle est plus proche de l'origine que le point de départ considéré ; pour évaluer la contraction il suffit que le module de la borne gauche de l'intervalle précédent le soit aussi. Les expressions (4.45),(4.46), peuvent se mettre sous forme de système d'inégalités suivant :

$$\begin{cases} \gamma^* > 0 \\ \gamma^* \leq 1 \\ \gamma^*G_1U_{Max} > F \\ \frac{(\gamma^* - 1)G_1U_{Max} + 2F}{G_1U_{Max} - F} < 2 \end{cases} \quad (4.63)$$

Par de simples calculs, on trouve les solutions pour l'intervalle (4.63) avec :

$$U_{Max} > \begin{cases} \frac{F}{\gamma^*G_1} & \text{si } \gamma^* \in \left(0, \frac{3G_1}{4G_1 + G_2}\right] \\ \frac{4F}{3G_1 - \gamma^*G_2} & \text{si } \gamma^* \in \left(\frac{3G_1}{4G_1 + G_2}, 1\right] \cap \left(\frac{3G_1}{4G_1 + G_2}, \frac{3G_1}{G_2}\right) \end{cases} \quad (4.64)$$

Il est aussi facile de vérifier que :

$$\begin{cases} \text{si } \gamma^* > \frac{3G_1}{4G_1 + G_2} & \text{alors } \frac{F}{\gamma^*G_1} < \frac{4F}{3G_1 - \gamma^*G_2} \\ \text{si } \gamma^* < \frac{3G_1}{4G_1 + G_2} & \text{alors } \frac{F}{\gamma^*G_1} > \frac{4F}{3G_1 - \gamma^*G_2} \end{cases} \quad (4.65)$$

D'après la condition (4.43), qui est supposée être toujours vraie, l'intersection des deux courbes pour U_{Max} , se produit pour $\gamma^* = \frac{3G_1}{4G_1+G_2}$.

Cas 2 : ($x_1(0) = x_{Max} < 0$, $x_2(0) = 0$) Dans ce cas, le point initial se trouve du côté gauche de l'axe des abscisses. La démonstration est la même que pour le **cas 1**, il suffit pour cela d'inverser les bornes des intervalles.

Cas 3 : ($x_1(0) x_2(0) > 0$, $x_1(0) x_2(0) < 0$, $x_1(0) = 0$, $x_2(0) \neq 0$ et autres conditions initiales possibles). Il est facile de voir qu'après un intervalle de temps fini, la trajectoire du système atteint un type de points, considéré dans les **cas 1 et 2**.

4.2.5.2 Démonstration de la convergence à l'origine en un temps fini

On peut facilement vérifier que la trajectoire est définie par deux arcs paraboliques, caractérisés par $(\alpha^* G_2 U_{Max} + F) \text{sign}[x_2(t)]$ et $-(G_1 U_{Max} - F) \text{sign}[x_2(t)]$.

On établit aussi la récurrence suivante :

$$t_{Max_{k+1}} = t_{Max_k} + \frac{(G_1 + \gamma^* G_2) U_{Max}}{(G_1 U_{Max} - F) \sqrt{\gamma^* G_2 U_{Max} + F}} \sqrt{|x_{Max_k}|} \quad (4.66)$$

qui se met sous la forme :

$$t_{Max_{k+1}} = \frac{(G_1 + \gamma^* G_2) U_{Max}}{(G_1 U_{Max} - F) \sqrt{\gamma^* G_2 U_{Max} + F}} \sum_{j=1}^k \sqrt{|x_{Max_j}|} + t_{Max_1} \quad (4.67)$$

où t_{Max_1} est le premier instant où la valeur extrême se produit.

A partir des relations précédentes, nous pouvons écrire :

$$|x_{Max_j}| < \left(\frac{1}{2} \frac{(\gamma^* - 1) G_1 U_{Max} + 2F}{G_1 U_{Max} - F} \right)^{j-1} |x_{Max_1}| \quad (4.68)$$

L'expression (4.67), peut être réécrite sous la forme compacte :

$$t_{Max_{k+1}} < \beta_2 \sum_{j=1}^k \alpha_2^{j-1} + t_{Max_1} \quad (4.69)$$

Nous supposons que (4.43) est vraie d'une part, et que $\alpha_2 < 1$ d'autre part. A partir de (4.68), on établit :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} x_{Max_k} = 0 \quad (4.70)$$

De même, l'équation (4.69), fournit :

$$\lim_{k \rightarrow \infty} t_{Max_{k+1}} < \frac{\beta_2}{1 - \alpha_2} + t_{Max_1} \quad (4.71)$$

□

Une valeur de γ^* , qui garantisse la convergence à l'origine du plan de phase, correspond à l'intersection des deux limites inférieures des courbes. On obtient

$$\gamma^* = \frac{3G_1}{4G_1 + G_2} \quad (4.72)$$

Pour laquelle :

$$U_{Max} > \frac{4G_1 + G_2}{3G_1} \frac{F}{G_1} \quad (4.73)$$

4.2.6 Exemple d'application

Dans cette partie, nous mettons en oeuvre l'algorithme précédent dans le cas d'un système de type "double intégrateur" décrit dans la partie (4.2.3). Notant que ce type de système correspond à la dynamique simplifiée d'une voiture. Cette dynamique est décrite par le système double intégrateur pur (4.6), où nous considérons que sa vitesse est mesurée, mais qu'en revanche son accélération n'est pas accessible à la mesure. Nous considérons deux types de simulations :

- La stabilisation par la commande de l'équation (4.14) qui suppose la disponibilité de l'accélération.
- La stabilisation par l'algorithme proposé qui n'utilise pas la mesure de x_2 .

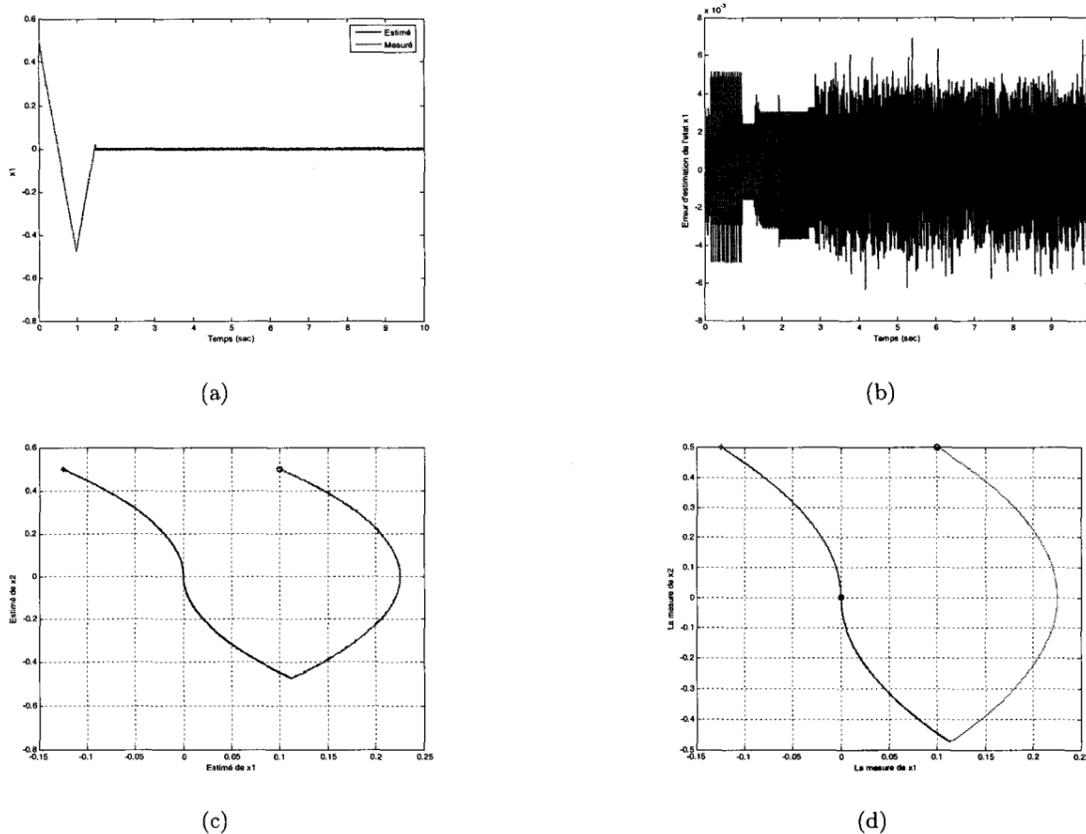


FIG. 4.3 – (a) : Accélération du double intégrateur (véhicule), (b) : Erreur d'estimation, (c) : Courbe de commutation dans le plan de phase estimé (d) : Courbe de commutation dans le plan de phase mesuré

Pour analyser les performances de l'algorithme, nous comparons les trajectoires de x_1 dans les deux. Ces trajectoires apparaissent sur la figure 4.3(a). L'erreur apparaît sur la figure 4.3(b). On remarque la superposition des deux signaux, l'erreur est très faible. De plus, la convergence en temps fini est acquise, les performances dynamiques sont très satisfaisantes. Ceci valide l'approche choisie.

4.2.7 Conclusion

L'approche de commande optimale développée sera utilisée dans la suite de chapitre pour assurer la convergence de l'erreur d'estimation des observateurs pour l'estimation des états dynamiques du

véhicule dans le cas du suivi.

4.3 Reconstruction des États du Véhicule

4.3.1 Introduction

Dans le cadre de ce travail de recherche, le véhicule doit être capable d'accomplir un ensemble de fonctions autonomes. Parmi ces fonctions : le suivi de voie, le changement de voie et le suivi de véhicule en maintenant une distance de sécurité. Pour mener à bien ces fonctions d'une façon, le véhicule est équipé de capteurs proprioceptifs et extéroceptifs. Comme nous l'avons souligné dans le chapitre précédent, l'inaccessibilité de certaines grandeurs ou le coût exorbitant des capteurs nous obligent à mettre en oeuvre des estimateurs. Nous optons pour des observateurs par modes glissants qui utilisent l'algorithme de commande optimale d'un système non linéaire du second ordre décrit précédemment. Ces observateurs seront utilisés pour estimer les grandeurs non mesurables du véhicule leader et les grandeurs relatives de positionnement. Par la suite, nous utiliserons ces états estimés dans la synthèse de lois de contrôle. Avant de passer à la synthèse de ces observateurs, nous donnons dans le tableau ci-dessous la liste des variables (états) du véhicule leader, du véhicule suiveur et ainsi que les grandeurs relatives. La dernière colonne précise si la grandeur est mesurable (m) ou pas (nm).

v_{xl}/v_{xs}	Vitesse longitudinale du véhicule leader/suiveur	m/m
ψ_l/ψ_s	Angle de cap du véhicule leader/suiveur	nm/m
$\dot{\psi}_l/\dot{\psi}_s$	Vitesse de lacet du véhicule leader/suiveur	nm/m
$\dot{\psi}_l$	Variation de la vitesse du lacet du véhicule leader	nm
\dot{y}_l	Accélération latérale du véhicule leader	nm
d_{xr}/d_{yr}	Distance longitudinale/l'écart latéral	m/m
$\dot{d}_{xr}/\dot{d}_{yr}$	Variation de la distance longitudinale/ Variation de l'écart latéral	nm/nm
$\psi_r = \psi_s - \psi_l$	Angle de cap relatif	m
$\dot{\psi}_r$	Variation de l'erreur sur l'angle de cap	nm

Tableau 4.1 : Grandeurs mesurables et grandeurs non mesurables

4.3.2 Estimation de la variation du cap relatif

Le capteur stéréoscopique fournit une mesure de l'angle de cap relatif ψ_r des deux véhicules ou du véhicule par rapport à la route. La mesure de la variation de l'angle de cap n'est par contre pas disponible. On la reconstruit donc à partir de ψ_r . Rappelons que d'après le chapitre 4, la dynamique relative de lacet dans le cas du suivi de véhicule se met sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = f_2 + g_2 \delta_f \end{cases} \quad (4.74)$$

avec $x_1 = \psi_r$ et $x_2 = \dot{\psi}_r$. Comme dans la classe de systèmes non linéaires dans ce chapitre, x_2 est non accessible à la mesure. Les fonctions f_2 et g_2 sont des fonctions lisses définies dans le chapitre 3.

La première étape consiste à définir les équations de l'observateur. Dans la continuité des sections

précédentes sur la commande optimale, nous proposons la structure suivante :

$$\begin{cases} \dot{\hat{\psi}}_r = \hat{v}_{lacet_r} \\ \hat{v}_{lacet_r} = \eta_r(t) \end{cases}$$

où $\eta_r(t)$ est une entrée auxiliaire définie $\mathcal{R}^+ \rightarrow \mathcal{R}$, qui sera choisie pour garantir une convergence de l'observateur en temps fini. $\hat{\psi}_r = \hat{v}_{lacet_r}$ est l'estimée de la variation du cap relatif. L'étape suivante consiste à définir les erreurs d'estimation e_{ψ_r} et $e_{v_{lacet_r}}$, sur l'angle de cap relatif et sa dérivée respectivement :

$$e_{\psi_r} = \psi_r - \hat{\psi}_r \quad (4.75a)$$

$$e_{v_{lacet_r}} = v_{lacet_r} - \hat{v}_{lacet_r} \quad (4.75b)$$

A partir des équations (4.75a) et (4.75b), on déduit la dynamique des erreurs d'estimation :

$$\begin{cases} \dot{e}_{\psi_r} = e_{v_{lacet_r}} \\ \dot{e}_{v_{lacet_r}} = \psi_r - \eta_r(t) \end{cases} \quad (4.76)$$

Le système (4.74) est supposé vérifier l'hypothèse (4.2.2), c'est-à-dire :

$$\left| \ddot{\psi}_l - f_2 - g_2 \delta_f \right| \leq M \quad (4.77)$$

avec M constante positive. Ceci se justifie par le fait que la dynamique du véhicule suiveur est elle aussi bornée :

$$-\ddot{\psi}_{smax} \leq \ddot{\psi}_s = f_2 + g_2 \delta_f \leq \ddot{\psi}_{smax} \quad (4.78)$$

Il reste maintenant à choisir η_r de manière à assurer la convergence vers zéro, en un temps fini, des erreurs (4.75a) et (4.75b). Pour cela, nous appliquons l'algorithme présenté précédemment [BAR 97, FER 04]. Nous examinons maintenant les étapes de cet algorithme :

Algorithme de l'observateur de variation de cap relatif

- i) initialisation $\gamma^* \in (0, 1]$
- ii) initialisation $e_{\psi_r \max} = e_{\psi_r}(0)$
pour $t > 0$
- iii) si $[e_{\psi_r}(t) - \frac{1}{2}e_{\psi_r \max}] [e_{\psi_r \max} - e_{\psi_r}(t)] > 0$ alors

$$\gamma = \gamma^* \text{ si non } \gamma = 1$$

- iv) si $e_{\psi_r}(t)$ est une valeur extrême alors on pose $e_{\psi_r \max} = e_{\psi_r}(t)$

- v) prendre pour $\eta_r(t)$:

$$\eta_r(t) = -\gamma U_{Max} \text{sign}(e_{\psi_r}(t) - \frac{1}{2}e_{\psi_r \max})$$

fin

$$\text{avec } U_{Max} > \max\left(\frac{M}{\gamma^*}; \frac{4M}{3-\gamma^*}\right)$$

Remarque 4.1 Nous donnons dans le tableau suivant un récapitulatif des différentes variables qui interviennent dans l'algorithme. La valeur de M est obtenue numériquement en exploitant la caractéristique de la bornitude des états du véhicule.

$\gamma^* \in (0, 1]$	$\gamma^* = 0.1$
$x_{Max} = x_1(0)$	$e_{\psi_r \max} = e_{\psi_r \max}(0)$
$x_1(t)$	$e_{v_{\text{lacet}_l}}(t)$
U_{Max}	$U_{Max} > \max(\frac{M}{\gamma^*}; \frac{4M}{3-\gamma^*}) = 0.75$

Tableau 4.2 : Grandeurs pour l'observateur de variation de cap relatif

4.3.3 Estimation de la vitesse du lacet du véhicule leader

La variation du cap du véhicule leader, notée $\dot{\psi}_l$, elle aussi n'est pas accessible à la mesure. Sachant qu'un gyroscope fournit une mesure de la vitesse de lacet du véhicule suiveur, nous utiliserons donc l'estimée de la variation du cap relatif, développée dans la section précédente afin de déduire une estimée de la variation du cap du véhicule leader $\dot{\psi}_l$. Sachant que :

$$\dot{\psi}_r = \dot{\psi}_l - \dot{\psi}_s \quad (4.79)$$

nous prenons comme estimateur de la vitesse de lacet du véhicule leader :

$$\dot{\hat{\psi}}_l = \dot{\hat{\psi}}_r + \dot{\psi}_s \quad (4.80)$$

4.4 Estimation de l'accélération de lacet du véhicule leader

Nous avons précédemment estimé la vitesse de lacet du véhicule leader, nous allons donc l'utiliser pour synthétiser un observateur de l'accélération de lacet de ce même véhicule. Sachant que les deux grandeurs sont liées par une dérivation, on se retrouve dans le schéma d'un système du second ordre dont la deuxième variable d'état n'est pas mesurée. L'algorithme d'observateur développé reste donc applicable. Nous admettons pour cela la convergence vers zéro de l'erreur d'observation en un temps fini. Pour cela, l'équation (4.80) devient :

$$\dot{\hat{\psi}}_l = \dot{\hat{\psi}}_r + \dot{\psi}_s = \dot{\psi}_l \quad (4.81)$$

Afin d'exposer les différentes étapes permettant de construire cette accélération, nous adoptons le raisonnement déjà utilisé pour les variables estimées précédemment. On note :

$$v_{\text{lacet}_l} = \dot{\psi}_l \quad (4.82)$$

Selon l'équation (4.82), nous pouvons écrire l'équation de l'observateur sous la forme suivante :

$$\dot{\hat{v}}_{\text{lacet}_l} = \hat{a}_{\text{lacet}_l} \quad (4.83a)$$

$$\dot{\hat{a}}_{\text{lacet}_l} = \eta_{a_{\text{lacet}_l}}(t) \quad (4.83b)$$

avec, \hat{v}_{lacet_l} : l'estimé de l'accélération du lacet, $\eta_{a_{\text{lacet}_l}}(t)$: une entrée auxiliaire définie $\mathcal{R}^+ \rightarrow \mathcal{R}$ choisie encore une fois pour garantir une convergence en temps fini des erreurs d'estimation définies ci-dessous :

$$e_{v_{\text{lacet}_l}} = v_{\text{lacet}_l} - \hat{v}_{\text{lacet}_l} \quad (4.84a)$$

$$e_{a_{\text{lacet}_l}} = a_{\text{lacet}_l} - \hat{a}_{\text{lacet}_l} \quad (4.84b)$$

La dynamique des erreur d'estimation est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{e}_{a_{lacet-l}} = e_{a_{lacet-l}} \\ \dot{e}_{a_{lacet-l}} = F(\dot{\psi}_l, \ddot{\psi}_l) - \eta_{a_{lacet-l}}(t) \end{cases}$$

Encore une fois, on choisit l'entrée $\eta_{a_{lacet-l}}(t)$ selon l'algorithme décrit précédemment. Les paramètres de l'algorithme dans ce cas sont choisis selon le tableau suivant.

$\gamma^* \in (0, 1]$	$\gamma^* = 0.75$
$x_{Max} = x_1(0)$	$e_{v_{lacet-l}} \max = e_{v_{lacet-l}}(0)$
$x_1(t)$	$e_{v_{lacet-l}}(t)$
U_{Max}	$U_{Max} > \max(\frac{M_0}{\gamma^*}, \frac{4M_0}{3-\gamma^*}) = 1.5$

Tableau 4.3 : Grandeurs pour l'observateur de l'accélération de lacet du véhicule leader.

4.4.1 Estimation de la variation de l'écart longitudinal

Nous utilisons la technique de l'observation pour reconstruire la variation de l'interdistance notée \dot{d}_{xr} . Cette reconstitution est effectuée à partir de la mesure de l'interdistance d_{xr} acquise par un Lidar ou par stéréovision.

Afin de pouvoir appliquer la technique d'observateur développée dans ce chapitre, il est nécessaire de reformuler la dynamique de cette grandeur sous la forme de l'équation (4.3). Pour cela, nous posons $x_1 = \dot{d}_{xr}$ et $\dot{x}_2 = \ddot{d}_{xr}$.

A présent, considérons le système :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_0 + b_0 T_c + c_0 \delta_f \end{cases} \quad (4.85)$$

La deuxième équation n'est autre que l'équation (3.35). Rappelons que T_c et δ_f sont les entrées de commande et a_0 , b_0 et c_0 sont des fonctions lisses vérifiant l'hypothèse (4.2.2). Nous définissons dans un premier temps l'équation de l'observateur :

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_{xr} = \hat{v}_{xr} \\ \dot{\hat{v}}_{xr} = \eta_{v_{xr}}(t) \end{cases}$$

\hat{d}_{xr} représente l'estimée de la variation de l'interdistance, $\eta_{v_{xr}}(t)$ est l'entrée auxiliaire qui assure la convergence de l'observateur en un temps fini.

Définissons maintenant les deux erreurs d'estimation :

$$\begin{aligned} e_{d_{xr}} &= d_{xr} - \hat{d}_{xr} \\ e_{v_{xr}} &= \dot{d}_{xr} - \hat{\dot{d}}_{xr} \end{aligned}$$

La dynamique de ces erreurs d'estimation s'écrivent :

$$\begin{cases} \dot{e}_{d_{xr}} = e_{v_{xr}} \\ \dot{e}_{v_{xr}} = a_0 + b_0 T_c(t) + c_0 \delta_f(t) - \eta_{v_{xr}}(t) \end{cases}$$

A partir de cette dernière équation, il suffit de trouver une constante positive M_1 vérifiant :

$$|a_0 + b_0 T_c + c_0 \delta_f| \leq M_1 \quad (4.86)$$

pour assurer la convergence en un temps fini t de \hat{d}_{xr} vers d_{xr} . Les fonctions a_0, b_0, c_0 vérifient l'hypothèse (4.2.2), cela assure l'existence de M_1 . Le tableau ci-dessous, résume les éléments nécessaires à la convergence de l'algorithme.

$\gamma^* \in (0, 1]$	$\gamma^* = 0.75$
$x_{Max} = x_1(0)$	$e_{d_{sr} \max} = e_{d_{xr}}(0) = 10m$
$x_1(t)$	$e_{d_{xr}}(t)$
U_{Max}	$U_{Max} > \max\left(\frac{M_1}{\gamma^*}; \frac{4M_1}{3-\gamma^*}\right) = 15$

Tableau 4.4 : Grandeurs pour l'observateur de variation d'inter-distance.

4.4.2 Estimation de la variation de l'écart latéral

Encore une fois, nous posons $x_1 = d_{yr}$ et $x_2 = \dot{d}_{yr}$. La dynamique de l'écart latéral se met comme suit :

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2 \\ \dot{x}_2 = a_1 + b_1 T_c + c_1 \delta_f \end{cases} \quad (4.87)$$

avec a_1, b_1 et c_1 sont des fonctions qui vérifient l'hypothèse (4.2.2). L'équation de l'observateur prend donc la forme :

$$\begin{cases} \dot{\hat{d}}_{yr} = \hat{v}_{yr} \\ \dot{\hat{v}}_{yr} = \eta_{v_{yr}}(t) \end{cases}$$

avec \hat{d}_{yr} l'estimée de la variation de l'écart latéral.

La procédure est la même que précédemment, les erreurs d'estimation valent :

$$\begin{aligned} e_{d_{yr}} &= d_{yr} - \hat{d}_{yr} \\ e_{d_{v_{yr}}} &= \dot{d}_{yr} - \hat{\dot{d}}_{yr} \end{aligned}$$

La dynamique des erreurs vaut alors :

$$\begin{cases} \dot{e}_{d_{yr}} = e_{v_{yr}} \\ \dot{e}_{d_{v_{yr}}} = a_1 + b_1 T_c + c_1 \delta_f - \eta_{v_{yr}}(t) \end{cases}$$

L'algorithme de l'observateur assure la convergence en temps fini si la constante M_2 est choisie telle que :

$$|a_1 + b_1 T_c + c_1 \delta_f| \leq M_2$$

Les fonctions a_1, b_1, c_1 sont fonction des états du véhicule, la constante M_2 est déterminée empiriquement. Les autres paramètres utilisés dans l'algorithme sont rassemblés dans le tableau ci-dessous.

$\gamma^* \in (0, 1]$	$\gamma^* = 0.75$
$x_{Max} = x_1(0)$	$e_{d_{yr} \max} = e_{\hat{d}_{yr}}(0) = 0.05$
$x_1(t)$	$e_{d_{yr}}(t)$
U_{Max}	$U_{Max} > \max\left(\frac{M_2}{\gamma^*}; \frac{4M_2}{3-\gamma^*}\right) = 5$

Tableau 4.5 : Grandeurs pour l'observateur de variation d'écart latéral.

4.4.3 Estimation de l'accélération latérale du véhicule leader

La vitesse latérale du véhicule suiveur peut être mesurée ou estimée. La vitesse latérale relative est quant à elle mesurée grâce au LIDAR ou à la stéréovision. Il est donc possible d'obtenir par soustraction une mesure (estimée) de la vitesse latérale du véhicule leader. On suppose donc ici que l'on dispose de cette mesure et on cherche à estimer l'accélération latérale de ce même véhicule leader. Les différentes étapes sont résumées dans ce qui suit :

– Équations de l'observateur :

$$\begin{cases} \dot{\hat{v}}_{yl} = \hat{a}_{yl} \\ \dot{\hat{a}}_{yl} = \eta_{a_{yl}}(t) \end{cases}$$

où \hat{v}_{yl} est l'estimée de l'accélération et $\eta_{a_{yl}}(t)$ est l'entrée auxiliaire à déterminer.

Les erreurs d'estimation :

$$e_{v_{yl}} = v_{yl} - \hat{v}_{yl} \quad (4.88a)$$

$$e_{a_{yl}} = a_{yl} - \hat{a}_{yl} \quad (4.88b)$$

– La dynamique des erreurs d'estimation :

$$\begin{cases} \dot{e}_{v_{yl}} = e_{a_{yl}} \\ \dot{e}_{a_{yl}} = F(v_{yl}, a_{yl}) - \eta_{a_{yl}}(t) \end{cases}$$

– Le choix de l'entrée $\eta_{a_{yl}}(t)$ et du gain M_3 tel que

$$|F(v_{yl}, a_{yl})| \leq M_3$$

Les valeurs numériques utilisées dans l'algorithme sont rassemblées dans le tableau suivant :

$\gamma^* \in (0, 1]$	$\gamma^* = 0.75$
$x_{Max} = x_1(0)$	$e_{v_{yl}} \max = e_{v_{yl}}(0) = 0$
$x_1(t)$	$e_{v_{yl}}(t)$
U_{Max}	$V_{Max} > \max\left(\frac{M_2}{\gamma^*}, \frac{4M_2}{3-\gamma^*}\right) = 2$

Tableau 4.6 : Grandeurs pour l'observateur d'accélération latérale du véhicule leader.

4.4.4 Estimation de l'accélération longitudinale du véhicule leader

Encore une fois, le LIDAR ou la stéréovision fournissent la vitesse relative. La vitesse du véhicule suiveur étant directement mesurée par un odomètre, nous pouvons donc en déduire une mesure de la vitesse du véhicule leader. Celle-ci nous sert alors pour l'estimation de l'accélération de ce véhicule. Les étapes de synthèse de cet observateur sont résumées ici :

– Les équations de l'observateur :

$$\begin{cases} \dot{\hat{v}}_{xl} = \hat{a}_{xl} \\ \dot{\hat{a}}_{xl} = \eta_{a_{xl}}(t) \end{cases}$$

avec \hat{a}_{xl} , l'estimée de l'accélération longitudinale.

– Les erreurs d'estimation :

$$e_{v_{xl}} = v_{xl} - \hat{v}_{xl} \quad (4.89a)$$

$$e_{a_{xl}} = a_{xl} - \hat{a}_{xl} \quad (4.89b)$$

- La dynamique des erreurs d'estimation :

$$\begin{cases} \dot{e}_{v_{xl}} = e_{a_{xl}} \\ \dot{e}_{a_{xl}} = F(v_{xl}, a_{xl}) - \eta_{a_{xl}}(t) \end{cases}$$

- Le calcul de la constante M_4 vérifiant :

$$|F(v_{xl}, a_{xl})| \leq M_4$$

et l'application de l'algorithme qui détermine l'entrée auxiliaire $\eta_{a_{xl}}(t)$

Les valeurs numériques sont données dans le tableau ci-dessous :

$\gamma^* \in (0, 1]$	$\gamma^* = 0.5$
$x_{Max} = x_1(0)$	$e_{v_{xl} \max} = e_{v_{xl}}(0) = 0$
$x_1(t)$	$e_{v_{xl}}(t)$
U_{Max}	$U_{Max} > \max(\frac{M_4}{\gamma^*}, \frac{4M_4}{3-\gamma^*}) = 2$

Tableau 4.7 : Grandeurs pour l'observateur d'accélération longitudinale du véhicule leader.

4.5 Évaluation en simulation

Dans cette section, nous entreprenons l'évaluation en simulation des observateurs développés. Plusieurs types de manoeuvres seront considérées :

- Changement de voie
- Changement de voie avec stop and go
- Suivi de trajectoire

Nous examinerons à la fois les performances et la robustesse des observateurs.

4.5.1 Manoeuvre de changement de voie

Nous simulons le cas du suivi d'un véhicule. Initialement les deux véhicules sont alignés l'un derrière l'autre. Le véhicule leader initie une manoeuvre de changement de voie, on admet alors que le véhicule suiveur génère un profil d'angle de braquage identique pour suivre le véhicule leader. Notons que cette commande est réalisée en boucle ouverte sans aucun asservissement. L'objectif ici est seulement de mettre en évidence les aptitudes des observateurs. L'inter-distance initiale est de $10m$ et les véhicules se déplacent à la même vitesse de $16m/s$. L'angle de braquage choisi pour le changement de voie apparaît sur la figure 4.4(a), la vitesse longitudinale est maintenue approximativement constante en appliquant un couple composite constant.

Sur toutes les figures, nous avons représenté simultanément la vraie valeur du signal et son estimée. Des tracés des figures 4.4(b), 4.4(c), 4.4(d), 4.4(e) et 4.4(f), permettent de faire les constats suivants :

- L'allure des estimées sont très proches de celles des signaux réels (les signaux se superposent). Les erreurs d'estimation sont très négligeables, elles sont proches de zéro (figures 4.5(b) et 4.5(c)).
- Les erreurs d'estimation de la variation de l'écart latéral, et de l'accélération latérale du véhicule leader, présentées respectivement sur les figures 4.5(a), et 4.5(c) sont très négligeables. Elles sont inférieures à $|2 * 10^{-2}| cm$ et $|6 * 10^{-2}| cm$ respectivement. Nous notons aussi sur la figure 4.5(b) un pic en régime transitoire (dynamique) qui s'annule dans un délai raisonnable. Ce pic est dû à une condition initiale différente de zéro.
- Les estimées convergent rapidement vers les grandeurs réelles.
- Les performances obtenues sont bonnes aussi bien en dynamique qu'en statique.

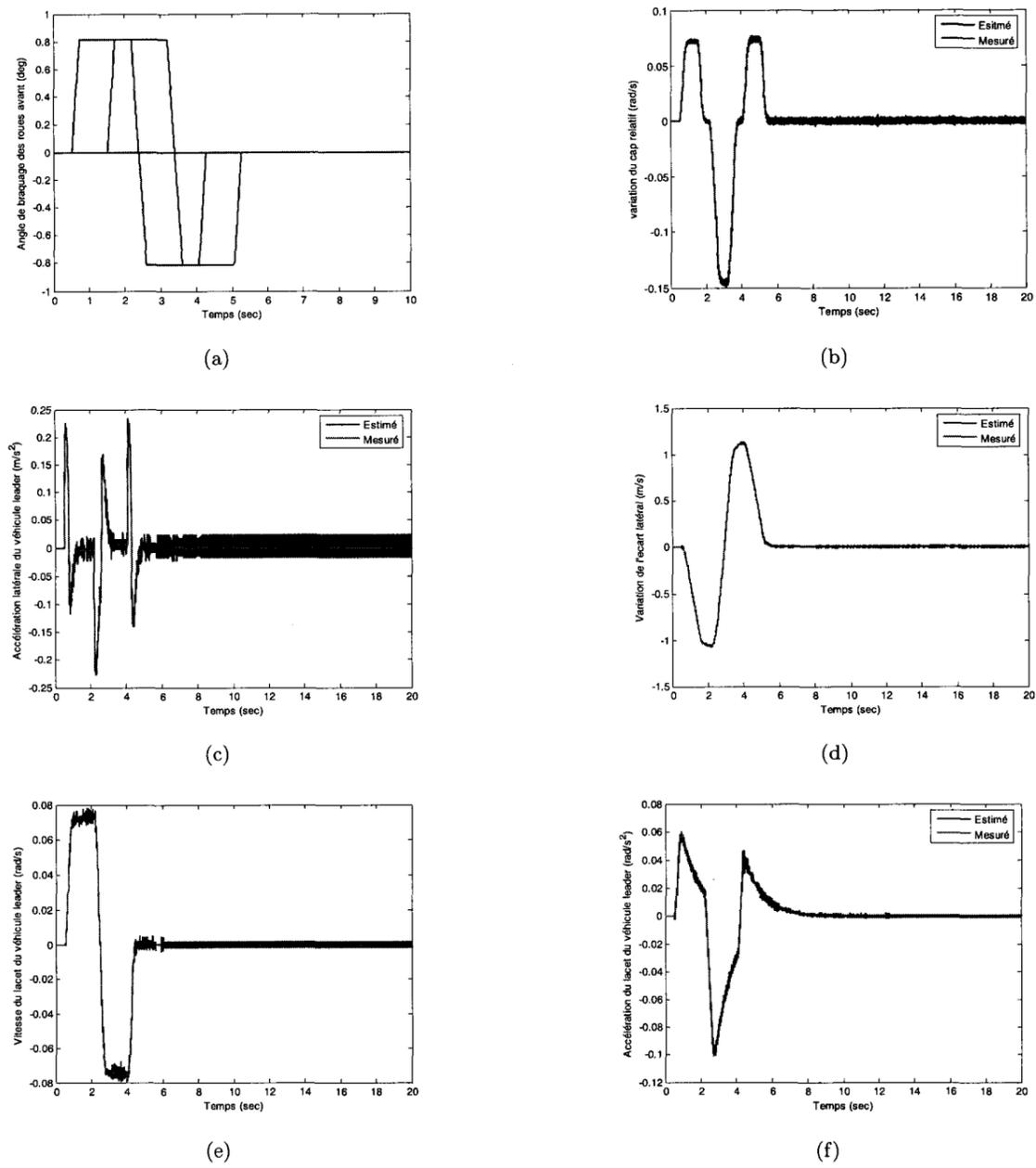


FIG. 4.4 – Estimation des grandeurs non mesurables pour une manoeuvre de changement de voie, (a) : Angle de braquage appliqué aux deux véhicules, (b) : Variation du cap relatif, (c) : Variation de l'écart latéral, (d) : Accélération latérale du véhicule leader, (e) : Variation du cap du véhicule leader, (f) : Accélération du lacet du véhicule leader

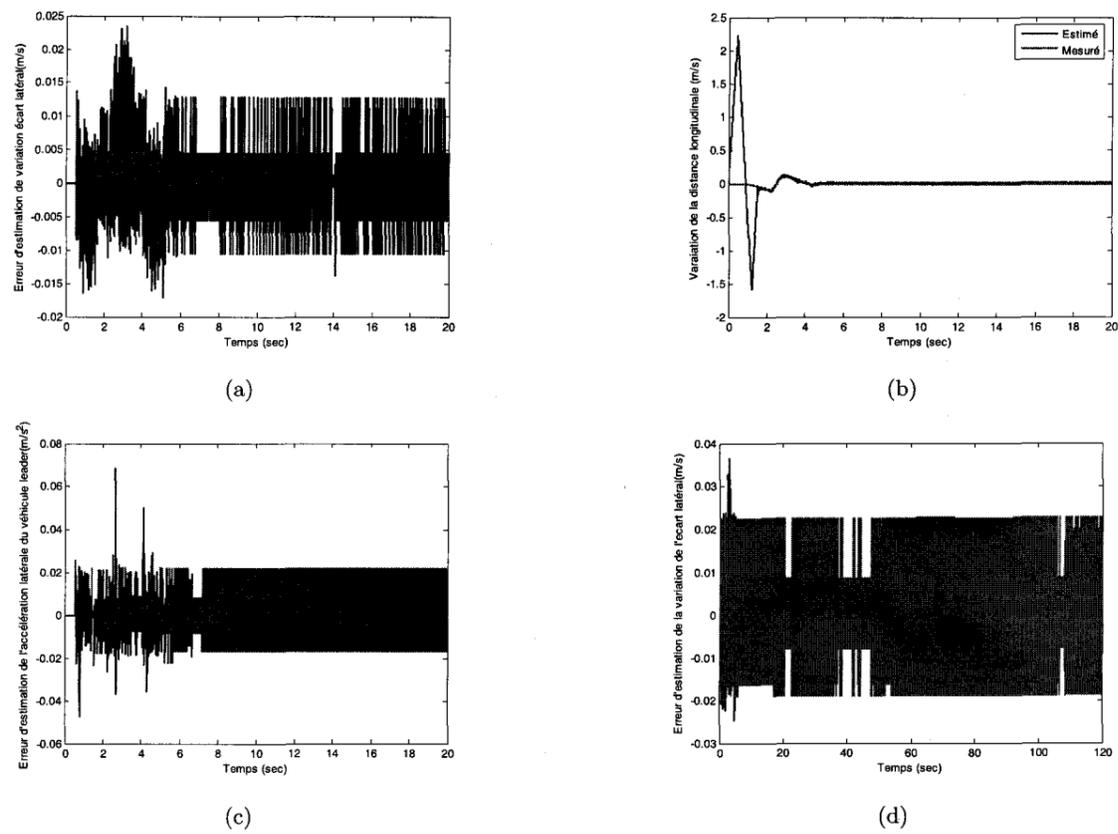


FIG. 4.5 – Manoeuvre de changement de voie. (a) : Erreur de la variation de l'écart latéral, (b) : Variation de l'inter-distance longitudinale, (c) : Erreur d'estimation de l'accélération latérale, (d) : Erreur d'estimation de variation de l'écart latéral.

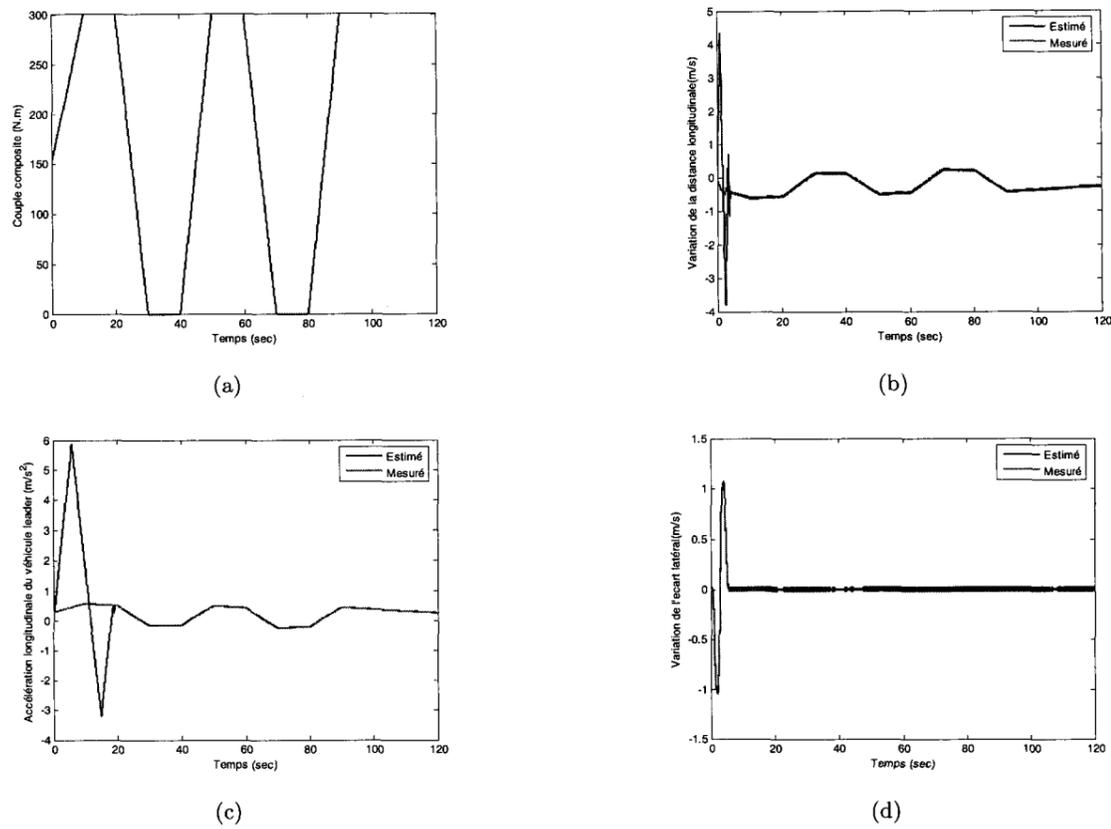


FIG. 4.6 – Changement de voie avec variation de la dynamique longitudinale. (a) : Couple composite, (b) : Variation de la distance longitudinale, (c) : Accélération longitudinale du véhicule leader, (d) : Variation de l'écart latéral,

4.5.2 Changement de voie avec variation de la dynamique longitudinale

La manoeuvre est identique à la précédente, mais le véhicule leader fait varier sa vitesse longitudinale. Le scénario est le suivant :

- Un mouvement uniformément accéléré où le couple composite passe de $150N.m$ à $300N.m$
- Un deuxième mouvement à couple constant $300N.m$.
- Le couple composite décroît pour s'annuler

Sur les figures 4.6(b), 4.6(c), 4.6(d) et 4.5(d), nous présentons les résultats d'estimation des différentes variables. Ces résultats montrent bien la convergence des estimées vers les valeurs réelles, cela est vérifié par les erreurs d'estimation qui sont très faibles (figure 4.5(d), elle est d'ordre $|10^{-2}| cm$).

4.5.3 Trajectoire circulaire

Les deux véhicules se situent initialement sur la même voie et sont distants de $10m$. Ils évoluent alors sur une trajectoire circulaire avec une vitesse longitudinale constante de $16m/s$. Pour réaliser cette trajectoire, on applique un même angle de braquage de $2.9 deg$ à chacun des deux véhicules. Sur la figure 4.7(a), nous montrons les deux trajectoires décrites par les deux véhicules. Nous constatons sur les figures 4.7(b) et 4.7(d) la superposition des grandeurs reconstruites (variation du cap relatif, variation de l'écart latéral) par le biais des observateurs avec leurs grandeurs réelles. On peut aussi

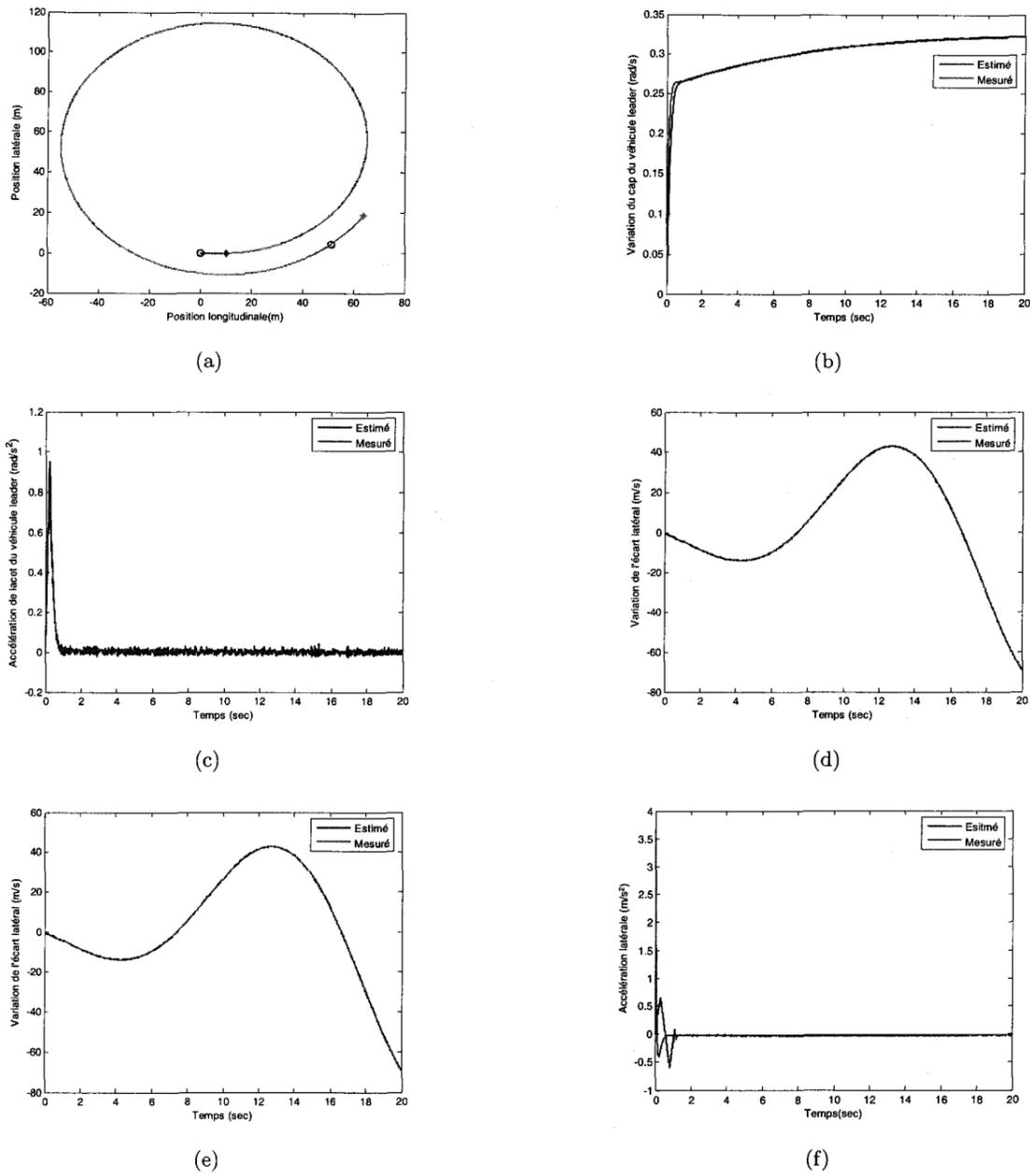


FIG. 4.7 – Courbes de trajectoire circulaire. (a) : Trajectoires du véhicule de tête (*,-) et du véhicule suiveur (o,-), (b) : Variation du cap relatif du véhicule leader, (c) : Accélération du lacet du véhicule leader, (d) : Variation de l'écart latéral, (e) : Variation de la distance longitudinale, (f) : Accélération latérale du véhicule leader

conclure à la convergence en temps fini des l'observateurs. En revanche pour les figures 4.7(e) et 4.7(f), nous remarquons une légère différence de ces signaux en régime transitoire. Cette erreur s'annule en un temps temps fini.

4.5.4 Robustesse

Nous nous intéressons dans cette partie, aux tests de la robustesse des observateurs développés. Nous nous plaçons toujours dans le cadre d'un suivi de véhicule mais avec des dégradations de l'adhérence, dégradations qui se traduisent par une réduction des raideurs pneumatiques c_f et c_r de 20% et 70% de leurs valeurs nominales. Ces réductions correspondent respectivement à une chaussée humide et à une chaussée très glissante. Les résultats apparaissent sur les figures 4.8(a), 4.8(b), 4.8(c), 4.8(d), 4.8(e) et 4.8(f). Les allures des signaux reconstruits sont presque identiques à celles des signaux réels. Ces résultats montrent donc la robustesse des observateurs vis-à-vis de la variation de l'adhérence, ceci pour les deux cas de chaussée humide et très glissante.

4.6 Tests sur données réelles

Dans cette partie, nous testons les performances des observateurs sur des données acquises expérimentalement avec le véhicule prototype "VIPER" sur les pistes d'essai¹ du LIVIC. Pour l'occasion, les données des capteurs suivants ont été enregistrées : centrale inertielle, topomètre, gyromètre et vision, sur un tour de piste. La trajectoire du véhicule est quant à elle relevée par GPS-RTK.

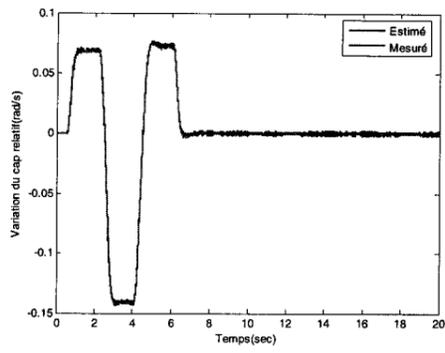
La figure 4.9(b) donne un aperçu de l'écart latéral mesuré et de l'écart latéral reconstruit. Nous pouvons constater que ces deux signaux sont identiques ce qui prouve la convergence de l'observateur en un temps fini avec une erreur quasiment nulle. A partir de cette mesure de l'écart latéral, nous avons aussi estimé la variation de l'écart latéral, présentée sur la figure 4.9(c). On remarque que la courbe estimée suit parfaitement celle mesurée. Cela est vérifié sur la figure 4.9(d), figure qui présente l'erreur d'estimation qui est de l'ordre de $|10^{-2}| m$.

Afin d'illustrer les performances de notre approche pour l'estimation, nous avons comparé la vitesse donnée par le topomètre avec celle obtenue par l'intermédiaire de l'estimateur (figure 4.9(e)). Encore un fois, on constate une convergence rapide de la vitesse estimée vers la vitesse mesurée. Par la suite, nous avons estimé l'accélération longitudinale du véhicule via la vitesse mesurée. Celles-ci apparaissent sur la figure 4.9(f). Les deux réponses de l'accélération mesurée par la centrale inertielle et celle reconstruite par l'observateur après filtrage sont très proches. L'erreur d'estimation est quasiment nulle (figure 4.10(a)). De la même façon que précédemment, nous avons procédé à l'estimation de l'angle de cap, de la vitesse de lacet mesurée par le gyromètre, de l'accélération latérale mesurée par la centrale inertielle ainsi que de l'accélération de lacet. Les performances dynamiques et statiques sont très satisfaisantes, voir la figure 4.10(c), 4.10(c), et 4.10(d).

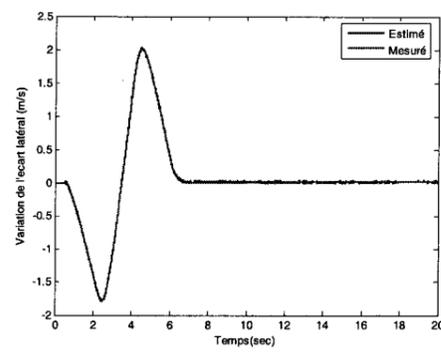
4.7 Conclusion

Ce chapitre a été consacré à la synthèse d'observateurs par modes glissant utilisant une classe particulière de systèmes du second ordre. La théorie générale a été présentée, puis nous avons synthétisé un observateur pour chaque grandeur nécessaire à estimer dans le cas du suivi de voie. Dans

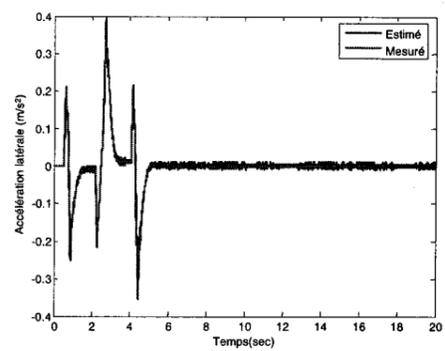
¹piste d'essai sur Satory



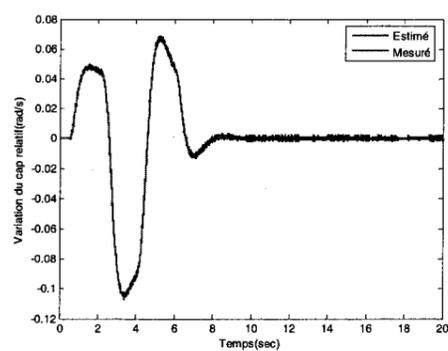
(a)



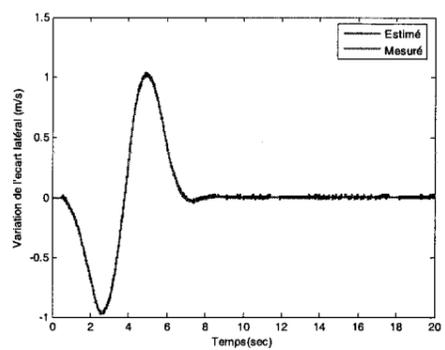
(b)



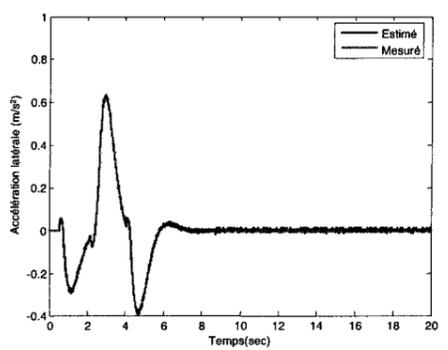
(c)



(d)



(e)



(f)

FIG. 4.8 – Courbes de chaussée humide ((a) : Variation du cap relatif, (b) : Variation de l'écart latéral, (c) : Accélération du véhicule leader). Courbes chaussée très glissante ((d) : Variation du cap relatif, (e) : Variation de l'écart latéral, (f) : Accélération latérale du véhicule leader)

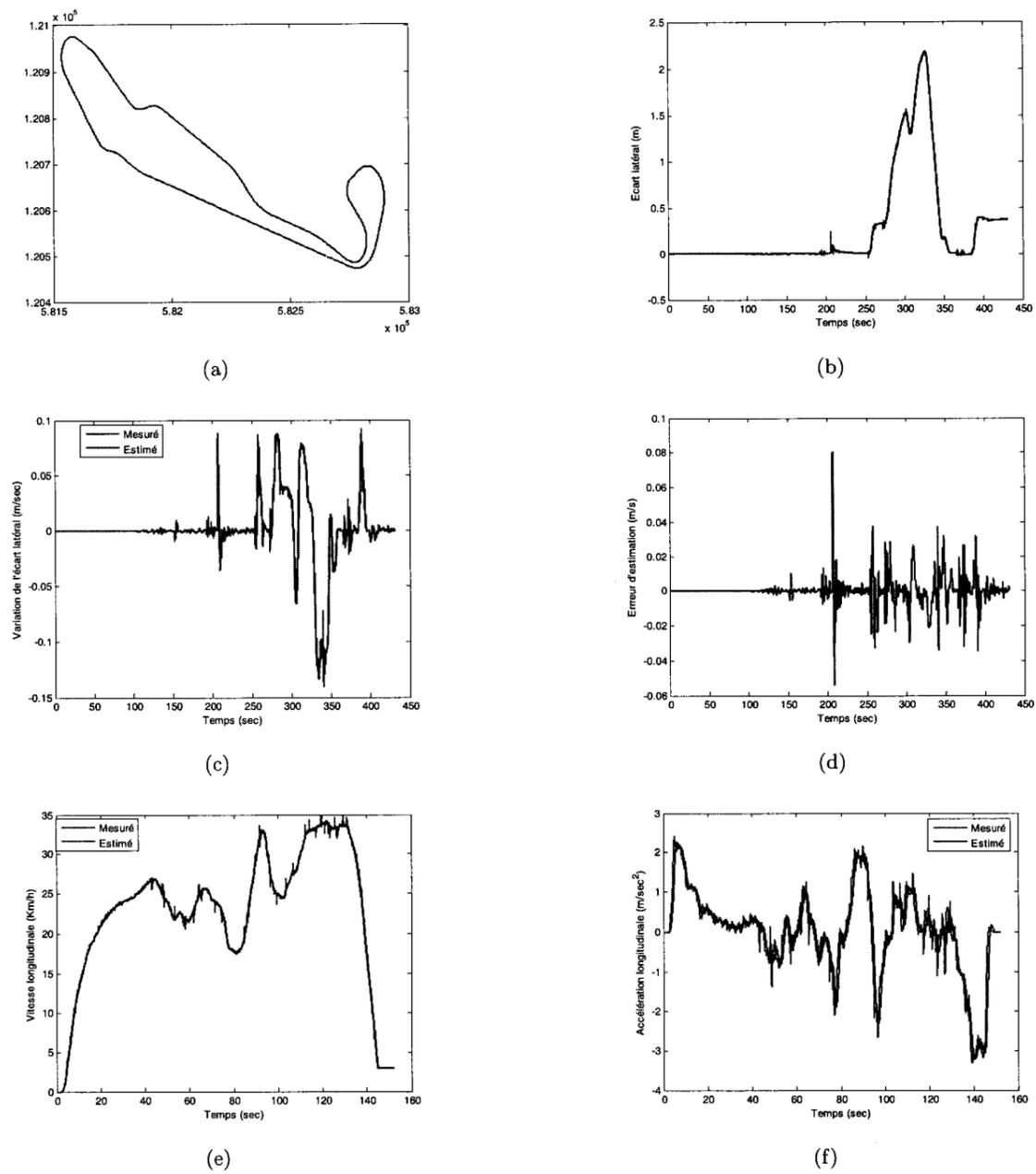


FIG. 4.9 – Courbes de suivi de trajectoire avec véhicule prototype. (a) : Piste d'essai, (b) : Écart latéral, (c) : Variation de l'écart latéral, (d) : Erreur d'estimation, (e) : Vitesse longitudinale du véhicule, (f) : Accélération longitudinale

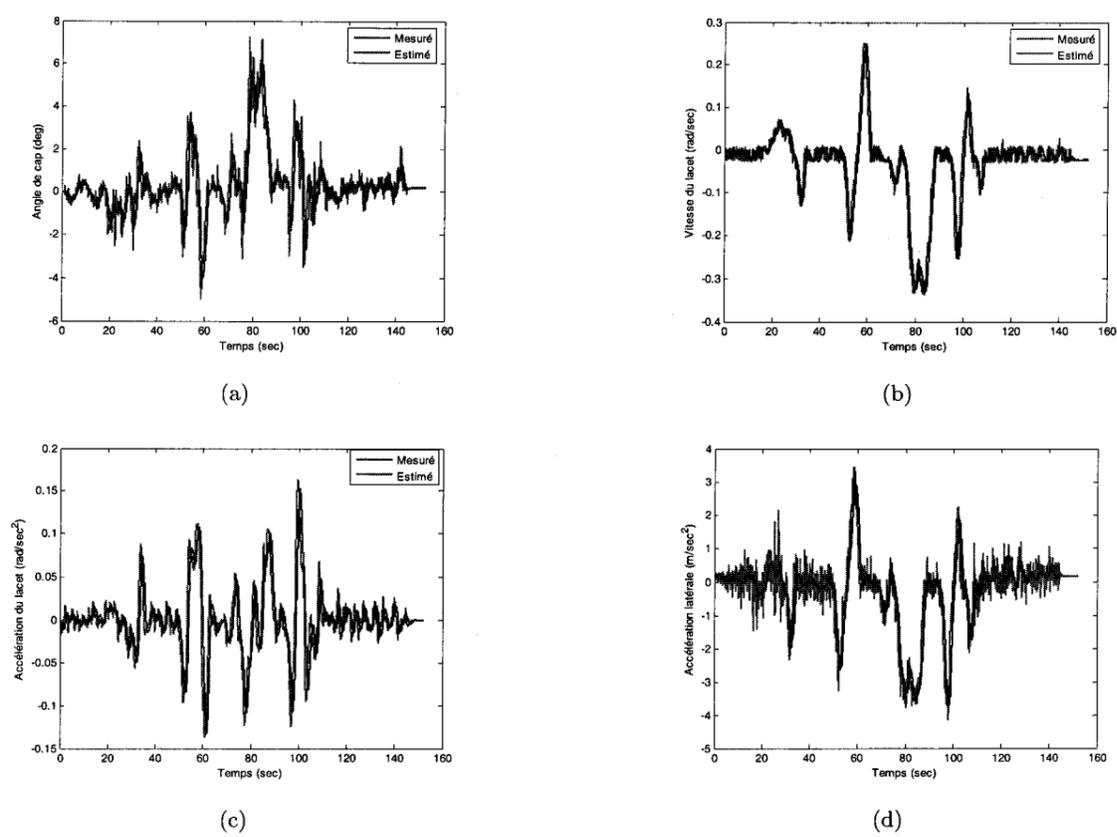


FIG. 4.10 – Courbes de suivi de trajectoire avec véhicule prototype. (a) : Angle de cap, (b) : Vitesse du lacet du véhicule, (c) : Accélération du lacet, (d) : Accélération latérale

un premier temps, vous avons validé cette approche sur des scénarios de suivi de véhicule en changement de voie sur ligne droite en en trajectoire circulaire. Dans un deuxième temps, des données enregistrées sur véhicule prototype ont permis de vérifier le bon comportement des observateurs. Ces observateurs nous seront utiles dans le chapitre suivant sur la synthèse de lois de commande pour le suivi automatique d'un véhicule.

Chapitre 5

Synthèse de lois de contrôle pour le suivi de véhicule

Ce chapitre, sera consacré à la synthèse de lois de commande pour le suivi automatique d'un véhicule. Dans une première partie, nous présenterons quelques éléments de la théorie des modes glissants d'ordre 1 et ordre 2. Nous passerons en revue les principales notions théoriques des modes glissants classiques, puis nous expliquerons l'intérêt du passage aux modes glissants d'ordre supérieur.

Dans la seconde partie, nous étudierons un autre type de loi de contrôle basée sur la technique du backstepping. Nous présentons de manière formelle les concepts théoriques de cette technique et nous mentionnerons la manière dont elle est fréquemment mise en oeuvre.

La dernière partie sera consacrée à la mise en oeuvre et à la validation de ces techniques de commande sur l'exemple de suivi automatique d'un véhicule. Nous effectuerons des tests en simulation de ces deux lois de commande dans différentes manoeuvres et scénarios. Lors des simulations, il sera d'abord supposé que les états nécessaires à la mise en oeuvre de ces lois sont mesurables. Par la suite, nous les remplaçons par leur estimées reconstruites avec les observateurs du chapitre précédent.

5.1 Introduction

La commande par modes glissants dite aussi à structure variable est une commande commutante suivant certaines règles prédéfinies lors de la synthèse. Cette commutation est très souvent effectuée de part et d'autre d'une surface de discontinuité appelée surface de glissement et le mouvement le long de cette surface de discontinuité est le mode glissant.

Cette commande est réputée très robuste pour le contrôle des systèmes non linéaires et linéaires, ceci est vérifié théoriquement en assurant le maintien du mode glissant et en définissant les performances du système bouclé par ce mode glissant. De plus, sa mise en oeuvre pratique ne se heurte plus aux limitations des actionneurs du fait de l'avancée technologique notable dans ce domaine.

Bien que la technique de commande soit relativement ancienne, il a fallu attendre le début des années 80 pour qu'on commence à s'intéresser vraiment. Depuis, on enregistre des centaines d'articles dans le domaine avec des applications pratiques très variées telles que : la mécanique [CHA 04, SAM 04, NOU 03], l'électrique [INA 03], l'aéronautique [LEV 00], et la chimie [CHE 05].

5.2 Synthèse d'une commande par modes glissants

5.2.1 Méthodes explicites de synthèse

Les méthodes de synthèse explicites sont plus répandues que les méthodes implicites qui sont plus proches de la théorie du glissement. Elles sont applicables aussi bien pour les systèmes linéaires que non linéaires. Elles se décomposent principalement en deux méthodes :

- La méthode de la commande équivalente.
- La méthode par imposition de la dynamique d'atteinte de la dynamique de la surface de glissement.

Nous ne présenterons dans ce document que la méthode de la commande équivalente.

5.2.1.1 Méthode de la commande équivalente

Cette méthode a été proposée pour la première fois par Utkin. L'idée de base consiste à considérer que le système est conduit par une commande dite *commande équivalente* que nous noterons par la suite u_{eq} , qui représente la commande u permettant de contraindre l'état x du système (Annexe B) à rester sur la surface de commutation $\sigma(x, t)$. Cette commande rend aussi la surface $\sigma(x, t)$ invariante dans le temps, en d'autres termes $\dot{\sigma} = 0$. Ceci nous ramène à résoudre la système décrit ci dessous :

$$\dot{x} = f(x, t, u_{eq}) \quad (5.1)$$

L'équation (5.1) conduit à la condition :

$$\left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} f(x, t, u_{eq}) + \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) = 0 \quad (5.2)$$

Plaçons nous maintenant dans le cas des systèmes non linéaires affines en la commande. La dynamique de cette classe de systèmes s'écrit sous la forme :

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u_{eq} \quad (5.3)$$

En combinant cette équation avec la condition (5.2), nous obtenons alors l'expression de la commande équivalente :

$$u_{eq} = - \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x, t) \right)^{-1} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x, t) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) \quad (5.4)$$

Cette expression suppose bien sûr la non-nulité du terme $\left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} g \right)$.

En remplaçant (5.4) dans (5.3), nous obtenons la dynamique du mode glissant (sur la surface) :

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u_{eq} = \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x, t) \right)^{-1} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x, t) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \right) \quad (5.5)$$

La commande équivalente ne représente que la composante basse fréquence de la commande commutante réellement appliquée au système physique. En d'autres termes, elle représente la moyenne de la commande commutante u . On peut en effet construire une loi de commande à partir de la commande (5.4) avec l'association d'un terme discontinu :

$$u(x, t) = u_{eq}(x, t) + u_{dis}(x, t) \quad (5.6)$$

où $u_{dis}(x, t)$ désigne la partie discontinue.

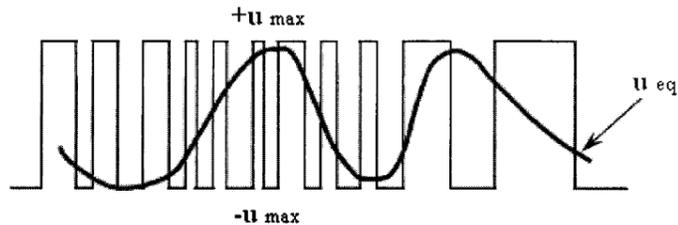


FIG. 5.1 – Commande équivalente

Dans ce cas le passage par la commande $u_{eq}(x, t)$ n'est plus un artifice de calcul mais elle participe explicitement à l'expression de la commande. Elle permet de maintenir la condition de glissement. Le terme additif $u_{dis}(x, t)$ qui permet l'attractivité de la surface de glissement peut avoir différentes expressions :

- Structure type relais :

$$u_{dis}(x, t) = -K \text{sign}(\sigma) \quad (5.7)$$

où sign représente la fonction signe, K est le gain strictement positif de la commande, à régler.

- Structure à commutation de gains :

$$u_{dis}(x, t) = W^T x \quad (5.8)$$

telle que les composantes $(w_i)_{i=1..n}$ du vecteur W prennent deux valeurs extrémales $w_{i \max}$ et $-w_{i \max}$

L'expression finale de la commande u du système peut se mettre comme suit :

$$u = - \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x, t) \right)^{-1} \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x, t) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} + W \text{sign}(\sigma) \right) \quad (5.9)$$

5.2.2 Choix de la surface de glissement dans le cas du suivi de trajectoire

5.2.2.1 Introduction

Dans le cas d'un suivi de trajectoire, on considère généralement les grandeurs ci-dessous :

- x et $x_d(t)$ qui représentent respectivement l'état du système et l'état désiré
- $\tilde{x} = x - x_d(t)$ l'erreur sur l'état
- $\sigma(x, t) = \sigma(x - x_d(t)) = \sigma(\tilde{x})$ la surface de glissement

La dynamique de l'état dans le cas de suivi de trajectoire est fixée par le choix des trajectoires désirées $x_d(t)$. La surface quant à elle n'intervient que sur la dynamique de l'erreur \tilde{x} . Cette surface devra être choisie de telle sorte à garantir la stabilité asymptotique du point d'équilibre du mode de glissement correspondant à $\tilde{x}_i = 0$ ($i = 1..n$).

Un choix simple de la surface consiste en :

$$\sigma(\tilde{x}) = C\tilde{x} = \sum_{i=1}^n c_{i-1} \tilde{x}_i \quad (5.10)$$

avec $C = [c_0, c_1, c_2, \dots, c_n]$ est un vecteur paramètres choisis selon les objectifs de commande. Soit le système décrit par les écarts successifs \tilde{x}_i qui sont les variables de phases et la dynamique de glissement obtenue sur la surface de discontinuité $\sigma = 0$:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{\tilde{x}}_{n-2} = \tilde{x}_{n-1} \\ \dot{\tilde{x}}_{n-1} = \tilde{x}_n = \frac{1}{c_{n-1}} (-c_0\tilde{x}_1 - c_1\tilde{x}_2 - c_2\tilde{x}_3 - \dots - c_{n-2}\tilde{x}_{n-1}) \end{cases} \quad (5.11)$$

Pour assurer la stabilité asymptotique du mode glissement, il suffit que le vecteur C engendre un polynôme (5.10) Hurwitz.

On définit l'erreur de suivi e comme étant la première composante du vecteur \tilde{x} :

$$e = \tilde{x}_1 = x_1 - x_{d1}(t) \quad (5.12)$$

La surface de glissement peut ainsi s'exprimer :

$$\sigma = e^{n-1} + \sum_{i=1}^{n-1} c_{i-1} e^{i-1} = \tilde{x}_n + \sum_{i=1}^{n-1} c_{i-1} \tilde{x}_i \quad (5.13)$$

En posant $c_{n-1} = 1$, l'équation (5.11) devient :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{\tilde{x}}_{n-2} = \tilde{x}_{n-1} \\ \dot{\tilde{x}}_{n-1} = \tilde{x}_n = (-c_0\tilde{x}_1 - c_1\tilde{x}_2 - c_2\tilde{x}_3 - \dots - c_{n-2}\tilde{x}_{n-1}) \end{cases} \quad (5.14)$$

La dynamique du système (5.14) se retrouve réduite d'un degré par rapport à la dynamique du système de départ. Cette différence correspond à la dynamique d'atteinte de la surface de glissement, qui est du premier ordre. En effet, le système en boucle fermée s'écrit :

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}_1 = \tilde{x}_2 \\ \dot{\tilde{x}}_2 = \tilde{x}_3 \\ \vdots \\ \dot{\tilde{x}}_{n-2} = \tilde{x}_{n-1} \\ \dot{\tilde{x}}_{n-1} = \tilde{x}_n = (-c_0\tilde{x}_1 - c_1\tilde{x}_2 - c_2\tilde{x}_3 - \dots - c_{n-2}\tilde{x}_{n-1}) + \sigma \\ \dot{\sigma} = -W \text{sign}(\sigma) \end{cases} \quad (5.15)$$

5.2.2.2 Surface de Slotine [SLO 91]

Slotine a choisi la surface de glissement pour que le polynôme caractéristique du système de l'équation (5.14) ait des pôles réels multiples. Cela correspond dans le cas d'un système du second ordre à un coefficient d'amortissement $\xi = 1$. La surface s'écrit :

$$\sigma = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \tilde{x}_1 \quad (5.16)$$

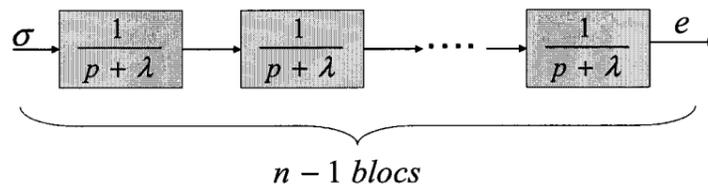


FIG. 5.2 – Dynamique équivalente de l'erreur e

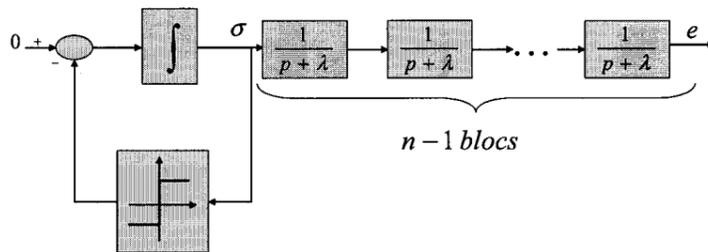


FIG. 5.3 – Représentation en boucle fermée (dynamique surface-erreur)

où λ est une constante strictement positive.

L'expression de la surface de glissement (5.13) peut alors s'écrire sous la forme :

$$\sigma = \sum_{i=1}^n C_{n-1}^{i-1} \lambda^{n-i} \tilde{x}_i = \sum_{i=1}^n c_{i-1} \tilde{x}_i \quad (5.17)$$

avec : $c_i = C_{n-1}^i \lambda^{n-i-1}$ $i = 0..n-1$. Ce type de surface (5.13) a un grand impact pratique, il y a un seul paramètre de réglage (λ) tout en assurant une dynamique de glissement linéaire. De plus, on peut exprimer l'écart e comme étant la sortie d'un enchaînement en cascade d'éléments de premier ordre (filtre) avec la surface σ comme entrée.

Exemple 5.1 (cas $n=3$)

Dans le cas d'un système du troisième ordre, la surface de glissement est donnée par

$$\sigma(\tilde{x}) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^2 \tilde{x}_1 = \lambda^2 \tilde{x}_1 + 2\lambda \tilde{x}_2 + \tilde{x}_3 = \lambda^2 e + 2\lambda \dot{e} + \ddot{e}$$

Elle impose donc une dynamique du second ordre à l'erreur e .

La représentation en boucle fermée de la dynamique surface-erreur est donnée sur la figure 5.3.

Pour réduire un éventuel écart statique, il existe un autre type de surface dite "type intégral"

$$\sigma(x, t) = \left(\frac{d}{dt} + \lambda \right)^{n-1} \int_0^t \tilde{x}_1(\tau) d\tau \quad (5.18)$$

Nous utiliserons ce type de surface pour le contrôle latéral en suivi de véhicule.

5.3 Robustesse de la loi de commande

On rappelle qu'avec un bon choix des paramètres de réglage, la commande par mode glissant assure la stabilité asymptotique. Cette technique de commande est réputée par sa robustesse vis à vis des incertitudes paramétriques (erreurs de modélisation), des bruits, et de tout autre méconnaissance du système.

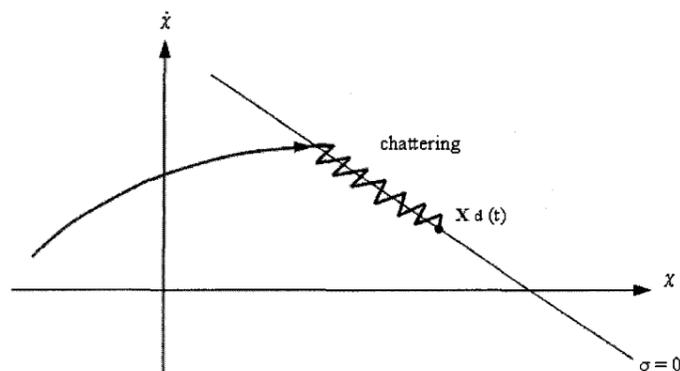


FIG. 5.4 – Phénomène de chattering

5.3.1 Condition de glissement en présence de perturbations bornées

Nous allons analyser la robustesse de la commande par modes glissants obtenue par la méthode de la commande équivalente. Nous considérons pour cela le système non linéaire sujet à une perturbation additive :

$$\dot{x} = f(x, t) + g(x, t)u + f_p(x, t) \quad (5.19)$$

L'expression de la commande pour ce système est toujours celle décrite par l'équation (5.9) sous condition que $\sigma\dot{\sigma} < 0$ soit toujours vérifiée. Exprimons pour cela $\dot{\sigma}$:

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= \frac{\partial \sigma}{\partial x} \{f(x, t) + g(x, t)u + f_p(x, t)\} + \frac{\partial \sigma}{\partial t} \\ &= \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x, t) \right) - \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} g(x, t) \right)^{-1} + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} f(x, t) + \frac{\partial \sigma}{\partial t} + W \text{sign}(\sigma) \right) \\ &\quad + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} f_p(x, t) \right) \right) \end{aligned} \quad (5.20)$$

Après simplification, on obtient :

$$\dot{\sigma} = -W \text{sign}(\sigma) + \left(\frac{\partial \sigma}{\partial x} f_p(x, t) \right) \quad (5.21)$$

On suppose que la perturbation f_p est bornée, il existe donc une constante telle que :

$$\left| \frac{\partial \sigma}{\partial x} f_p(x, t) \right| \leq f_{pmax} \quad (5.22)$$

La condition d'attractivité $\sigma\dot{\sigma} < 0$ sera alors vérifiée si W est choisie telle que :

$$W > \sup \left(\left| \frac{\partial \sigma}{\partial x} f_p(x, t) \right| \right) \quad (5.23)$$

□

5.3.2 Le phénomène de réticence

Le phénomène de réticence "chattering" pose certaines restrictions à l'application de la technique de commande par modes glissants aux systèmes physiques. Ce phénomène conduit quelques fois

à un nombre élevé d'oscillations de la trajectoire du système autour de la surface de glissement et donc à des sollicitations excessives des actionneurs [FLI 91, JOH 94, KAC 96]. Comme nous le verrons, les modes glissants d'ordre supérieurs permettent de s'affranchir de ce phénomène.

5.4 Les modes glissants d'ordre supérieur

5.4.1 Introduction

La plupart des systèmes à structure variable sont basés sur les modes glissants standards (mode glissant d'ordre un). Cependant, les modes glissants d'ordre un peuvent être mis en application seulement si le degré relatif du système par rapport à la surface σ vaut 1. En outre, il est associé lors de la commutation à des oscillations en hautes fréquences qui sont néfastes aux actionneurs. C'est pour cela, que la notion de modes glissants a été étendue aux ordres supérieurs (2 et plus). On trouve dans la littérature plusieurs algorithmes pour les modes glissants d'ordre 2 [BAR 99]. *Levant* a présenté des algorithmes de modes glissants d'ordre 2 pour stabiliser les systèmes du second ordre non linéaires en supposant connue la dérivée $\dot{\sigma}$ de la surface [LEV 93]. Encore une fois, l'utilisation des contrôleurs par modes glissants d'ordre deux se trouve limitée aux systèmes ayant un degré relatif inférieur ou égal à 2.

La généralisation de la commande aux modes glissants d'ordre supérieur avec une convergence en temps fini a été démontrée récemment [LEV 03]. Dans les modes glissants d'ordre supérieur, le contrôle agit sur la dérivée supérieure de la surface de glissement. A titre d'exemple, pour les modes glissants d'ordre deux, la commande apparaît dans $\ddot{\sigma} = 0$ et on assure $\sigma = \dot{\sigma} = 0$. Dans le cas général d'un système :

$$\dot{x} = f(t, x(t), u(t)) \quad (5.24a)$$

$$\sigma = \sigma(t, x) \quad (5.24b)$$

où $x \in \mathcal{X} \subset \mathcal{R}^n$ est le vecteur d'état, $u \in \mathcal{U}$ l'entrée de commande et $\sigma : \mathcal{R}^+ \times \mathcal{X} \rightarrow \mathcal{R}$.

La commande contraint les trajectoires du système à glisser sur la surface de glissement définie par : $\mathcal{S}^r = \{x \in \mathcal{X} : \sigma = \dot{\sigma} = \ddot{\sigma} = \dots = \sigma^{r-1} = 0\}$, où r est l'ordre du mode glissant.

Le degré relatif du système peut être défini comme le nombre minimum de fois de dérivation de la sortie (donc la surface de glissement dans ce cas) par rapport au temps dans le but que la dérivée de σ dépend explicitement de la commande u . Selon donc le degré relatif du système, la commande va s'appliquer directement sur u ou sur ces dérivées.

5.4.2 Réduction de la reticence

On montre brièvement dans cette section comment le chattering est inhibé en utilisant les modes glissants d'ordre supérieur. Pour cela, on considère le système (5.24a). Écrivons les deux premières dérivées de la surface de glissement :

$$\begin{aligned} \dot{\sigma} &= L_u \sigma(t, x) = \frac{\partial}{\partial t} \sigma(t, x) + \frac{\partial}{\partial x} \sigma(t, x) f(t, x, u) \\ \ddot{\sigma} &= \frac{\partial}{\partial t} \dot{\sigma}(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial t} \dot{\sigma}(t, x, u) f(t, x, u) + \frac{\partial}{\partial u} \dot{\sigma}(t, x, u) \dot{u} \end{aligned}$$

On distingue deux cas :

- Le degré relatif est égal à 1 si $\frac{\partial}{\partial u} \dot{\sigma} \neq 0$

– Le degré relatif est supérieur ou égal à 2 si $\frac{\partial}{\partial u}\sigma^{(i)} = 0$ ($i = 1, 2, \dots, r-1$) et $\frac{\partial}{\partial u}\sigma^{(r)} \neq 0$. Dans le premier cas, la commande par modes glissants d'ordre un contraindrait le système à évoluer sur une surface de glissement dans un temps fini. Néanmoins le contrôle par modes glissants d'ordre deux permet d'éliminer le phénomène de chattering. En effet en utilisant cette stratégie, l'entrée de contrôle u devient la sortie de la dynamique d'un système du premier ordre. Les algorithmes sont alors appliqués à la première dérivée de l'entrée du système \dot{u} . Désormais, cette dernière est la nouvelle entrée de contrôle et nous mène à un mode glissant d'ordre deux dans la surface \mathcal{S} . Par conséquent, l'entrée du système u est continue, exempte d'oscillation et le chattering se trouve ainsi inhibé.

5.4.3 Algorithmes de modes glissants d'ordre deux

Les modes glissants d'ordre 2 sont les algorithmes de modes glissants d'ordre supérieur les plus souvent utilisés. L'objectif du contrôle est de contraindre les trajectoires du système à évoluer sur la surface en un temps fini. La surface est donnée par $\sigma = \dot{\sigma} = 0$. Entre autres algorithmes, on peut trouver dans la littérature *le super twisting Algorithm* [LEV 03], *le suboptimal algorithm* qui est inspiré de la commande optimale pour un double intégrateur [BAR 97]. Dans ces algorithmes, il est possible de définir les bornes supérieures pour le temps de convergence. Pour cela, plusieurs conditions doivent être satisfaites. En particulier, il est supposé que f et σ sont respectivement C^1 et C^2 . Dans le cas d'un degré relatif de 1, la seconde dérivée de σ peut être écrite sous la forme suivante :

$$\ddot{\sigma} = \Psi(t, x, u) + \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial u} \dot{u} \quad (5.25)$$

où \dot{u} est la nouvelle entrée de contrôle.

La commande est synthétisée sous les hypothèses suivantes :

1. L'entrée u satisfait : $|u| \leq U_{max}$ avec U_{max} une constante positive.
2. Il existe $u_1 \in [0, U_{max}]$ pour toute fonction continue u avec $|u(t)| > u_1$, il existe t , tel que $\sigma(t)u(t) > 0$ pour tout $t > t_1$
3. Il existe des constantes positives σ_0, c_m, C_M telles que si $|\sigma(x, t)| < \sigma_0$:

$$0 < c_m < \frac{\partial \dot{\sigma}}{\partial u} \leq C_M \quad (5.26)$$

L'ensemble $\mathcal{R}_l = \{t, x : |\sigma(t, x)| < 0\}$ correspond à la région de linéarité.

4. Pour tout $t, x \in \mathcal{R}_l$ et pour tout u , il existe C_0 tel que :

$$|\Psi(t, x, u)| < 0 \quad (5.27)$$

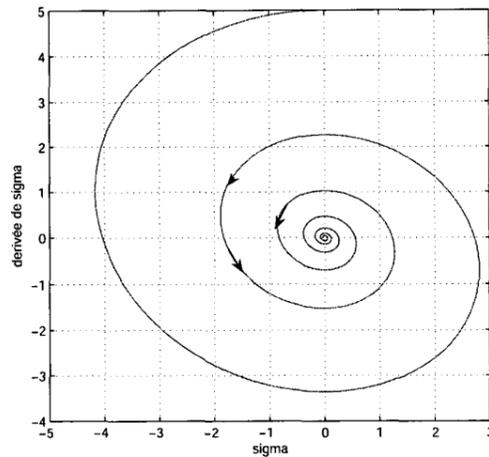
Pour un degré relatif de 2, la dérivée seconde de la surface de glissement s'écrit :

$$\ddot{\sigma} = \zeta(t, x) + \mathcal{X}(t, x)u \quad (5.28)$$

En supposant que les fonctions ζ et \mathcal{X} sont incertaines mais bornées de telle sorte que :

$$\begin{aligned} 0 < C_m \leq \mathcal{X} \leq C_M \\ |\zeta(t, x)| < C_0 \end{aligned} \quad (5.29)$$

On peut montrer que les trajectoires dans le plan de phase $(\dot{\sigma}, \sigma)$ convergent vers l'origine après un certain nombre de rotation autour de l'origine (figure (5.5)).

FIG. 5.5 – Trajectoires dans le plan de phase $(\sigma, \dot{\sigma})$

5.4.3.1 Le Twisting Algorithm

Selon le degré relatif du système, l'algorithme du Twisting prend différentes formes. Dans le cas d'un degré relatif de 1, la commande appliquée à \dot{u} prend la forme suivante :

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & |u| > |u_{eq}| \\ -K_M \text{sign}(\sigma) & \text{si } \sigma \dot{\sigma} \leq 0, \quad |u| \leq |u_{eq}| \\ -k_m \text{sign}(\sigma) & \text{si } \sigma \dot{\sigma} > 0, \quad |u| \leq |u_{eq}| \end{cases} \quad (5.30)$$

Les gains apparaissant dans l'expression de la commande doivent vérifier les conditions suivantes :

$$\begin{aligned} K_M &> k_m > 0 \\ k_m &> \frac{4C_M}{\sigma_0} \\ k_m &> \frac{4C_M}{c_m} \\ K_M &> \frac{C_M k_m}{c_m} + \frac{2C_0}{c_m} \end{aligned} \quad (5.31)$$

5.5 La technique du Backstepping (retro iteration)

5.5.1 Introduction

La théorie de Lyapunov est un outil très important dans la théorie de commande des systèmes non linéaires. Cependant, son utilisation est souvent entravée par les difficultés de trouver une fonction de Lyapunov pour un système donné. Si elle est trouvée, le système est connu pour être stable, mais la tâche de trouver une telle fonction est souvent laissée à l'imagination et à l'expérience du concepteur. La technique du Backstepping est une méthode systématique pour la conception du contrôle non linéaire, qui peut être appliquée à une grande classe de systèmes. Le nom *backstepping* se réfère à la nature récursive de la procédure de synthèse.

Dans un premier temps, seul un sous-système du système original est considéré, pour lequel une loi de contrôle *fictive* est construite. Puis, la conception est étendue en plusieurs étapes jusqu'à

l'obtention d'une loi de contrôle pour le système tout en entier. Avec la loi de commande, une fonction de Lyapunov pour le système contrôlé est progressivement construite.

La technique de retro iteration a connu un regain d'attention grâce aux travaux de *Kokotovic*, qui a fourni un cadre mathématique pour la conception de lois de contrôle pour différents systèmes non linéaires en utilisant la cette technique [KOK 92]. Durant les années suivantes, des manuscrits ont été édités par *Krstic* et autres [KRS 95, FRE 96a, SEP 97].

Nous utiliserons cette technique du backstepping pour développer des lois de contrôle pour le contrôle longitudinal et latéral appliqués au véhicule léger.

5.5.2 Historique et domaines d'application de la retro iteration

L'idée de base du backstepping est de laisser certains états du système agir en tant qu'entrées virtuelles. La même idée est utilisée dans la conception de contrôle en cascade et également dans la théorie de la perturbation singulière [KOK 86]. Le backstepping qui utilise une forme du système en *chaîne d'intégrateurs*, après une transformation de coordonnées d'un système triangulaire et en se basant sur la méthode directe de Lyapunov. A partir de là, il est possible de concevoir systématiquement et de manière recursive des contrôleurs et les fonctions de Lyapunov correspondantes.

Bien que la technique du backstepping ait une histoire plutôt courte mais rien n'empêche quand-même de trouver de nombreuses applications pratiques dans la littérature. On en donne ici un court aperçu.

- Elle est appliquée dans les systèmes électriques, par exemple dans [ZHO 05], où a été proposée une commande en temps réel de la vitesse d'un moteur synchrone à aimant permanent par la technique du backstepping adaptative non linéaire. Une première loi de commande avait été synthétisée par les techniques de linéarisation exacte avec placement de pôle mais cette loi de contrôle présentait l'inconvénient de ne pas être robuste vis-à-vis des variations paramétriques et au couple de charge. Les résultats obtenus aussi bien en théorie qu'en pratique en temps réel montrent clairement de très bonnes performances. Le contrôleur synthétisé suit parfaitement la vitesse désirée. On peut maintenant la retrouver dans une grande variété de contrôle de moteurs électriques [ALR 98, CAR 95, CAR 93].
- On trouve également des travaux dans l'aéronautique qui correspond au contrôle d'un hélicoptère miniature. Dans [CHR 01], une loi de commande adaptative utilisant les techniques recursives et robustes du backstepping a été proposée. Les études en simulation basées sur des données semi-réalistes, ont discuté de la robustesse de la loi de commande vis-à-vis de la dynamique des zéros, des effets de sol perturbant la poussée et d'un bruit additif qui modélise les effets aérodynamiques pouvant dégrader l'orientation du disque rotor quand l'hélicoptère est proche du sol. L'utilisation de cette technique a permis une grande flexibilité dans la synthèse de la loi de commande.
- Dans [CHA 05a], nous avons proposé et évalué des lois de commande basée sur la technique du backstepping pour le mode latéral d'un véhicule routier en automatisation à basse vitesse dans une situation de congestion en trafic péri-urbain. Sur la base de modèles simples des modes longitudinal et latéral du véhicule nous avons présenté une solution au cas du suivi de véhicule. Les performances de cette loi de contrôle sont finalement mises en évidence par quelques études en simulation dans différentes situations. Les tests menés en simulation montrent à la fois de bonnes propriétés de performance et de robustesse. De même, on a appliqué les techniques du backstepping pour contrôler la dynamique couplée latérale et longitudinale du véhicule dans un

suivi de véhicule [CHA 05b]. Et toujours les résultats obtenus à travers les simulations montrent de bonnes performances et une robustesse vis-à-vis des incertitudes paramétriques telle que la variation de l'adhérence et de la vitesse longitudinale.

5.5.3 La forme canonique (Backstepping pour un seul intégrateur)

Hypothèse 5.1 on Considère le système

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u, \quad f(0) = 0, \quad (5.32)$$

Où $x \in \mathcal{R}^n$ est l'état et $u \in \mathcal{R}$ est l'entrée de commande. Il existe une loi de commande $u = \alpha(x)$, $\alpha(0) = 0$ et une fonction non-bornée définie positive $V : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^+$ telles que :

$$\frac{\partial V}{\partial x}(x) [f(x) + g(x)\alpha(x)] \leq -W(x) \leq 0, \quad \forall x \in \mathcal{R}^n \quad (5.33)$$

où $W : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^+$ est semi définie positive.

L'idée du backstepping est d'augmenter le système (5.32) par un intégrateur. Le lemme ci-dessous donne le résultat.

Lemme 5.2 Soit le système décrit par l'équation (5.32) avec un intégrateur en entrée :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u(x) \quad (5.34a)$$

$$\dot{\zeta} = u, \quad (5.34b)$$

et on suppose que (5.34a) satisfait l'hypothèse (5.1) et on considère $\zeta \in \mathcal{R}$ comme entrée de commande fictive.

i) Si $W(x)$ est définie positive, alors :

$$V_a(x, \zeta) = V(x) + \frac{1}{2} [\zeta - \alpha(x)]^2 \quad (5.35)$$

est une fonction de Lyapunov candidate pour le système complet (5.34), cela veut dire qu'il existe une loi de contrôle en boucle fermée $u = \alpha_a(x, \zeta)$ qui régule le système (5.34) vers $x = 0, \zeta = 0$ qui devient un point (GAS) pour (5.34).

Cette loi de contrôle est donnée par :

$$u = -k(\zeta - \alpha(x)) + \frac{\partial \alpha}{\partial x}(x) [f(x) + g(x)] - \frac{\partial V_1}{\partial x}(x) g(x), \quad k > 0 \quad (5.36)$$

ii) Si $W(x)$ est seulement semi-définie positive, alors il existe une loi de contrôle qui rend $\dot{V}_a \leq -W_a(x, \zeta) \leq 0$, telle que $W_a(x, \zeta) > 0$ aussi bien $W(x) > 0$ ou bien $\zeta \neq \alpha(x)$. Cela garantit une convergence globale bornée et une convergence de $\begin{bmatrix} x(t) \\ \zeta(t) \end{bmatrix}$ vers le plus grand ensemble invariant \mathcal{M}_a contenu dans

$$\mathcal{E}_a = \left\{ \begin{bmatrix} x(t) \\ \zeta(t) \end{bmatrix} \in \mathcal{R}^{n+1} / W(x) = 0, \zeta = \alpha(x) \right\} \quad (5.37)$$

On considère que le système de l'équation (5.34) commandé par une loi de contrôle fictive $\alpha_1(x)$ avec une fonction de Lyapunov $V_a(x)$. On définit une nouvelle variable $z = \zeta - \alpha(x)$ et les nouvelles équations du système sont obtenues comme suit :

$$\dot{x} = f(x) + g(x) [\alpha_1(x) + z] \quad (5.38a)$$

$$\dot{z} = u - \frac{\partial \alpha_1(x)}{\partial x} [f(x) + g(x)(\alpha_1(x) + z)] \quad (5.38b)$$

En utilisant l'équation (5.33), la dérivée de (5.35) est obtenue en remplaçant les équations précédentes :

$$\dot{V}_a = \frac{\partial V}{\partial x}(f + g\alpha + gz) + z \left[u - \frac{\partial \alpha}{\partial x}(f + g(\alpha + z)) \right] \quad (5.39a)$$

$$= \frac{\partial V}{\partial x}(f + g\alpha) + z \left[u - \frac{\partial \alpha}{\partial x}(f + g(\alpha + z)) + \frac{\partial V}{\partial x}g \right] \quad (5.39b)$$

$$\leq -W(x) + z \left[u - \frac{\partial \alpha}{\partial x}(f + g(\alpha + z)) + \frac{\partial V}{\partial x}g \right] \quad (5.39c)$$

dans laquelle les termes en z sont regroupés. En se référant aux théorèmes de l'annexe B, il suffit de faire un choix quelconque de loi de contrôle u garantissant $\dot{V}_a \leq -W_a(x, \zeta) \leq -W(x)$, avec W_a définie positive et $z = \zeta - \alpha(x)$, qui garantissent une bornitude globale de x et z tel que $\zeta = z + \alpha(x)$ et régule $W(x(t))$ et $z(t)$. De plus, des théorèmes garantissent aussi une convergence de $\begin{bmatrix} x(t) \\ \zeta(t) \end{bmatrix}$. D'une manière plus simple, on peut rendre \dot{V}_a définie négative en z par le choix d'une loi de contrôle (5.36) de telle sorte que le terme de (5.39c) entre crochets est égal à $-cz$, ($c > 0$). La fonction de Lyapunov devient alors :

$$\dot{V}_a \leq -W(x) - cz^2 \triangleq -W_a(x, \zeta) \leq 0 \quad (5.40)$$

Il est évident que si $W(x)$ est définie positive, le théorème ¹ garantit une stabilité asymptotique globale de x et de z , ce qui implique que $V_a(x, \zeta)$ est une *FLC* et x, ζ est un point équilibre (*GAS*) de (5.34). □

5.5.4 Extension à une chaîne d'intégrateurs

Dans la section précédente, nous avons présenté le cas d'un système augmenté par un seul intégrateur. Le même système peut être en réalité augmenté par une chaîne d'intégrateurs. Le corollaire ci-dessous énonce le résultat.

Corollaire 5.3 (*Cas d'une chaîne d'intégrateurs*)

Soit le système (5.32) satisfaisant l'hypothèse (5.1) avec $\alpha(x) = \alpha_0(x)$. Ce système est augmenté par k intégrateurs, la commande u est remplacée par ζ_1 :

$$\begin{aligned} \dot{x} &= f(x) + g(x)\zeta_1 \\ \dot{\zeta}_1 &= \zeta_2 \\ &\vdots \\ \dot{\zeta}_{k-1} &= \zeta_k \\ \dot{\zeta}_k &= u \end{aligned} \quad (5.41)$$

On note alors :

$$\alpha_2(x, \zeta_1) = c_1 z_1 + \frac{\partial \alpha_1}{\partial x}(f + g(x)\zeta_1) - \frac{\partial V_1}{\partial x}(x)g(x) \quad (5.42)$$

$$\alpha_i(x, \zeta_1, \dots, \zeta_{i-1}) = c_{i-1} z_{i-1} + \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial x}(f(x) + g(x)\zeta_1) + \sum_{j=1}^{i-2} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial \zeta_j} \zeta_{j+1} \quad (5.43)$$

¹(B.4), ANNEXE B

$$z_i = \zeta_j - \alpha_i [x, \zeta_1, \dots, \zeta_{i-1}] \quad (5.44)$$

On peut considérer que ce système est une répétition des systèmes du lemme (5.2) ayant comme entrées virtuelles ζ_1, \dots, ζ_k . La fonction de Lyapunov résultante :

$$V_a(x, \zeta_1, \dots, \zeta_k) = V(x) + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^k [\zeta_i - \alpha_{i-1}(x, \zeta_1, \dots, \zeta_{i-1})]^2 \quad (5.45)$$

Un choix quelconque de la loi de contrôle qui rend $\dot{V}_a \leq -W_a(x, \zeta_1, \dots, \zeta_k) \leq 0$, avec $W_a(x, \zeta_1, \dots, \zeta_k) = 0$ si seulement $W(x) = 0$ et $\zeta_i \neq \alpha_{i-1}(x, \zeta_1, \dots, \zeta_{i-1})$, avec $i = 1, \dots, k$ garantissant $\begin{bmatrix} x(t) & \zeta_1(t) & \dots & \zeta_k(t) \end{bmatrix}^T$ est globalement borné et converge vers l'ensemble invariant \mathcal{M}_a contenant l'ensemble

$$\mathcal{E}_a = \left\{ \begin{bmatrix} x(t) & \zeta_1(t) & \dots & \zeta_k(t) \end{bmatrix}^T \in \mathcal{R}^{n+1} / W(x) = 0, \zeta_i = \alpha_{i-1}(x, \zeta_1, \dots, \zeta_{i-1}), i = 1, \dots, k \right\}.$$

De plus, si $W(x)$ est définie positive, telle que $x = 0$ peut être un GAS à travers ζ_1 , donc (5.45) est une FLC pour (5.41) et le point d'équilibre $x = 0, \zeta_1 = \dots = \zeta_k = 0$ est un GAS à travers u

Nous appliquons maintenant les lois de commande synthétisées au contrôle latéral et longitudinal d'un véhicule en mode de suivi.

5.6 Suivi latéral d'un véhicule par modes glissants

5.6.1 Synthèse de la commande

L'objectif est de minimiser un critère mixte associant l'écart latéral d_{yr} et l'angle de cap relatif ψ_r entre les deux véhicules. Nous introduisons pour cela un coefficient λ de pondération qui permet de prendre plus ou moins en compte l'erreur en position latérale ou bien l'erreur en angle de cap. On construit la surface de glissement qui est une combinaison de la dérivée de ce critère, du critère et de son intégrale, elle prend la forme suivante :

$$\sigma_{lat} = \dot{\sigma} + a_1\sigma + a_2 \int_0^t \sigma d\tau \quad (5.46)$$

où

$$\sigma = d_{yr} + \lambda\psi_r \quad (5.47)$$

et a_1 et a_2 sont des coefficients à ajuster.

On détermine dans un premier temps la dynamique de glissement qui permet de calculer la commande équivalente u_{equ} (δ_f). Elle est obtenue en annulant la dérivée de la surface de glissement σ_{lat} . Ainsi, par dérivation de σ_{lat} , nous obtenons :

$$\dot{\sigma}_{lat} = \ddot{\sigma} + a_1\dot{\sigma} + a_2\sigma \quad (5.48)$$

Soit :

$$\dot{\sigma}_{lat} = (\ddot{d}_{yr} + \lambda\ddot{\psi}_r) + a_1(\dot{d}_{yr} + \lambda\dot{\psi}_r) + a_2(d_{yr} + \lambda\psi_r) \quad (5.49)$$

En se référant au *chapitre 3* concernant le positionnement relatif du véhicule, la dérivée seconde de l'écart latéral est régie par :

$$\ddot{d}_{yr} = C + D\delta_f \quad (5.50)$$

avec

$$\begin{cases} C = -\dot{d}_{xr}\dot{\psi}_l - d_{xr}\ddot{\psi}_l - (\dot{v}_{yl} - \ddot{\psi}_l l_r) - f_0 \sin \psi_r - \\ (v_{ys} + l_f \dot{\psi}_s) \dot{\psi}_r \sin \psi_r + (f_1 + f_2 l_f - v_{xs} \dot{\psi}_r) \cos \psi_r \\ D = (g_1 + g_2 l_f) \cos \psi_r \end{cases} \quad (5.51)$$

En remplaçant dans l'équation (5.49) les expressions de d_{yr} , ψ_r et de leurs dérivées, on aboutit à :

$$\delta_{feq} = \frac{-C + \lambda(f_2 - \ddot{\psi}_l) - a_1(\dot{d}_{yr} + \lambda\dot{\psi}_r) - a_2(d_{yr} + \lambda\psi_r)}{D + \lambda g_2} \quad (5.52)$$

Connaissant l'expression de la commande équivalente, et en considérant une loi d'atteinte constante et proportionnelle, l'expression finale de la commande prend la forme suivante :

$$\delta_f = \delta_{feq} - k_1 \text{sign}(\sigma_{lat}) - k_2 \sigma_{lat} \quad (5.53)$$

Le premier terme de cette loi de contrôle correspond à la loi d'atteinte constante, et le deuxième terme correspond à un degré de liberté supplémentaire, agissant sur la dynamique du système par le terme k_2 lorsqu'on est loin de la surface de glissement, en revanche elle est dominée par le

terme en k_1 à l'approche de la surface. Un choix judicieux de k_1 et k_2 permet donc d'obtenir un temps d'atteinte réduit tout en limitant le phénomène de réticence à l'approche de la surface. Il est intéressant, lors de synthèse de lois de contrôle, de tester deux cas : Dans le premier cas, on suppose que l'ensemble des variables utilisées pour le calcul de la commande sont accessibles à la mesure. Dans le second cas, nous nous plaçons dans le cas du *chapitre 4* où les variables non accessibles à la mesure sont reconstruites par les observateurs présentés. Pour valider cette approche nous allons réaliser différents scénarios de suivi de véhicule.

5.6.2 Résultats de simulation

Pour illustrer les performances de la commande par modes glissants nous présenterons plusieurs manoeuvres de suivi de véhicule de tête en rabatement et en changement de cap.

5.6.2.1 Manoeuvre de rabatement

La loi de commande élaborée est testée sur ce scénario de rabatement. Les positions et vitesses initiales sont préalablement choisies, et nous observons la réaction du véhicule suiveur aux manoeuvres du véhicule de tête.

- Le véhicule leader est initialement situé sur l'axe de la voie de droite, évolue à la vitesse de $60km/h$, débute sa trajectoire en $x_l(0) = 20m$.
- Le véhicule suiveur a la même vitesse que le leader, il est quant à lui localisé sur l'axe de la voie adjacente distante de $3m$. Il entame sa trajectoire en $x_s(0) = 0$.

L'objectif de cette manoeuvre est de montrer que la trajectoire du véhicule suiveur suit fidèlement celle du véhicule leader. La figure 5.6(a) montre l'évolution des deux véhicules. Les axes portent respectivement la distance longitudinale et latérale. On constate que le véhicule suiveur se place effectivement sur la trace du leader avec une erreur très faible en régime permanent. Elle est de l'ordre d'un centimètre. Les figures 5.6(c) et 5.6(d) représentent les allures de la vitesse latérale et de l'accélération latérale, elles démontreront que la manoeuvre de rabatement à droite du véhicule suiveur s'effectue dans le respect du confort des passagers.

5.6.2.2 Le changement de cap

Les conditions initiales de ce scénario se résument comme suit :

- Le véhicule de tête évolue avec la même vitesse que précédemment. Il débute sa trajectoire sur la voie de droite à partir de $x_l(0) = 20m$, il commence alors un changement de direction $x_l = 60m$ pour adopter un angle de cap $\psi_l = 0.1rad$.
- Le véhicule suiveur quant à lui est sur la même voie que le véhicule de tête et est initialement positionné en $x_s(0) = 0$.

La figure 5.7(a) montre aussi que le véhicule suiveur réagit efficacement à la manoeuvre du véhicule de tête. On note la présence d'une erreur de suivi en régime transitoire, mais celle-ci s'annule rapidement.

5.6.2.3 Manoeuvre combinée

Ce scénario découle de la combinaison des deux précédents scénarios. Cette manoeuvre combinée est donc subdivisée en deux manoeuvres. Dans un premier temps, le véhicule suiveur effectue un changement de voie puis le véhicule de tête entame le changement de cap. Encore une fois, le véhicule suiveur réagit convenablement aux sollicitations comme il est illustré sur la figure 5.7(b).

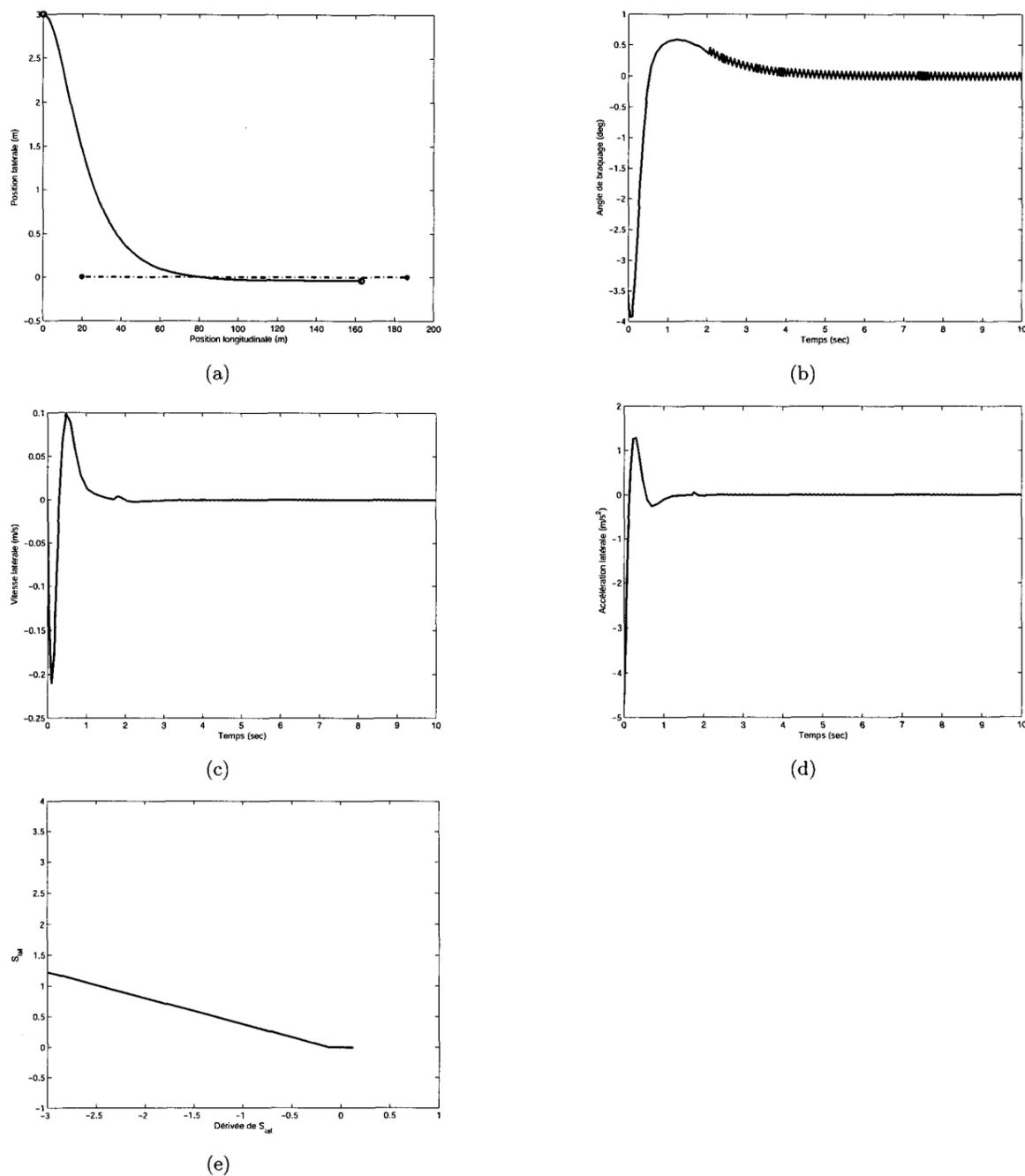


FIG. 5.6 – Manoeuvre de rabatement par mode glissement d'ordre 1 : (a) : Trajectoires du véhicule de tête (*,-) et du véhicule suiveur (o,-), (b) : Angle de braquage de pneumatiques, (c) : Vitesse latérale du véhicule suiveur, (d) : Accélération latérale du véhicule suiveur, (e) : Variation de la surface de glissement S_{lat} en fonction de sa dérivée (\dot{S}_{lat})

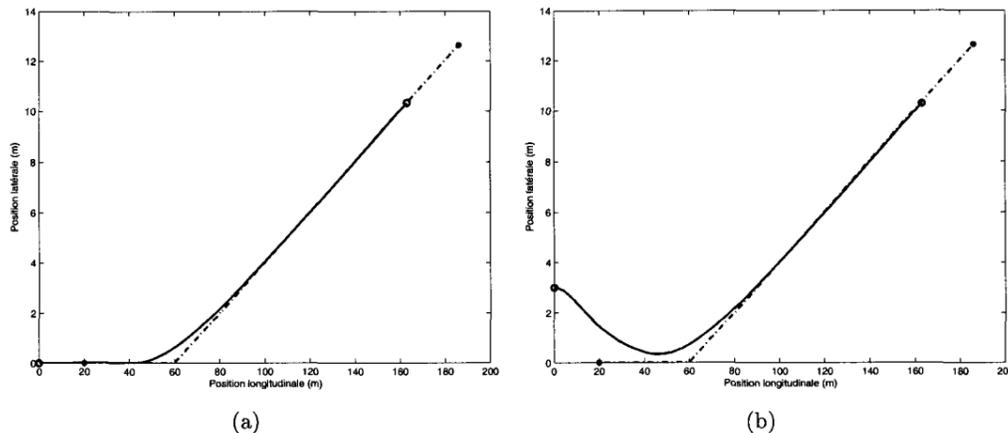


FIG. 5.7 – Manoeuvre de changement de cap : Trajectoires du véhicule de tête(*,-) et du véhicule suiveur (o,-), Manoeuvre combinée de changement voie et de changement de direction : Trajectoires du véhicule de tête (*,-) et du véhicule suiveur (o,-)

D'une manière générale, les résultats obtenus par modes glissants d'ordre 1 sont très satisfaisants. Comme nous pouvons le constater sur les différentes figures, la commande appliquée sur l'angle de braquage présente un phénomène de chattering. Nous nous proposons donc de l'améliorer par l'utilisation d'une commande à l'ordre 2.

5.6.3 Amélioration par modes glissants d'ordre deux

Nous avons opté pour l'algorithme du *twisting*. La commande δ_f apparaissait déjà dans l'expression de la dérivée de la surface de glissement, comme nous devons aller à l'ordre 2, l'algorithme du Twisting sera donc appliqué non pas à δ_f mais à sa dérivée $\dot{\delta}_f$. Il suffit alors d'une intégration pour récupérer le signal de contrôle effectif qui lui sera plus lisse, le phénomène de *derticence* sera donc inhibé. L'algorithme (5.30) s'écrit comme suit :

$$\dot{\delta}_f = \begin{cases} -u & |\delta_f| > |\delta_{feq}| \\ -K_M \text{sign}(\sigma) & \text{si } \sigma \dot{\sigma} \leq 0, \quad |\delta_f| \leq |\delta_{feq}| \\ -k_m \text{sign}(\sigma) & \text{si } \sigma \dot{\sigma} > 0, \quad |\delta_f| \leq |\delta_{feq}| \end{cases} \quad (5.54)$$

Les gains K_M, k_m sont calculés en utilisant les hypothèses de (5.31).

5.6.3.1 Résultats de simulation

Pour illustrer l'intérêt des modes glissants d'ordre deux par rapport aux modes glissants classiques, on rejoue les mêmes manoeuvres de rabattement et de changement. Les résultats apparaissent sur les figures 5.8. Nous pouvons faire les remarques suivantes :

- Les performances dynamiques en termes de suivi de trajectoire sont quasiment identiques pour l'ensemble des manoeuvres considérées.
- Les erreurs en régimes statiques sont faibles et très comparables.
- On constate une nette diminution de l'accélération latérale mobilisée.
- Cette accélération latérale ne présente pratiquement plus d'oscillation. Ceci améliore nettement le confort des manoeuvres puisque le jerk s'en trouve réduit.
- Le signal de commande est lui aussi pratiquement exempt d'oscillation.

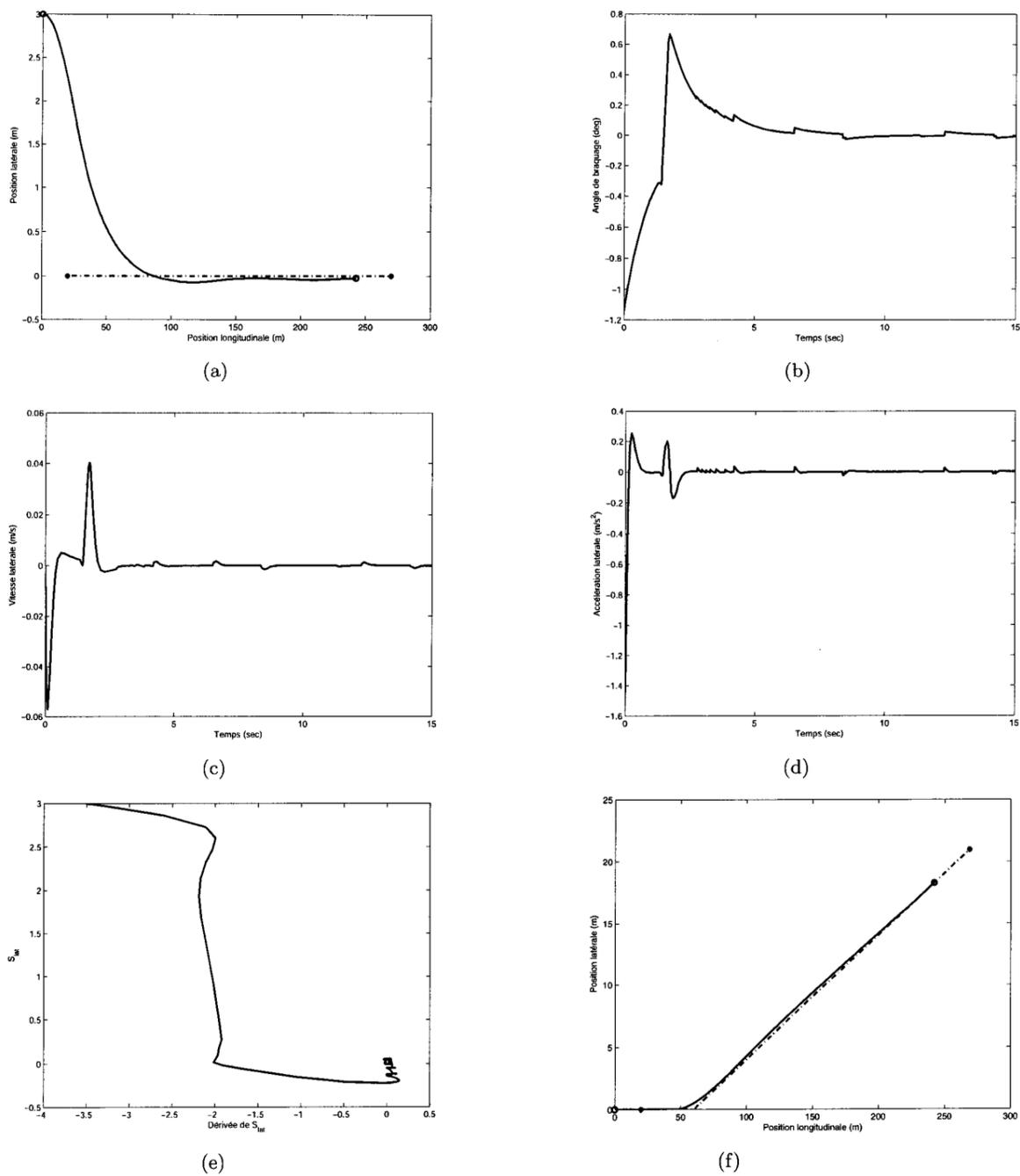


FIG. 5.8 – Manoeuvre de rabattement par modes glissants d'ordre 2 : (a) : Trajectoires du véhicule de tête (*,-) et du véhicule suiveur (o,-), (b) : Angle de braquage des pneumatiques, (c) : Vitesse latérale du véhicule suiveur, (d) : Accélération latérale du véhicule suiveur, (e) : portrait dans le plan de phase de la surface de glissement, (f) : Manoeuvre de changement de direction

5.6.4 Robustesse de la loi de commande

Nous examinons maintenant la robustesse de la loi de commande vis-à-vis des variations paramétriques, en l'occurrence la dégradation de l'adhérence et la variation de la vitesse du véhicule de tête. On réalise en premier lieu, le suivi de véhicule, en conditions nominales, sur une trajectoire composée d'une section circulaire de rayon $200m$ suivie d'une ligne droite. Dans cette configuration, le suivi en position latérale est relativement bien réalisé avec une erreur au régime statique négligeable.

5.6.4.1 Variation de l'adhérence

On considère que le modèle de la dynamique utilisé pour déterminer la loi de commande ne correspond pas exactement à la dynamique réelle du système. La source d'erreurs est liée à la méconnaissance de la caractéristique d'adhérence du contact pneu/sol. On se place dans le cas d'une réduction des raideurs pneumatiques c_f et c_r à 70% et 20% ce qui correspondent physiquement à une chaussée humide et très glissante. Les résultats apparaissent sur la figure 5.9(c). Nous constatons qu'en réponse à ces variations, l'objectif de suivi reste atteint mais les performances se dégradent avec la diminution de l'adhérence.

5.6.5 Variation de la vitesse longitudinale

Pour vérifier encore une fois la robustesse paramétrique de la loi de commande, nous choisissons comme erreur les variations de la vitesse longitudinale du véhicule de tête et on observe la réaction du véhicule suiveur. Le profil de vitesse du véhicule de tête est le suivant : un premier mouvement uniformément décéléré permettant de passer d'une vitesse de $60km/h$ à $20km/h$ puis un mouvement uniformément accéléré pour atteindre à nouveau la vitesse de $60km/h$ puis reste à cette vitesse (figure 5.9(d)). Notons que dans cette section, la vitesse du véhicule suiveur n'est pas asservie à celle du véhicule de tête. On agit simplement sur l'entrée de couple composite de telle sorte à ce que le suiveur évolue avec un profil semblable au véhicule de tête. Les résultats obtenus sont satisfaisants, en réponse à ce type de manoeuvre. A travers ces simulations, on a pu constater que les performances obtenues dans ce cas sont similaires à celles obtenues avec une vitesse constante $60km/h$. Cela prouve la robustesse de cette loi de commande vis-à-vis des variations de vitesse.

5.7 Suivi couplé latéral et longitudinal d'un véhicule

5.7.1 La distance inter-véhiculaire

Nous rappelons que nos travaux s'inscrivent dans le contrôle longitudinal et latéral dans un suivi de véhicule. Pour cela, il est intéressant de donner le modèle liant principalement la distance inter-véhiculaire et la vitesse du véhicule comme cela est illustré sur la figure 5.10. Dans un scénario de suivi de véhicule, l'objet du contrôleur est de réguler à zéro la vitesse relative et l'erreur sur l'espacement longitudinal.

$$v_r = v_{xl} - v_{xs} \quad (5.55)$$

$$\sigma_{long} = d_{xr} + d_{xrdes} \quad (5.56)$$

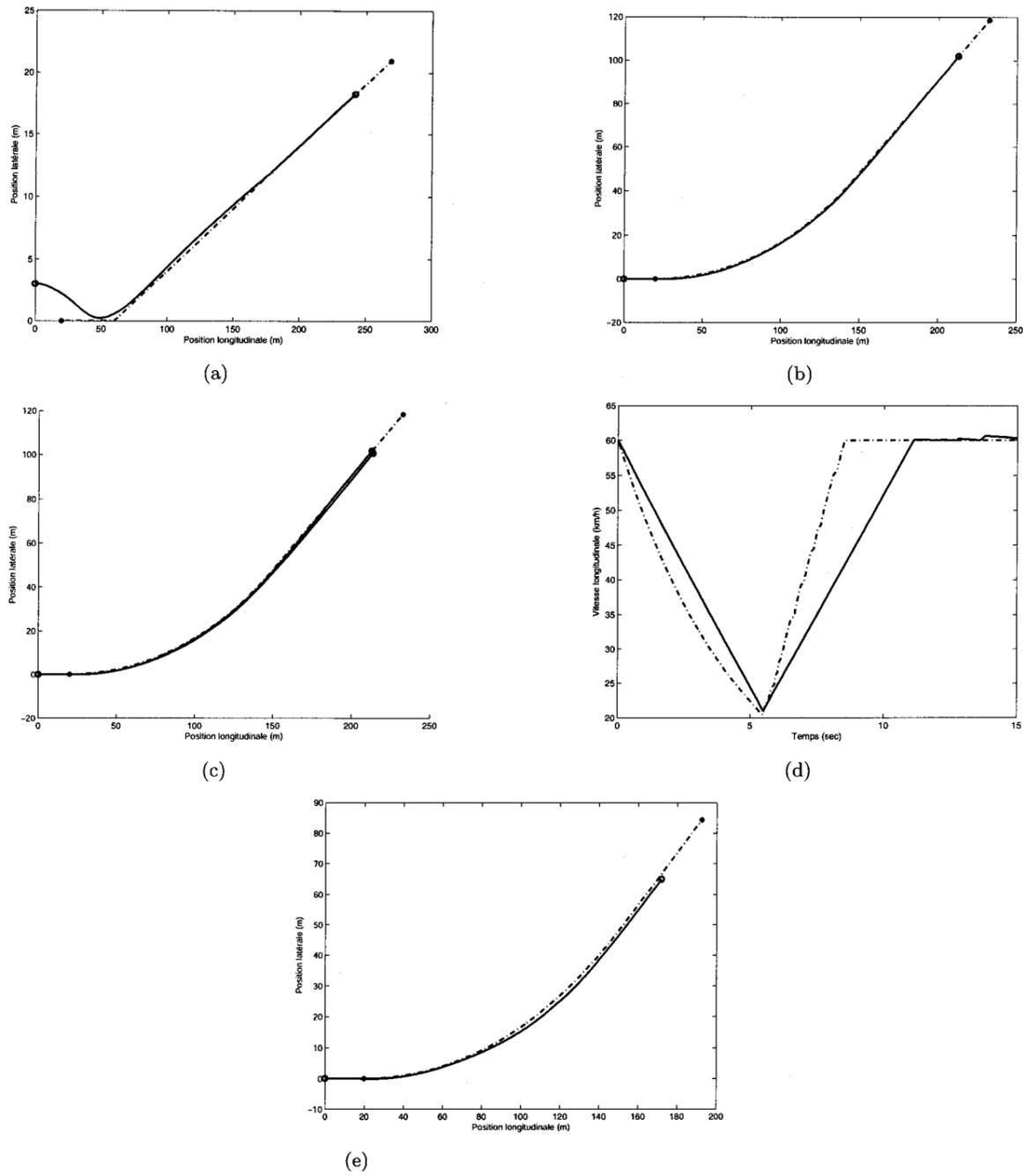


FIG. 5.9 – (a) : Manoeuvre combinée, (b) : Suivi de véhicule dans le cas nominal, (c) : Effets de la variation d'adhérence, (d) : Profils de vitesses de véhicule de tête(-) et du véhicule suiveur (-), (e) : Suivi de véhicule avec variation de vitesse

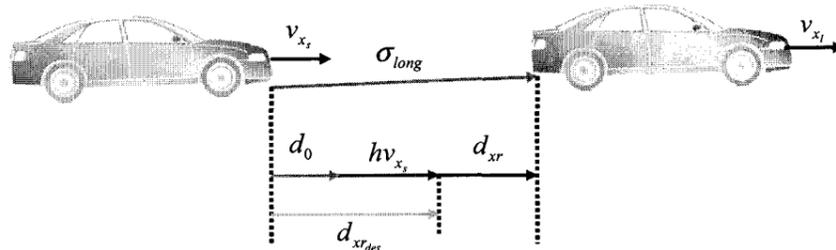


FIG. 5.10 – Illustration de la distance inter-véhiculaire

où v_{xl}, v_{xs} sont respectivement les vitesses longitudinales des véhicules suiveur et leader. Les quantités d_{xr}, d_{xrdes} sont respectivement les distances relative et désirée entre ces deux véhicules. La distance désirée peut être constante (espacement fixe) ou bien fonction de la vitesse du véhicule suiveur :

$$d_{xdes} = d_0 + hv_{xs} \quad (5.57)$$

comme illustré sur la figure 5.10. Le paramètre h est le *temps inter-véhiculaire*, estimé à $2sec^2$ pour des raisons de sécurité.

Nous appliquons maintenant les lois de commande synthétisées pour le contrôle latéral et longitudinal d'un véhicule en mode de suivi.

Dans cette section nous développons un contrôle couplé longitudinal et latéral d'un suivi de véhicule par modes glissants d'ordre 1 et modes glissants d'ordre 2.

5.7.2 Procédure de synthèse

Pour commander l'inter-distance, la surface de glissement est choisie en fonction du modèle d'inter-distance :

$$S_{long} = \sigma_{long} \quad (5.58)$$

$\sigma_{long} = d_{xr} + d_{xrdes}$ avec

d_{xr} , la distance relative entre l'arrière du véhicule leader et l'avant du véhicule suiveur, d_{xrdes} , la distance désirée définie en fonction de la vitesse longitudinale du véhicule suiveur, et $d_{xrdes} = d_0 + hv_{xs}$, où h est le temps inter-véhiculaire qui est de l'ordre de $2secondes$, d_0 étant la distance à l'arrêt, de l'ordre de $2m$.

Pour contrôler le déplacement latéral et le cap relatif, nous faisons de même que dans le cas précédent pour le suivi latéral, en choisissant donc le critère mixte associant le cap relatif avec le déplacement latéral $\sigma_{lat} = d_{yr} + \lambda\psi_r$.

Cette surface est une combinaison de plusieurs termes :

$$S_{lat} = \dot{\sigma}_{lat} + c_3\sigma_{lat} + c_4 \int_0^t \sigma_{lat} d\tau \quad (5.59)$$

Soit : $S = [S_{long}, S_{lat}]^T$. Les entrées de commandes équivalentes sont calculées en posant : $\dot{S} = [\dot{S}_{long}, \dot{S}_{lat}]^T = 0$.

$$\dot{S} = \begin{bmatrix} \frac{d_{xr} + hv_{xs}}{d_{xr} + hv_{xs}} \\ (\ddot{d}_{yr} + \lambda\ddot{\psi}_r) + c_3 (\dot{d}_{yr} + \lambda\dot{\psi}_r) + c_4 (d_{yr} + \lambda\psi_r) \end{bmatrix} \quad (5.60)$$

²Estimé par la législation française pour la sécurité

$$\dot{S} = G + B \begin{bmatrix} T_c \\ \delta_f \end{bmatrix} \quad (5.61)$$

$$\text{avec : } G = \begin{bmatrix} d_{xr} + hf_0 \\ a_1^3 + \lambda\ddot{\psi}_l - f_2 + c_3(\dot{d}_{yr} + \lambda\dot{\psi}_r) + c_4(d_{yr} + \lambda\psi_r) \end{bmatrix} \text{ et}$$

$$B = \begin{bmatrix} hg_0 & 0 \\ b_1 & c_3 - \lambda g_2 \end{bmatrix}.$$

Les lois de commandes équivalentes peuvent être exprimées de la façon suivante :

$$\begin{bmatrix} T_{equi} \\ \delta_{equi} \end{bmatrix} = -B^{-1}G \quad (5.62)$$

Les expressions des lois de contrôle dans leur version couplée sont exprimées en fonction des commandes équivalentes et des lois d'atteinte constantes et proportionnelles

$$\begin{bmatrix} T_c \\ \delta_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T_{equi} \\ \delta_{equi} \end{bmatrix} - k_1 \text{sign}S - k_2 S \quad (5.63)$$

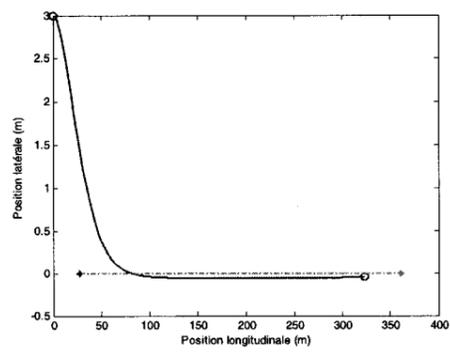
5.7.3 Résultats de simulation

5.7.3.1 Manoeuvre de changement de voie

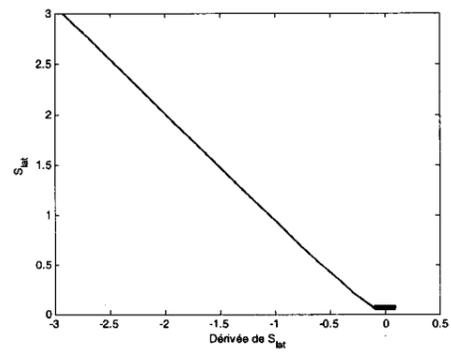
Nous considérons un suivi de deux véhicules, évoluant avec une même vitesse de $60K/m$. Le véhicule leader se situe sur le centre de la voie de droite, en revanche le véhicule suivi se localise sur la voie de gauche. Le déplacement latéral est de l'ordre de $3m$, ce qui correspond à une largeur de voie, et l'espacement longitudinal est de $27.5m$. L'objectif de cette manoeuvre est que le véhicule suiveur effectue un rabattement vers la voie de droite en gardant la distance de sécurité de $35.32m$ (pour un temps inter-véhiculaire de $2sec$). Les positions latérales et longitudinales des deux véhicules sont montrées sur la figure 5.11(a). Nous pouvons constater à travers cette dernière que cette manoeuvre est effectuée avec succès sans dépassement si ce n'est une erreur négligeable, en régime établi, du déplacement de l'ordre de $3cm$. Sur cette figure, on montre le plan de phase de la surface de glissement latérale convergeant vers zéro 5.11(b). Nous pouvons noter aussi que le confort des occupants du véhicule est respecté, cela est vérifié par les valeurs extrémales de la vitesse latérale et de l'accélération latérale. Cependant, l'existence du phénomène de chattering dûs aux hautes fréquences provoque une dégradation du confort apparue sur les entrées de commandes en angle de braquage et couple composite) (voir 5.11(c), 5.12(e)). On donne sur la figure 5.12(a), la vitesse longitudinale où l'on remarque dans une première phase une régression de la vitesse longitudinale, puis une progression de la vitesse lors de la deuxième phase d'accélération pour atteindre la vitesse initiale. Une autre constatation consiste en l'absence du dépassement sur le profil de la vitesse, une chose très importante du point de vue de la sécurité, assurant un temps de collision toujours infini (la vitesse relative est pratiquement nulle). Sur la figure, on montre le plan de phase de la surface de glissement qui converge vers zéro 5.12(c). L'évolution temporelle de la surface de glissement correspond à la distance longitudinale désirée 5.12(d), cet espacement est atteint avec un délai en régime permanent très négligeable.

5.7.4 Amélioration par modes glissants d'ordre 2

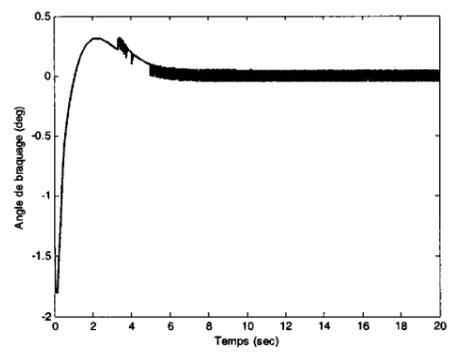
La première méthode de synthèse précédemment présentée offre de bonnes propriétés mais présente certaines limitations comme le phénomène de chattering qui est néfaste pour les actionneurs.



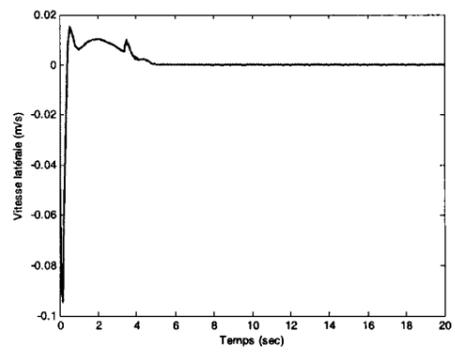
(a)



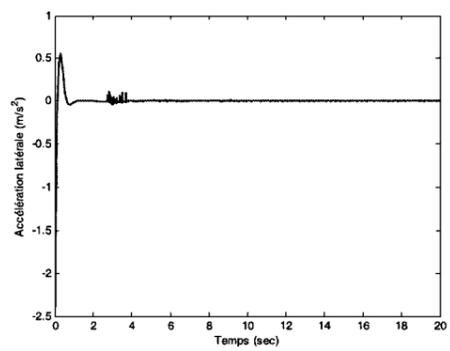
(b)



(c)

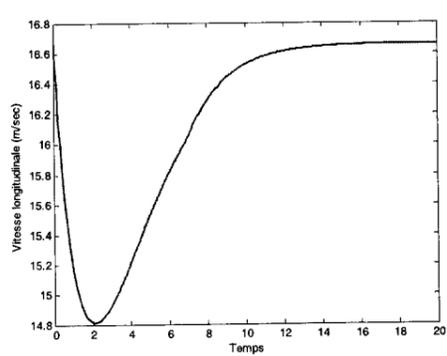


(d)

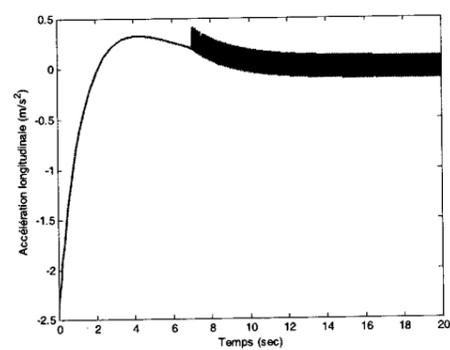


(e)

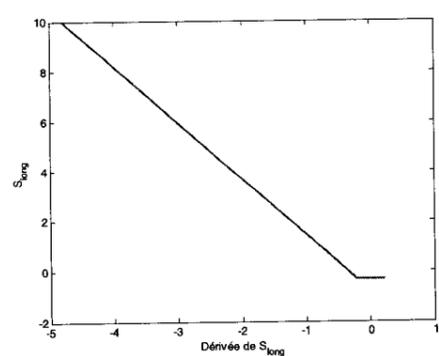
FIG. 5.11 – (a) : Manoeuvre de changement de voie, (b) : Portrait de la surface de glissement (S_{lat}, \dot{S}_{lat}) , (c) : Angle de braquage, (d) : Vitesse latérale, (e) : Accélération latérale



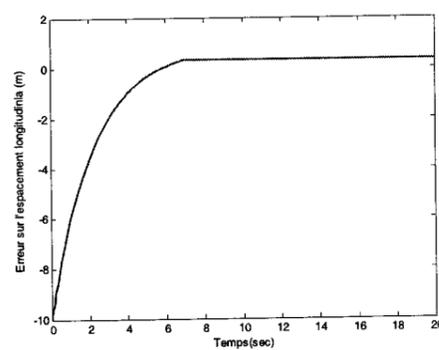
(a)



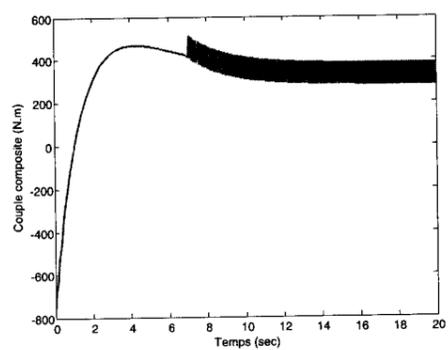
(b)



(c)



(d)



(e)

FIG. 5.12 – (a) : Vitesse longitudinale du véhicule suiveur, (b) : Accélération longitudinale, (c) : Portrait de la surface de glissement $(S_{long}, \dot{S}_{long})$, (d) : Erreur sur l'espacement longitudinal, (e) : Couple composite

Pour remédier à ces inconvénients, une autre technique par modes glissants d'ordre 2 est explorée en utilisant le *Twisting Algorithm*.

5.7.4.1 Méthodologie

Le Twisting Algorithm est appliqué aux entrées de commande δ_f, \dot{T}_c . Ces entrées de commande sont obtenues par :

$$\dot{u} = \begin{cases} -u & |u| > |u_{eq}| \\ -K_M \text{sign}(S_i) & \text{si } S_i \dot{S}_i \leq 0, \quad |u| \leq |u_{eq}| \\ -k_m \text{sign}(S_i) & \text{si } S_i \dot{S}_i > 0, \quad |u| \leq |u_{eq}| \end{cases} \quad (5.64)$$

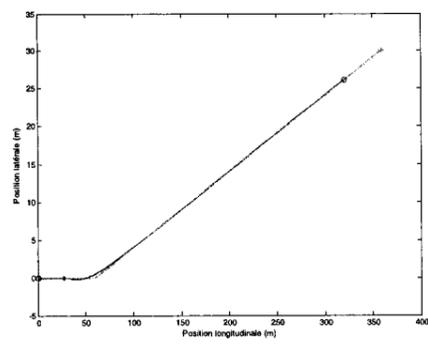
en ajoutant un intégrateur.

5.7.4.2 Manoeuvre de changement de direction

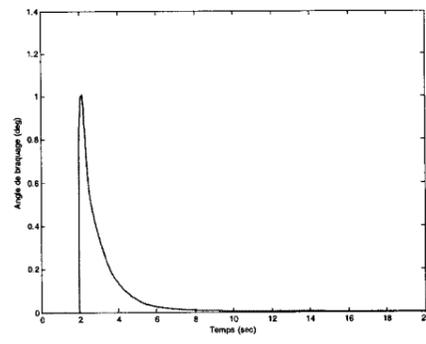
Cette manoeuvre se résume comme suit : les deux véhicules sont sur la même voie, distants de $27.5m$. Ces deux véhicules entament un suivi avec une même vitesse de $60Km/h$. Le véhicule leader effectue un changement de direction avec un angle de cap $\psi_l = 0.1rad$ à une distance de $60m$. Nous remarquons que le véhicule réagit avec efficacité sur ce type de manoeuvre avec une erreur sur le déplacement latéral qui s'annule rapidement, comme cela est montré sur la figure 5.13(a). Les plans de phase pour les modes longitudinal et latéral convergent vers zéro (figures 5.13(e), 5.14(d)). En appliquant cette technique de modes glissant d'ordre 2, les performances obtenues sont meilleures que celles obtenues avec les modes glissants classiques, cela est justifié sur les figures 5.13(c) et 5.13(d) montrant les profils de l'accélération latérale et de la vitesse latérale où les signaux obtenus sont lisses et on obtient plus de confort pour les passagers du véhicule. Les profils de la vitesse longitudinale et de l'accélération (figures 5.14(a), 5.14(b)) montrent aussi une nette amélioration en terme de performance, en dynamique comme en statique, où la première phase de décélération s'effectue dans le respect du confort, même constat pour la deuxième phase d'accélération. Le tracé temporel de la surface de glissement du mode longitudinal correspond à l'erreur sur l'espacement longitudinal qui s'annule en régime établi (figure 5.14(e)). Les entrées de commande pour les deux modes latéral et longitudinal sont respectivement l'angle de braquage et le couple composite et sont lisses. Le phénomène de chattering se trouve inhibé (figures 5.13(b), 5.14(c)).

5.7.5 Manoeuvre de stop and go

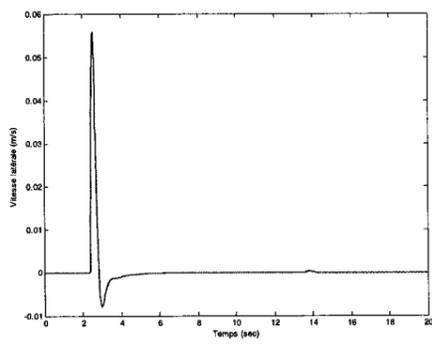
Nous voulons, à travers cette manoeuvre, donner un aperçu sur le cas quotidien d'un suivi de véhicule en stop and go. Initialement, le véhicule suiveur se situe sur la voie de gauche et le véhicule leader se localise sur la voie de droite, ayant comme inter-distance $27.5m$. Le véhicule leader évolue avec une vitesse initiale de $36Km/h$, en revanche le véhicule suiveur a pour vitesse initiale $60Km/h$. Étant donné que la distance longitudinale désirée est de $35.32m$, et que, pour réguler cette distance, le véhicule suiveur doit diminuer cette vitesse en décélérant pour atteindre la vitesse de $35Km/h$ et qu'en même temps, le véhicule suiveur décélère, le véhicule leader accélère pour atteindre au bout de 10 secondes, la valeur de $60Km/h$ tout en changeant de direction à une distance de $60m$, puis il continue sa trajectoire avec cette même vitesse. Pour préserver cette



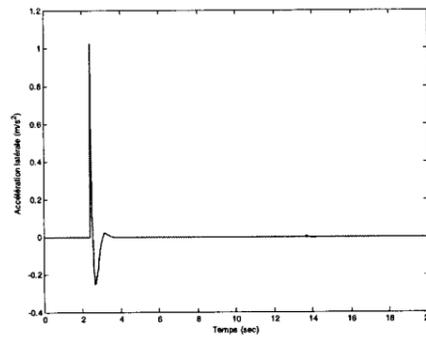
(a)



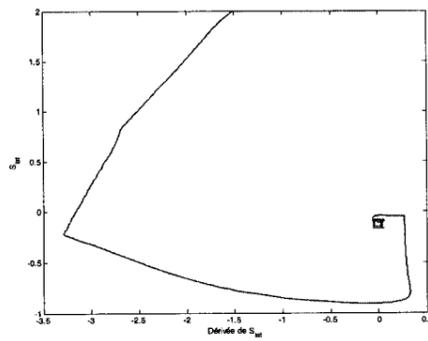
(b)



(c)



(d)



(e)

FIG. 5.13 – (a) : Profil de changement de direction, (b) : Angle de braquage, (c) : Vitesse latérale, (d) : Accélération latérale, (e) : Portrait de la surface de glissement (S_{lat}, \dot{S}_{lat})

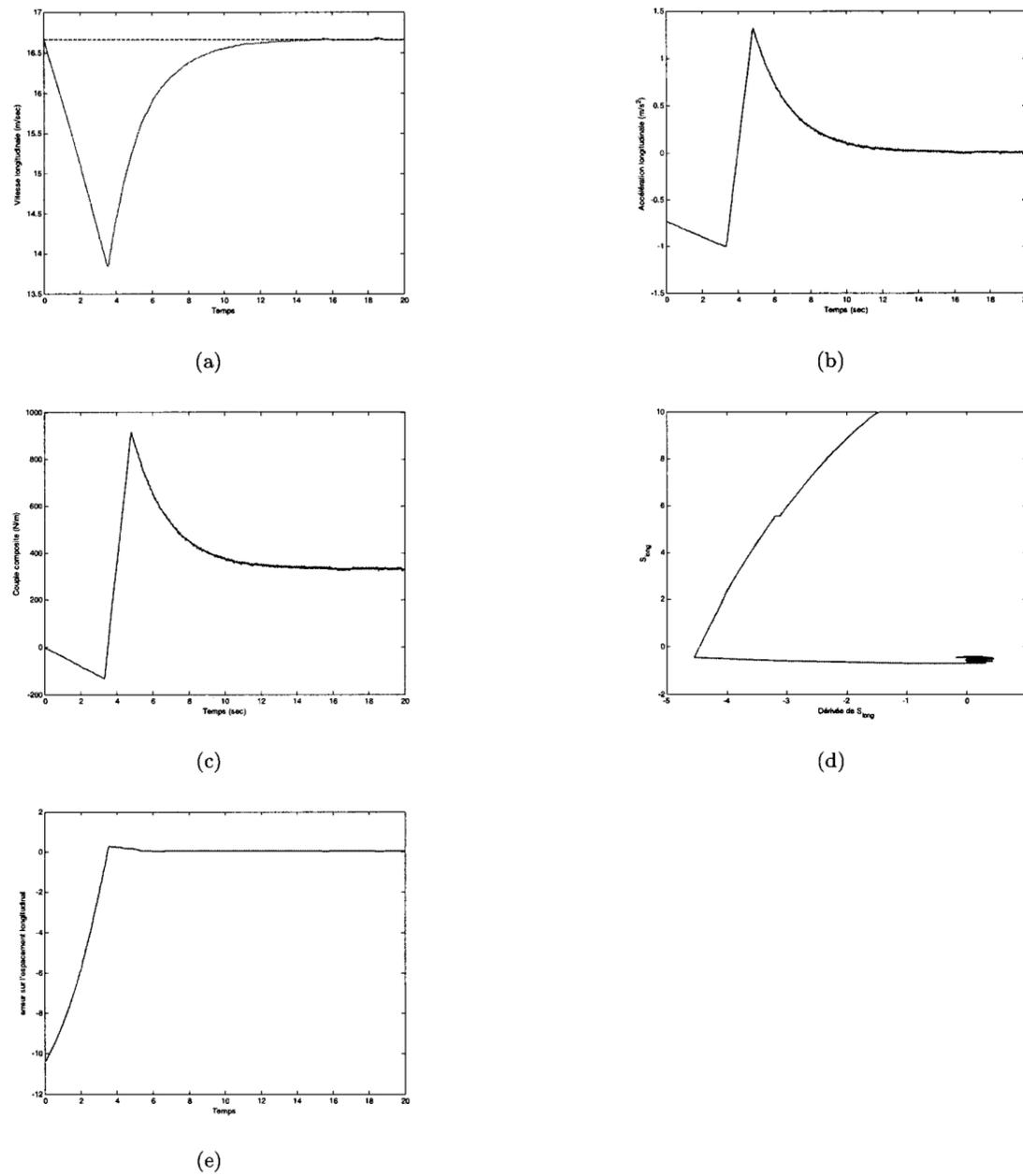


FIG. 5.14 – (a) : Profils de vitesses longitudinales du véhicule leader (—) et véhicule suiveur, (b) : Accélération longitudinale, (c) : Couple composite, (d) : Portrait de la surface de glissement (S_{long}, \dot{S}_{long}), (e) : Erreur sur l'espacement longitudinal

inter-distance, le véhicule suiveur réaccélère pour atteindre encore une fois la vitesse de $60Km/h$. A $t = 14sec$, le véhicule leader effectue une décélération jusqu'à une vitesse nulle (jusqu'à l'arrêt), et par la suite à $t = 40sec$ le véhicule accélère pour atteindre une vitesse de $60Km/h$ tout en continuant avec cette même vitesse pour une durée de $10sec$. Il décélère jusqu'à une vitesse de $36Km/h$ et pour finir par une vitesse de $36Km/h$. Les profils de vitesse sont donnés sur la figure 5.15(d), de même pour le profil de manoeuvre combinée (changement de voie et changement de direction). On montre aussi sur les figures les plans de phase latéral et longitudinal avec une convergence vers zéro (figures 5.16(a), 5.16(b)). Sur les figures 5.16(c) et 5.16(d) sont illustrées la vitesse et l'accélération latérales, prouvant que cette manoeuvre s'effectue dans un certain confort, mises à part certaines imprécisions dues essentiellement à l'effet du couplage des deux dynamiques. Sur la figure donnant l'accélération longitudinale, cette manoeuvre est effectuée dans les limites tolérables de l'accélération et du freinage (figure 5.16(e)).

5.8 Suivi de véhicule par backstepping

Dans cette section nous proposons de réaliser une commande par la technique du backstepping qui assure à la fois la gestion des inter-distances et de l'erreur de positionnement latéral entre les deux véhicules. Les deux entrées de commande sont le couple composite T_c et l'angle de braquage des roues avant δ_f . Cette commande prend bien sûr en compte les effets du couplage des deux modes longitudinal et latéral, garantissant une convergence asymptotique vers les sorties désirées, c'est à dire les entrées de consigne. Nous noterons dans la suite d_{xdes} l'inter-distance désirée et d_{ydes} l'écart latéral désiré. La synthèse de la commande se fait en plusieurs étapes :

5.8.1 Commande de l'inter-distance

5.8.1.1 Étape 1

Dans cette première étape, on régule/asservit l'inter-distance à la valeur désirée. On définit pour cela le signal d'erreur z :

$$z = d_{xr} + d_{xrdes} \quad (5.65)$$

$$\begin{cases} d_{xr} : & \text{l'inter distance} \\ d_{xrdes} : & \text{l'espacement désiré} \end{cases}$$

Le but étant donc de faire tendre cette erreur vers zéro ($d_{xr} + d_{xrdes} \rightarrow 0$).

Pour ce faire, on considère une fonction de Lyapunov quadratique en z :

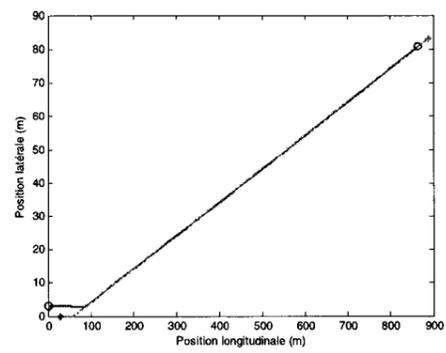
$$\begin{aligned} V_{long1} &= \frac{1}{2}z^2 \\ &= \frac{1}{2}(d_{xr} + d_{xrdes})^2 \end{aligned} \quad (5.66)$$

La dérivation de cette fonction V_{long1} (5.66) donne :

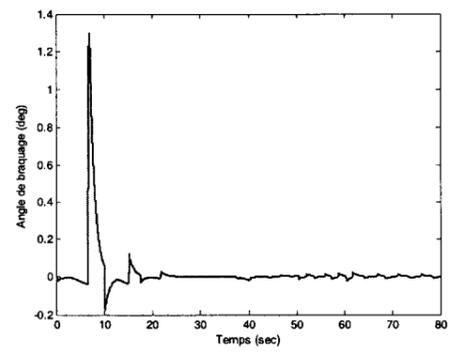
$$\dot{V}_{long1} = (\dot{d}_{xr} + \dot{d}_{xrdes})$$

La convergence de z vers zéro est obtenue en assurant que \dot{V}_{long1} est négative. Étant donné que l'entrée de commande n'apparaît pas encore dans l'expression de \dot{V}_{long1} , on définit une entrée fictive ayant pour forme :

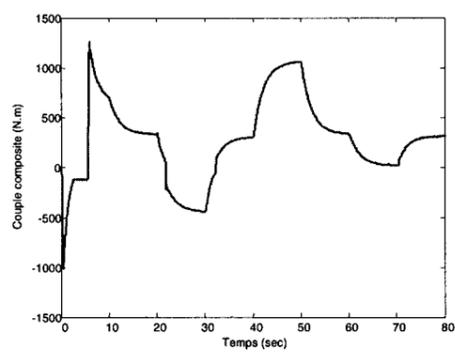
$$\alpha_{long} = \frac{-f_3 + \dot{d}_{xrdes} - k_{11}z}{g_3} \quad (5.67)$$



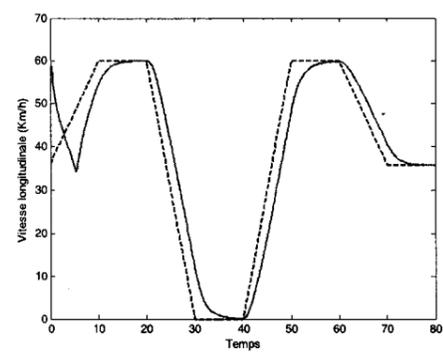
(a)



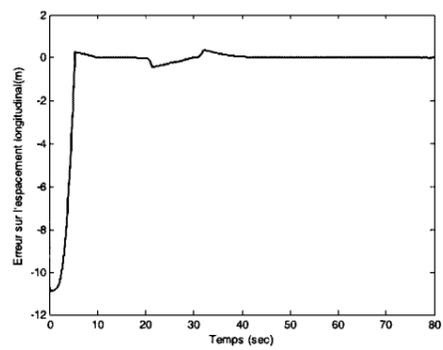
(b)



(c)



(d)



(e)

FIG. 5.15 – (a) : Manoeuvre combinée, (b) : Angle de braquage, (c) : Couple composite, (d) : Profils de vitesses longitudinales du véhicule leader (–) et véhicule suiveur, (e) : Erreur sur l'espacement longitudinal

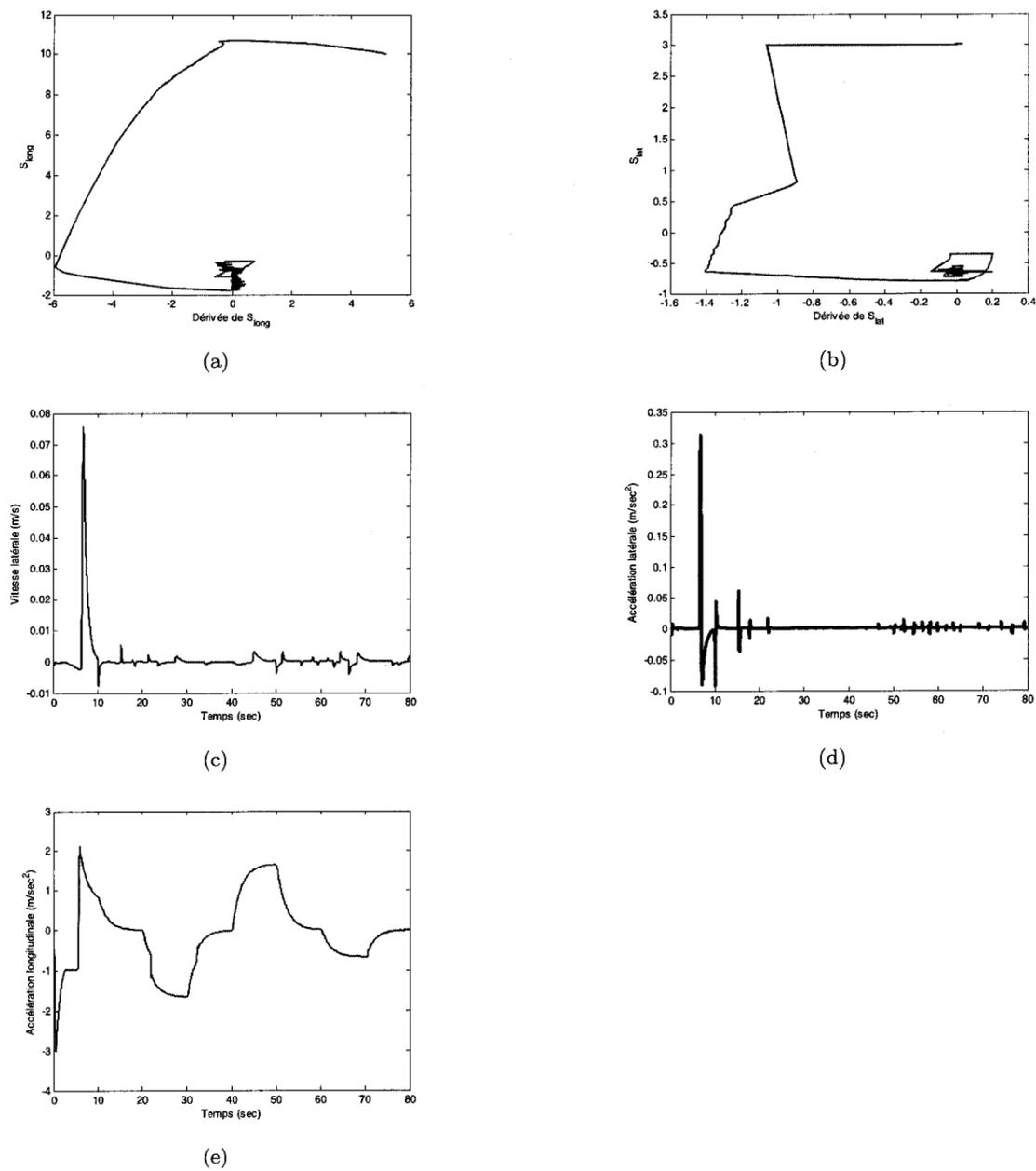


FIG. 5.16 – (a) : Portrait de la surface de glissement $(S_{long}, \dot{S}_{long})$, (b) :Portrait de la surface de glissement (S_{lat}, \dot{S}_{lat}) , (c) : Vitesse latérale, (d) : Accélération latérale, (e) : Accélération longitudinale

où k_{11} est une constante positive.

Cette commande assure :

$$\dot{V}_{long_1} = -k_{11}z^2 \leq 0 \quad (5.68)$$

5.8.1.2 Étape 2

La deuxième étape consiste à redéfinir une autre erreur à compenser

$$z_1 = (\zeta - \alpha_{long})$$

avec $\zeta = v_{x_s}$.

On procède de la même façon que précédemment, on construit une fonction de Lyapunov

$$V_{long_2} = \frac{1}{2}z_1^2 \quad (5.69)$$

On dérive encore une fois :

$$\begin{aligned} \dot{V}_{long_2} &= (v_{x_s} - \dot{\alpha}_{long})z_1 \\ &= (f_0 + g_0T_c - \dot{\alpha}_{long})z_1 \end{aligned}$$

avec :

$$\dot{\alpha}_{long} = \frac{(-\dot{f}_3 + \ddot{d}_{xrdes} - k_{11}\dot{z})g_3 - (-f_3 + \dot{d}_{xrdes} - k_{11}z)\dot{g}_3}{(g_3)^2} \quad (5.70)$$

et

$$f_0 + g_0T_c = \dot{\alpha}_{long} - k_{12}z_1 \quad (5.71)$$

où k_{12} est une constante positive.

Ceci assure donc la convergence de z_1 vers 0 et donc de ζ vers α_{long} .

L'objectif suivant est d'asservir le déplacement latéral vers un déplacement désiré noté d_{yrdes} .

Pour cela, nous suivrons le même raisonnement que précédemment.

5.8.2 Commande du déplacement latéral

5.8.2.1 Étape 1

L'objet de cette étape est de calculer l'entrée de commande pour faire tendre l'écart latéral vers la valeur désirée. On définit pour cela l'erreur :

$$e_{lat1} = (d_{yr} - d_{yrdes}) \quad (5.72)$$

On construit la fonction de Lyapunov de la même manière que dans la section précédente :

$$V_{lat1} = \frac{1}{2}e_{lat1}^2 \quad (5.73)$$

$$V_{lat1} = \frac{1}{2}(d_{yr} - d_{yrdes})^2 \quad (5.74)$$

L'expression de la dérivée est :

$$\dot{V}_{lat1} = (\dot{d}_{yr} - \dot{d}_{yrdes})e_{lat1} \quad (5.75)$$

Étant donné que l'entrée de commande n'apparaît pas dans l'expression de \dot{V}_{lat1} , nous sommes encore contraints à définir une autre entrée fictive :

$$\alpha = \dot{d}_{yrdes} - k_{21}e_{lat1} \quad (5.76)$$

où k_{21} est une constante positive assurant que :

$$\dot{V}_{lat1} = -k_{21}e_{lat1}^2 \leq 0 \quad (5.77)$$

Désormais, cette entrée virtuelle est donnée par :

$$\alpha_{lat} = \frac{-f_3 + \dot{d}_{yrdes} - k_1 z}{g_3} \quad (5.78)$$

5.8.2.2 Étape 2

La deuxième erreur à compenser est :

$$z_3 = (\zeta - \alpha_{lat}) \quad (5.79)$$

avec $\zeta = v_{ys}$.

La fonction de Lyapunov associée est donnée par :

$$V_{lat2} = \frac{1}{2}z_3^2 \quad (5.80)$$

Sa dérivée vaut :

$$\dot{V}_{lat2} = \dot{z}_3 z_3 = (\dot{\zeta} - \dot{\alpha}_{lat})z_3 \quad (5.81)$$

A partir du modèle latéral du véhicule, on obtient la relation suivante :

$$f_1 + g_1 \delta_f = \dot{\alpha}_{lat} - k_{22}z_3 \quad (5.82)$$

Cependant les expressions des entrées de commande réelles s'obtiennent comme la solution d'un système d'équations (5.71) et (5.82)

$$\begin{bmatrix} Tc \\ \delta_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_0 & \frac{1}{g_3}(g_1 + l_f g_2) \\ -\frac{g_0}{g_4} \sin \psi_r & (g_1 + \frac{g_2 l_f \cos \psi_r}{g_4}) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \xi_1 - k_{12}z_1 \\ \xi_2 - k_{22}z_3 \end{bmatrix} \quad (5.83)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \xi_1 = \frac{1}{g_3} \left(-(f_1 + f_2 l_f) \sin \psi_r + \dot{v}_{x_l} - (v_{y_s} + \dot{\psi}_s l_f) \sin \psi_r \right) \\ \quad + \frac{1}{g_3} \left(\ddot{d}_{xrdes} - \dot{d}_{yr} \dot{\psi}_l - k_{11} \dot{z} \right) - \frac{1}{(g_3)^2} (-f_3 + \dot{d}_{xrdes} - k_{11} z) \dot{g}_3 - f_0 \\ \xi_2 = \frac{1}{g_4} \left(-\dot{v}_{y_l} + (l_r - d_{xr}) \ddot{\psi}_l - \dot{d}_{xr} \dot{\psi}_l - v_{x_s} \cos \psi_r \right) \\ \quad + \frac{1}{g_4} \left(l_f \dot{\psi}_s \sin \psi_r - \ddot{d}_{yrdes} - k_{21} \dot{z}_2 - f_2 l_f \cos \psi_r + f_0 \sin \psi_r \right) \\ \quad - \frac{1}{(g_4)^2} \left((f_4 - \dot{d}_{yrdes} - k_{21} z_2) \dot{g}_4 \right) - f_1 \end{array} \right.$$

5.8.3 Résultats de simulation

Nous présentons maintenant les résultats de simulation obtenus par la technique du backstepping. Nous refaisons pratiquement les mêmes tests que dans la partie sur les modes glissants classiques et modes glissants d'ordre deux appliqués au suivi latéral.

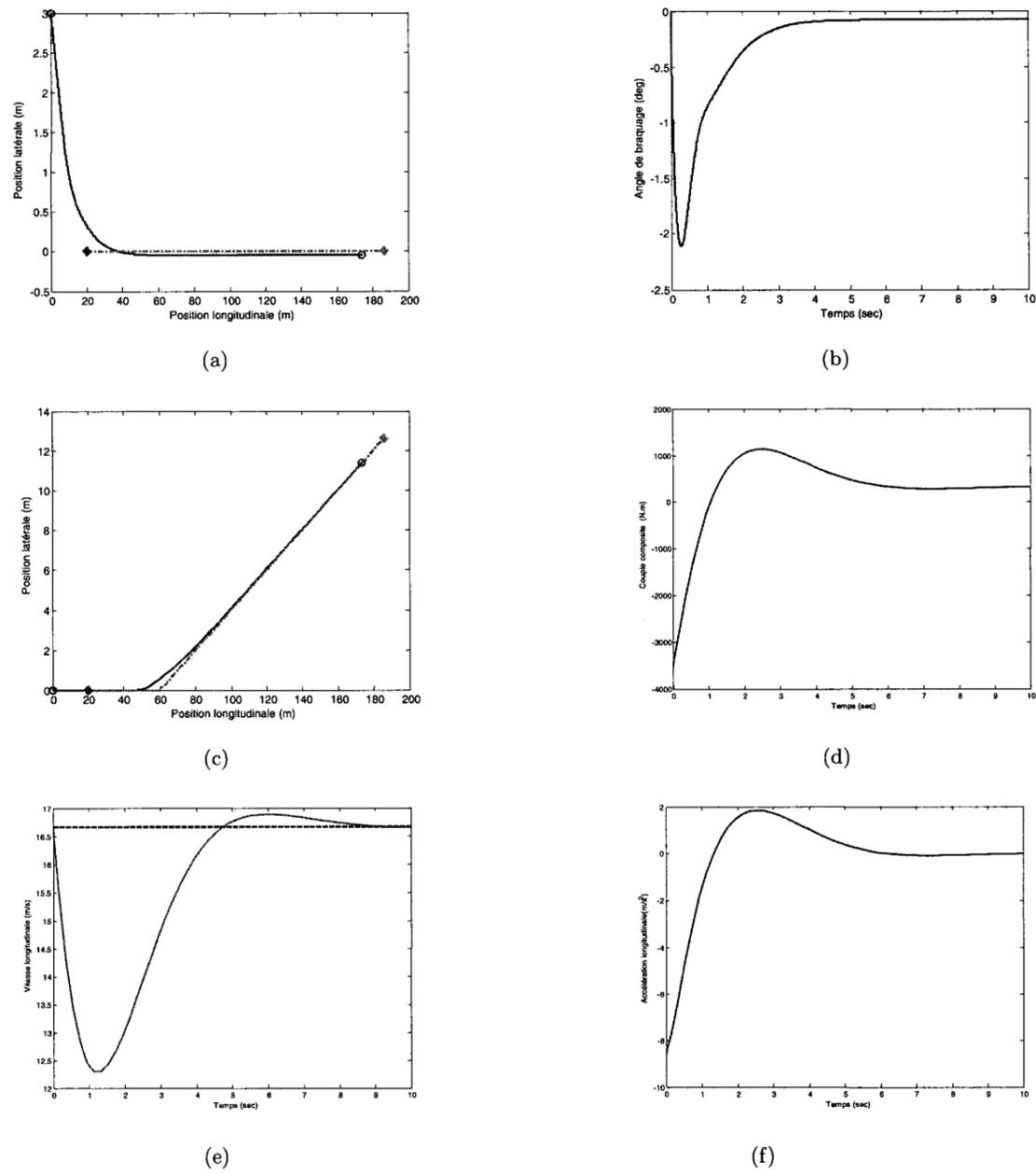


FIG. 5.17 – Technique du backstepping, manoeuvre de rabattement, (a) : Trajectoires du véhicule de tête(*,-) et du véhicule, (b) : Angle de braquage des roues. Manoeuvre changement de direction, (c) : Trajectoires du véhicule de tête(*,-) et du véhicule suiveur (o,-), (d) : Couple composite, (e) : Profils de vitesses de véhicule de tête(-) et du véhicule suiveur (-), (f) : Accélération longitudinale du véhicule suiveur

5.8.3.1 Manoeuvre de changement de voie

Comme précédemment, les véhicules sont distant de 20m et ne sont pas sur la même voie. Le véhicule suiveur initie donc une manoeuvre de rabattement, mais doit aussi gérer l'inter-distance désirée choisie égale à 9m. Des figures 5.17, nous pouvons déduire que le véhicule suiveur suit la trace du leader avec une erreur au régime permanent qui est négligeable à la fois en longitudinal et en latéral. Seule la valeur initiale de la décélération du suiveur est quelque peu élevée.

5.8.3.2 Manoeuvre de changement de direction

Ce scénario se résume comme suit : Les deux véhicules sont initialement sur la même voie et sont distants de 20m. Le véhicule leader effectue un changement de direction à l'abscisse $x_l = 60m$ et adopte un angle de cap ψ_l de $0.1rad/sec$. Selon la figure 5.17(c), le suiveur a réagi avec efficacité sur ce type de manoeuvre, et l'erreur de positionnement latéral s'annule dans un délai raisonnable. Et en ce qui concerne aussi le positionnement longitudinal, le véhicule suiveur effectue une décélération pour asservir/réguler la distance de sécurité, le résultat est montré dans la figure 5.18(a) où cette distance de sécurité est régulée avec une erreur au régime permanent négligeable.

On constate que la manoeuvre s'effectue aussi dans le respect du confort des occupants du véhicule comme en attestent les figures 5.17(e) et 5.17(f) qui donnent les tracés de la vitesse et de l'accélération longitudinale. La figure 5.18(b) donne un aperçu de la combinaison des deux manoeuvres de changement de voie et de cap.

5.8.3.3 Robustesse de loi de commande

La robustesse de la loi de commande par backstepping est testée dans différentes configurations de variations paramétriques et de changement de conditions opératoires. Comme précédemment, la trajectoire choisie est constituée d'une portion d'arc de cercle de rayon 200m suivie d'une ligne droite.

Commençant par le suivi de trajectoire dans le cas de la variation de la vitesse longitudinale du véhicule de tête. Le scénario est le suivant : le véhicule de tête entame une décélération qui fait passer sa vitesse de 60km/h à 20km/h, puis réaccélère pour reprendre la vitesse de consigne de 55km/h, puis il décélère une nouvelle fois pour atteindre 45km/h. Il termine sa trajectoire avec une vitesse de 45km/h. Les profils de vitesse apparaissent sur la figure 5.18(c). Les résultats de la manoeuvre de suivi de véhicule dans les conditions énoncées sont sur la figure 5.18(d). On remarque qu'ils s'effectuent avec les mêmes performances qu'à la vitesse stabilisée de 60km/h. Ceci signifie que le contrôle latéral réalisé est insensible aux variations de la vitesse longitudinale.

5.9 Analyse de la commande avec les observateurs

Jusqu'à présent, nous avons présenté les principaux résultats de simulation des différents scénarios, en partant du principe que toutes les grandeurs ou variables nécessaires au calcul des lois de contrôle sont accessibles à la mesure. Dans le chapitre sur les observateurs, nous avons opté pour l'observateur par mode glissant afin d'estimer les grandeurs non accessibles à la mesure.

Nous considérons donc maintenant, que ces variables sont reconstruites par ces observateurs. Dans la première partie, nous commencerons par un scénario de rabattement. Dans la seconde partie, nous étudierons un scénario de changement de voie avec variation du mouvement longitudinal.

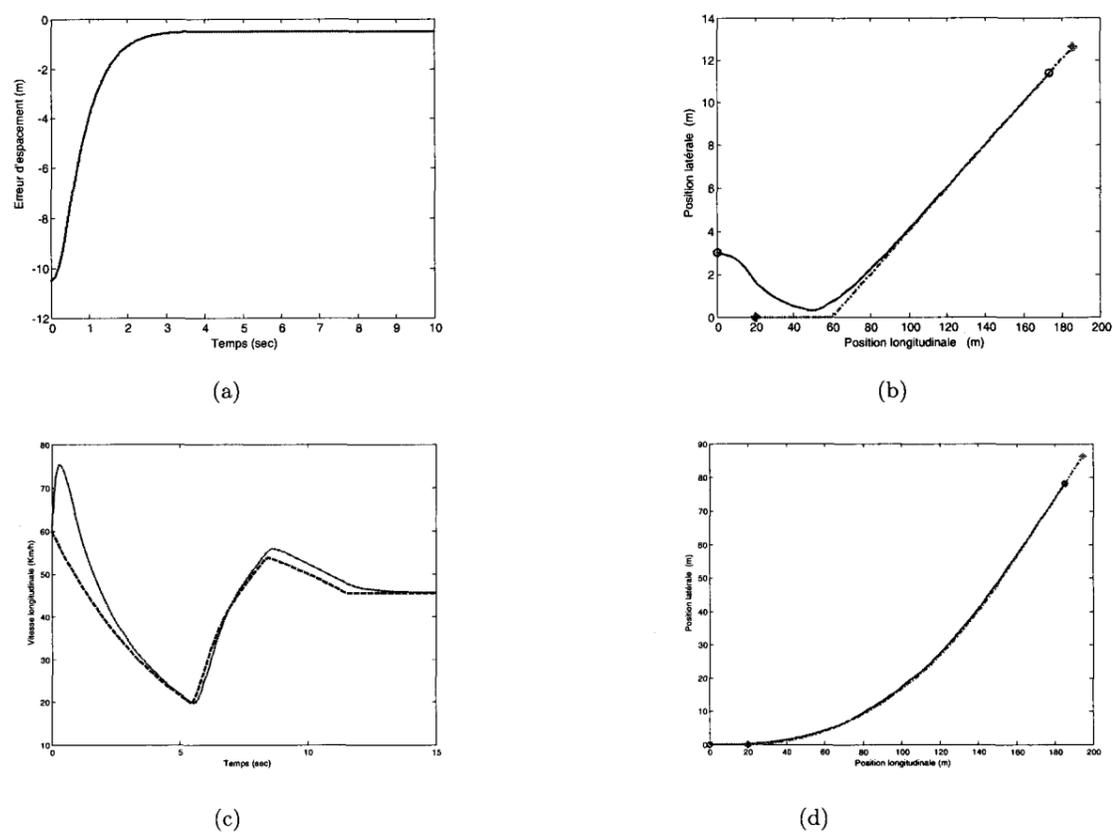


FIG. 5.18 – Technique du backstepping, manoeuvre changement de direction : L'erreur de positionnement longitudinal, Manoeuvre combinée de changement de voie et de changement de direction : Trajectoires du véhicule de tête (*,-) et du véhicule suiveur (o,-). Suivi de véhicule avec variation de vitesse, Profils de vitesses du véhicule de tête (-) et du véhicule suiveur (-), Trajectoires du véhicule de tête(*,-) et du véhicule suiveur (o,-)

5.9.1 Manoeuvre de rabattement

Nous regroupons sous ce terme de changement de voie, deux types de manoeuvres.

5.9.1.1 Le premier changement de voie

Selon le même scénario que précédemment, nous pouvons constater, à partir des tracés de la figure 5.19(a) que la réponse de véhicule suiveur demeure très bonne tant du point de vue de la dynamique que de la précision régime établi.

Cependant, si nous observons à une échelle un peu plus fine l'écart entre les grandeurs réelles et observées, nous pouvons dégager certaines remarques (figures 5.19(b), 5.19(c) et 5.19(d)). Tout d'abord, au niveau de la dynamique, nous constatons une légère différence dans le régime transitoire. De plus, on observe des oscillations dues à la fonction signe de l'algorithme de l'observateur.

5.9.2 Manoeuvre de changement de voie

Ce changement de voie, cette fois ci se résume :

Les deux véhicules se positionnent initialement sur la même voie et sont espacés de $20m$. Le véhicule de tête entame un changement de voie et le véhicule suiveur doit suivre ses mouvements. Les résultats de la manoeuvre sur les trajectoires sont visibles sur la figure 5.20(a). Les figures 5.20(b), 5.21(b), 5.20(d), 5.21(a) et 5.20(f) illustrent les résultats de l'observateur ; ces figures représentent les états et leurs estimées. Nous constatons que la convergence des estimations est très satisfaisante. Nous observons également le phénomène de faibles oscillations sur ces figures. Nous constatons aussi un écart très minime entre la variation de l'écart latéral mesurée et celle obtenue par l'estimation.

5.9.3 Changement de voie avec variation du mouvement longitudinal

Nous étudions maintenant le cas d'un scénario, composé de deux manoeuvres. La première correspond à un changement de voie, et la deuxième est un suivi sur une ligne droite, nous allons faire varier volontairement la dynamique longitudinale (en faisant varier la vitesse longitudinale) via le couple composite.

Ce scénario va nous permettre de synthétiser à la fois un contrôleur pour la dynamique longitudinale, et un autre contrôleur pour la dynamique transversale et le mouvement du lacet. Pour cela, Nous agissons respectivement sur le couple composite et l'angle de braquage. Nous avons aussi besoin de mettre en oeuvre les observateurs permettant d'estimer les variables non mesurables qui seront directement utilisées dans le calcul des contrôleurs.

Le profil de changement de voie avec variation de la dynamique longitudinale, permet de tester la dynamique rapide des observateurs à modes glissants grâce aux variations du profil du couple composite (figure 5.22(a)).

Nous constatons que l'aspect dynamique ne pose aucun problème à l'observateur. De même les contrôleurs par modes glissants permettent de suivre au plus près le profil imposé.

Le long de ce scénario, aucun point n'a provoqué la divergence de l'observateur, cela est vérifié dans toutes les courbes des signaux estimés. Sur les figures, 5.22(b), 5.22(c), 5.22(d) et 5.22(e) nous présentons les états reconstruits et ceux mesurés, nous distinguons très clairement une convergence de ces variables aussi bien aux régimes transitoires qu'aux régimes établis.

Nous remarquons sur la figure 5.22(b) que l'observateur converge malgré l'erreur importante aux

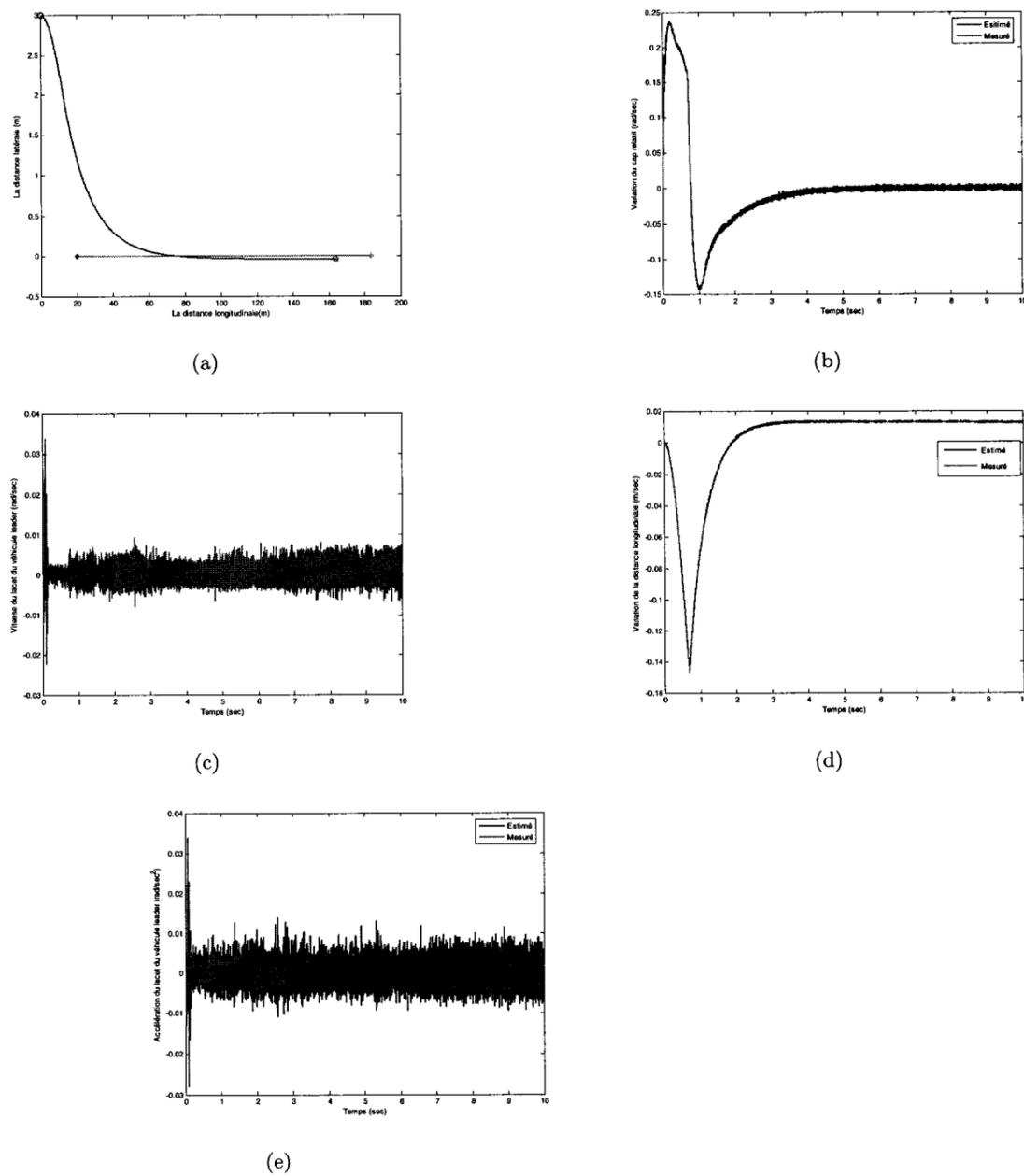


FIG. 5.19 – Utilisation des observateurs et technique de backstepping : Courbes de Manoeuvre de changement voie : (a) : Trajectoires du véhicule de tête(*,-) et du véhicule suiveur (o,-), (b) : Variation du cap relatif, (c) : Vitesse du lacet du véhicule leader, (d) : Variation de la distance longitudinale, (e) : Accélération du lacet du véhicule leader)

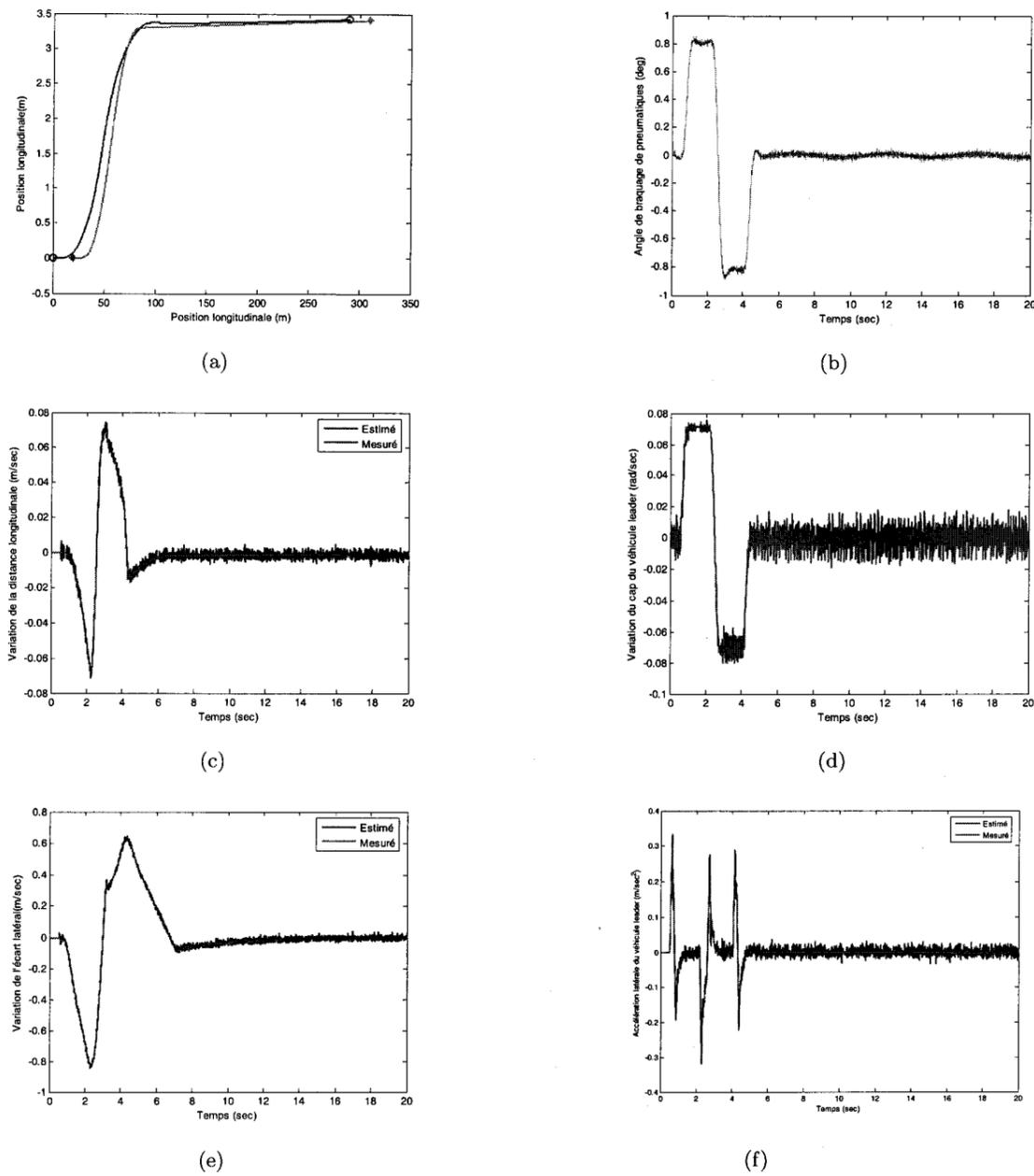


FIG. 5.20 – Utilisation des observateurs et technique de backstepping , courbes de manoeuvre de changement de voie : (a : Trajectoires du véhicule de tête(*,-) et du véhicule suiveur (o,-) ; b : Angle de braquage ; c : Variation de la distance longitudinale ; d : Variation du cap du véhicule leader ; e : Variation de l'écart latéral ; f : Variation du cap relatif ; f : accélération latérale du véhicule leader)

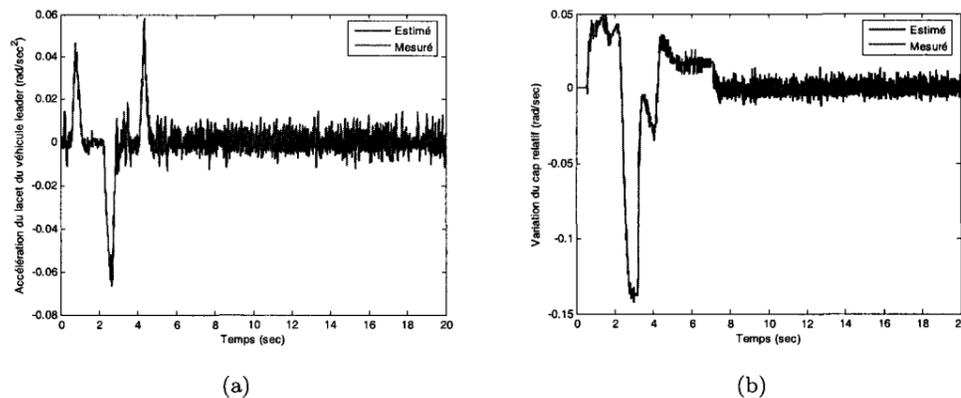


FIG. 5.21 – Utilisation des observateurs et technique de backstepping , courbes de manoeuvre de changement de voie. (a) : Accélération du véhicule leader, (b) : Variation du cap relatif)

régime transitoire due aux conditions initiales. Par contre, nous pouvons noter des oscillations dues au principe de fonctionnement de ce type d'observateur.

5.9.4 Suivi de véhicule sur une trajectoire combinée

Dans cette partie, nous allons étudier simultanément la robustesse des contrôleurs longitudinal et latéral et des l'observateurs. Pour cela, nous reprenons le profil de route constitué d'une ligne droite et d'une portion circulaire de rayon $200m$. Initialement, les deux véhicules se trouvent sur la même voie avec un espacement longitudinal de $10m$ et roulent à la même vitesse de $15m/sec$. Le profil de la manoeuvre est illustré sur la figure 5.23(a). Les figures 5.23(b) et 5.23(c) présentent des entrées de commande (le couple composite, et l'angle de braquage des roues), les figures 5.23(e), 5.23(f) et 5.24(a), quant à elles, montrent l'évolution des états du véhicule leader, des grandeurs relatives avec leurs estimées.

Comme on peut le constater sur ces figures, les performances aux régimes transitoires sont acceptables voir même très satisfaisantes, sauf pour la variation du cap relatif, pour laquelle nous constatons une variation brusque due à l'observateur, mais cette dégradation n'as aucun impact sur les performances des lois de commande. L'analyse du régime permanent, montre la convergence des grandeurs estimées vers les grandeurs mesurées (réelles).

Nous pouvons également conclure que les lois de commande avec estimation des grandeurs non mesurables remplissent l'objectif fixé, qui est le suivi latéral du véhicule en maintenant une distance de sécurité.

5.9.5 Application des modes glissants d'ordre 2

L'objet de cette partie est d'appliquer les modes glissants d'ordre 2 pour le contrôle couplé longitudinal et latéral, dans un scénario de suivi de véhicule avec la méconnaissance de certains états (ces états ne sont pas mesurables). Pour cela, nous avons appliqué l'observateur synthétisé dans le chapitre 4 dans un premier temps puis par la suite ces grandeurs estimées seront utilisées dans la synthèse des modes glissants d'ordre 2.

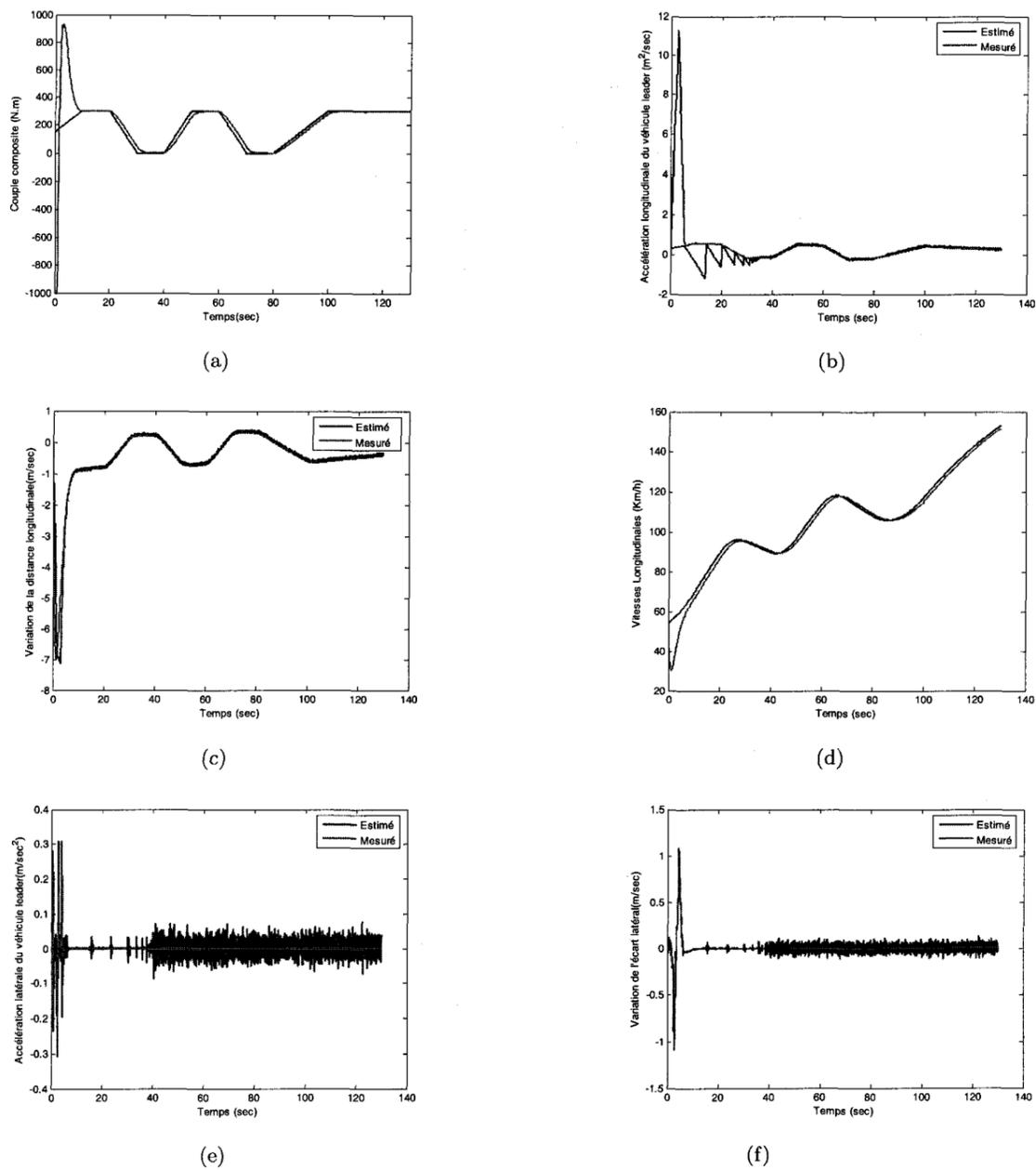


FIG. 5.22 – Utilisation des observateurs et technique de backstepping, courbes de changement de voie avec variation du mouvement longitudinal. (a) : Accélération longitudinale du véhicule leader, (b) : Couple composite, (c) : Variation de la distance longitudinale, (d) : Variation de l'écart latéral, (e) : Accélération du véhicule leader, (f) : Variation du cap relatif, (g) : Variation de l'écart latéral, (h) : accélération latérale du véhicule leader)

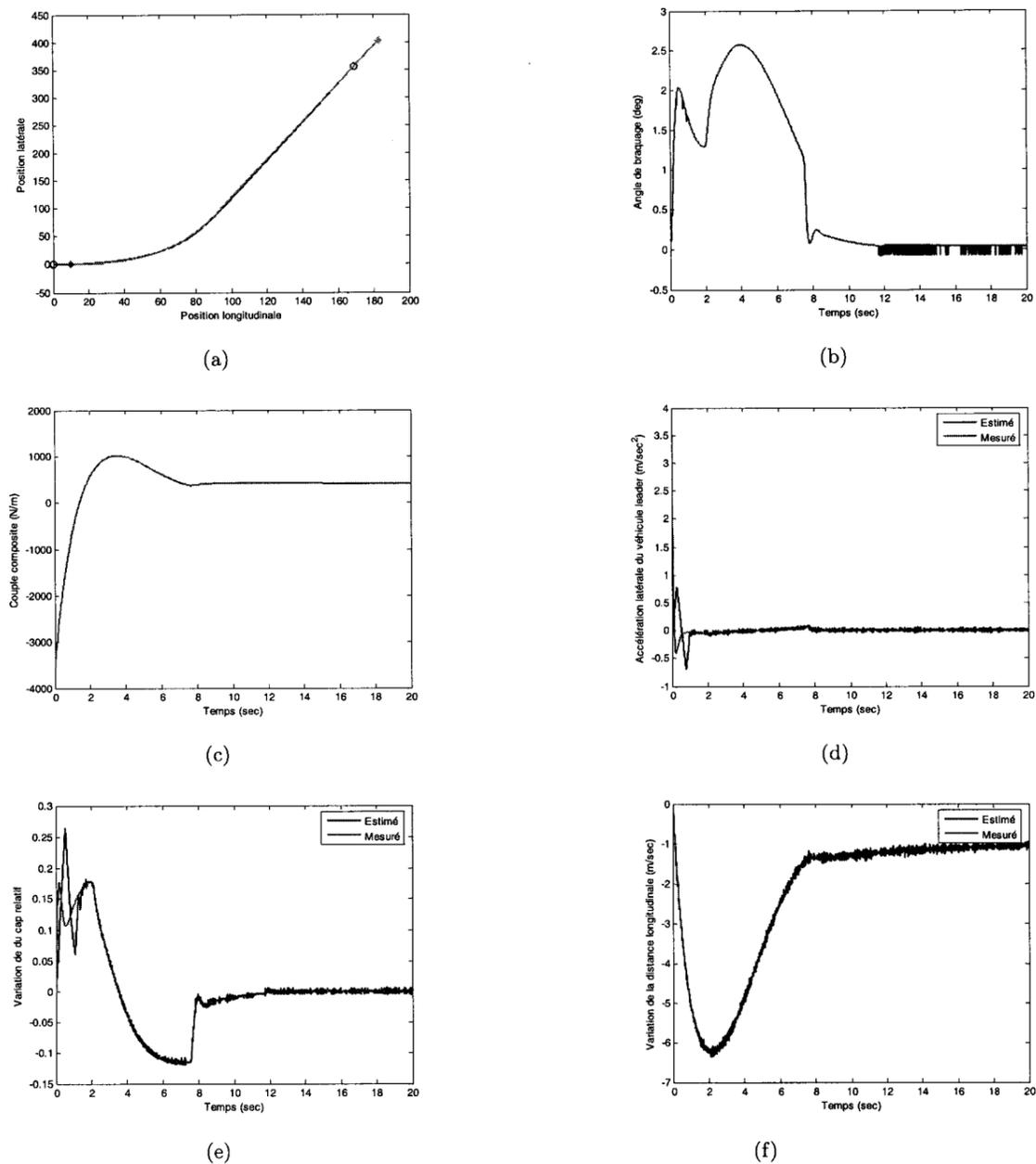


FIG. 5.23 – Courbes de suivi de véhicule. (a) : Trajectoires du véhicule de tête(*,-) et du véhicule suiveur (o,-), (b) : Angle de braquage des roues, (c) : Couple composite, (d) : Accélération latérale du véhicule leader, (e) : Variation du cap relatif, (f) : Variation de l'écart latéral

5.9.5.1 Changement de voie

Cette manoeuvre se résume comme suit : les deux véhicules se situent sur la même voie de droite, sont espacés d'une distance de $27.5m$, évoluent avec une même vitesse longitudinale de $15m/s$. Le véhicule leader effectue alors un changement de voie vers la voie de gauche. Le rôle du véhicule suiveur est de faire un changement de voie en maintenant la distance de sécurité en agissant sur l'angle de braquage des roues et le couple composite. L'estimation simultanée des grandeurs suivantes : la variation de l'écart latéral, la variation de la distance longitudinale et la variation du cap du véhicule leader, la variation du cap relatif et l'accélération latérale du véhicule leader est illustrée sur les figures 5.26(a), 5.26(b), 5.26(c), 5.26(d), 5.26(e). Nous remarquons à travers ces figures que les performances obtenues en régimes dynamique et statique sont très satisfaisantes d'une part, et d'autre part, nous constatons une convergence des grandeurs mesurées vers les grandeurs réelles. Le profil de la manoeuvre de changement est effectué avec succès, exceptée une petite erreur latérale en régime établi négligeable $2cm$ (figure 5.25(a)). Nous donnons sur les figures 5.25(d) et 5.25(e), l'accélération latérale et la vitesse latérale. Cette manoeuvre se réalise en respect du confort des passagers. Le tracé temporel de cette surface correspond à l'erreur sur l'espacement longitudinal qui s'annule (figure 5.25(f)).

5.9.6 Le second changement de voie

Cette fois ci les deux véhicules se localisent sur deux voies parallèles, le véhicule de droite se situe sur la voie de droite et le véhicule suiveur est sur la voie adjacente. L'objet est que le véhicule suiveur suive la trace du véhicule leader. Pour cela, le suiveur se trouve à faire alors un changement de voie afin de suivre la trace du leader tout en gardant la distance de sécurité, sont espacé de $20m$, le véhicule suiveur évolue avec une vitesse $10m/sec$ en revanche le leader évolue avec une vitesse de $15m/sec$. La distance désirée est de $22m$, or que la distance initiale est de $20m$, donc le véhicule suiveur se trouve de freiner puis accélère pour respecter la distance désirée. Le portrait de ce profil est illustré sur la figure 5.27(a), nous constatons encore une fois que le véhicule suiveur réagit avec efficacité avec une erreur statique quasiment nulle dans le respect du confort 5.27(d). De même sur l'erreur sur l'espacement longitudinal qui s'annule. Nous donnons aussi les différentes grandeurs intervenant dans la synthèse de lois de contrôle estimées par le biais de l'observateur par modes glissant. Les remarques qui peuvent être tirées de ces figures est de la convergence des états mesurables vers les états réels avec une petite erreur au régime transitoire dû à l'état initial de ces états 5.28(a), 5.28(c), 5.28(d).

5.10 Conclusion

Dans ce chapitre des lois de commande pour le suivi d'un véhicule ont été proposées. Elles sont de deux types : la commande par modes glissants d'ordre 2 et la technique du backstepping et le cheminement a été le suivant :

- Dans un premier temps, quelques fondements théoriques de la méthode de commande par modes glissants ont été donnés. Les tests en simulation pour valider cette approche ont montré que cette commande offre de bonnes performances mais présentait certains inconvénients, comme le phénomène de réticence. Pour palier à ces problèmes de réticence excessive de l'entrée de commande, nous avons proposé et mis en oeuvre une loi de commande par modes glissants d'ordre 2. Plus particulièrement, nous avons réalisé l'algorithme du *Twisting*. Les simulations

avec la commande obtenue ont montré que celle-ci a rempli les exigences.

- Dans un deuxième temps, nous nous sommes intéressés à un autre type de commande non linéaire, à savoir la technique du backstepping. Celle-ci a été mise en oeuvre dans le cadre d'une commande couplée longitudinal-latéral.

L'ensemble des méthodes mises en oeuvre présentent l'intérêt d'une grande facilité d'implantation et ont démontré leur robustesse vis-à-vis des erreurs de modèle, et ce sur de nombreux scénarios simulés. En terme de performances, les résultats obtenus par les modes glissants d'ordre 2 et ceux obtenus par la technique du backstepping sont très semblables.

La première partie des tests effectués repose sur le fait que toutes les variables et états nécessaires au calcul des lois de contrôle sont supposés mesurables. L'adjonction des observateurs dans un deuxième temps n'affecte que très peu les performances des lois de commande. Ceci valide donc l'approche adoptée.

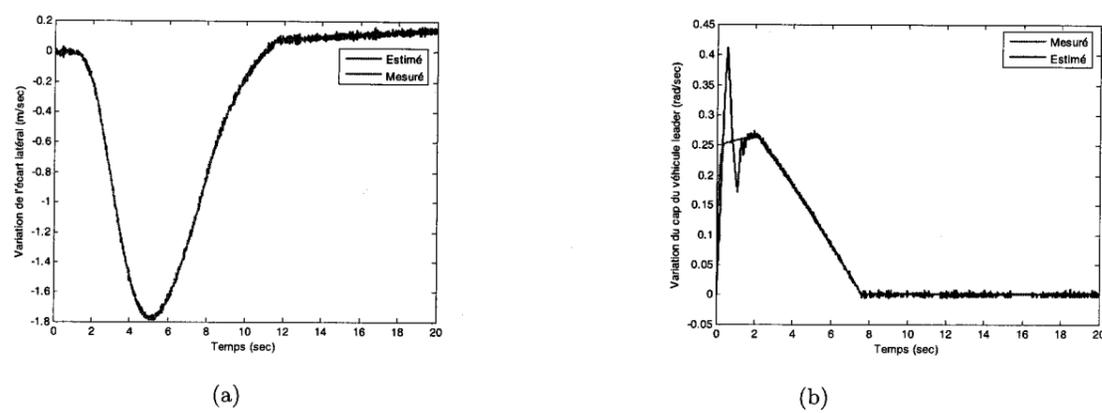


FIG. 5.24 – Courbes de suivi de véhicule. (a) : Variation de la distance longitudinale, (b) : Variation du cap du véhicule leader

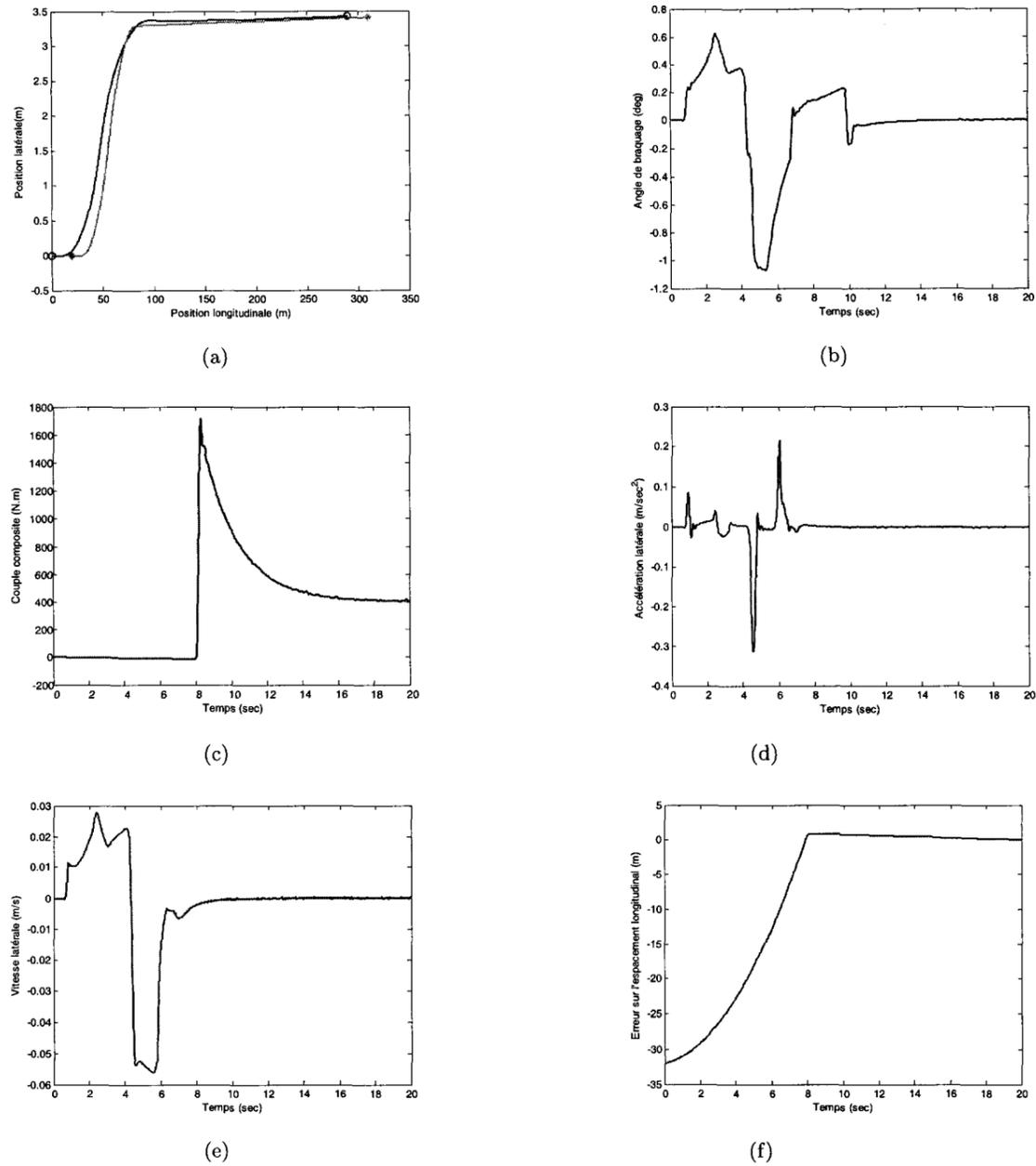


FIG. 5.25 – (a) : Trajectoires du véhicule de tête(*,-) et du véhicule suiveur (o,-), (b) : Angle de braquage des roues, (c) : Couple composite, (d) : Accélération latérale du véhicule suiveur, (e) : Vitesse latérale du véhicule suiveur, (f) : Erreur sur l'espacement longitudinal

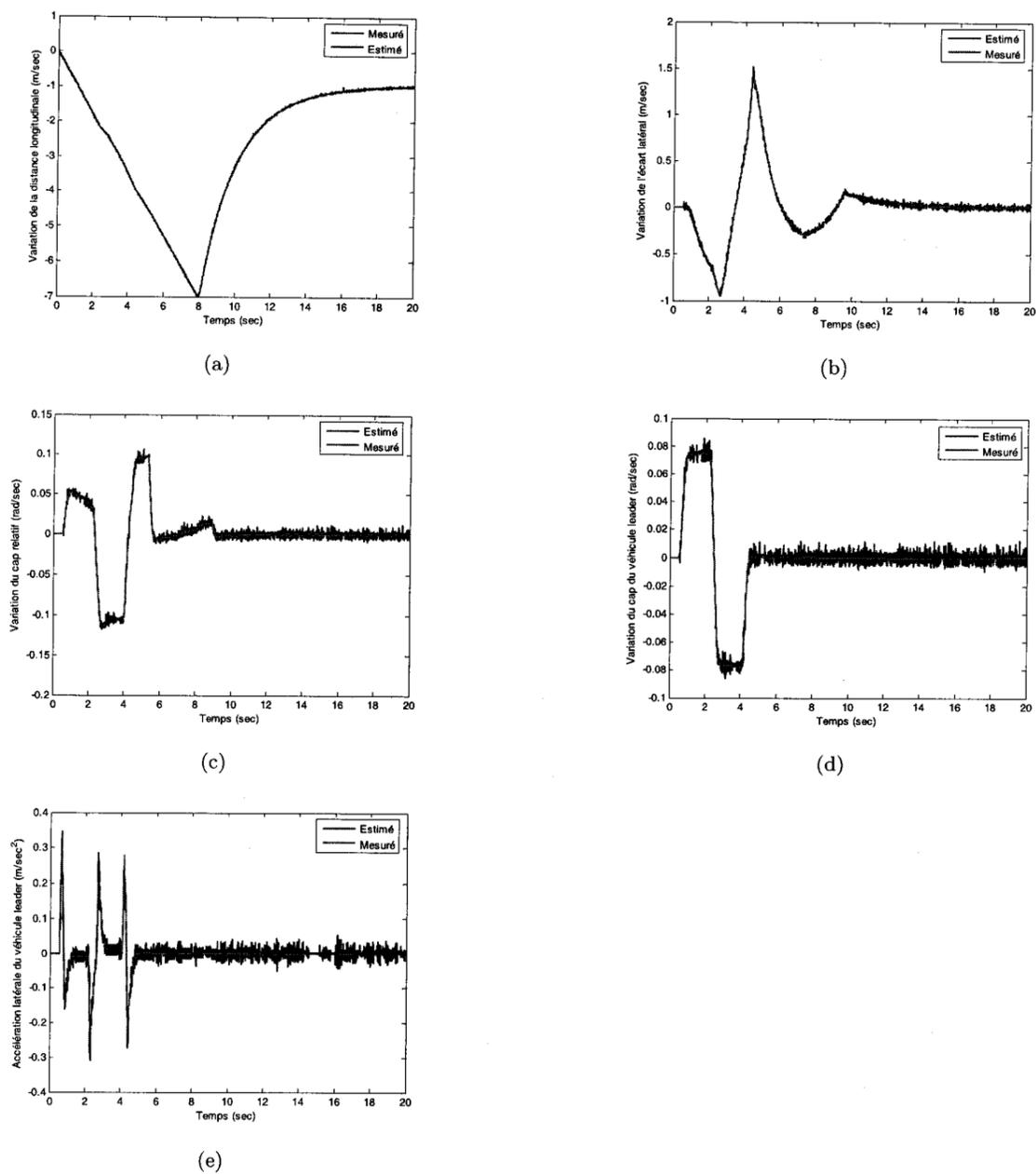


FIG. 5.26 – (a) : Variation de la distance longitudinale, (b) : Variation de l'écart latéral, (c) : Variation du cap relatif, (d) : Variation du cap du véhicule leader, (e) : Accélération latérale

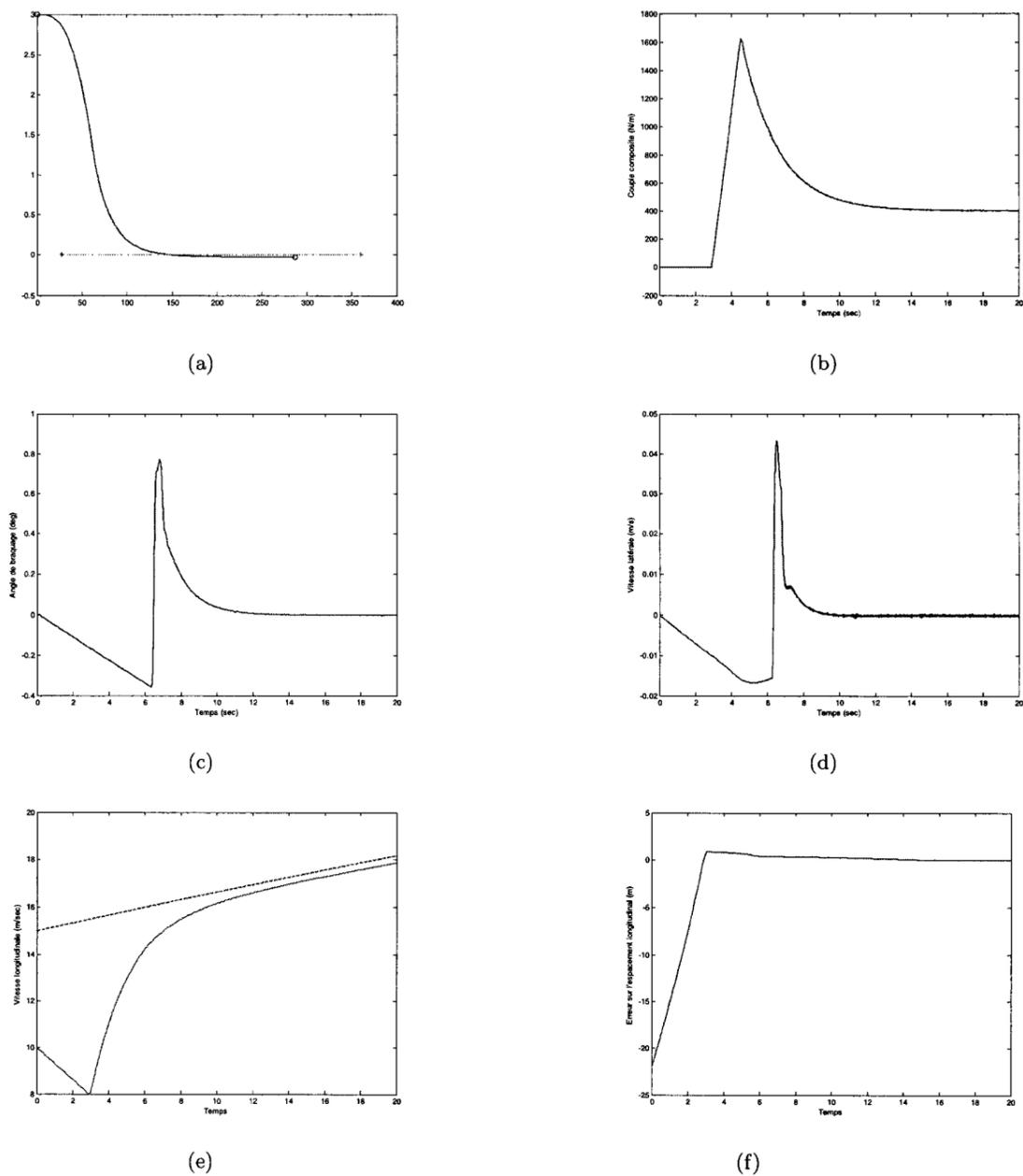


FIG. 5.27 – (a) : Trajectoires du véhicule de tête(*,-) et du véhicule suiveur (o,-), (b) : Couple composite, (c) : Angle de braquage, (d) : Vitesse latérale du véhicule leader, (e) : Profil de vitesse longitudinale du véhicule leader (-) et véhicule suiveur, (f) : Erreur sur l'espacement longitudinal

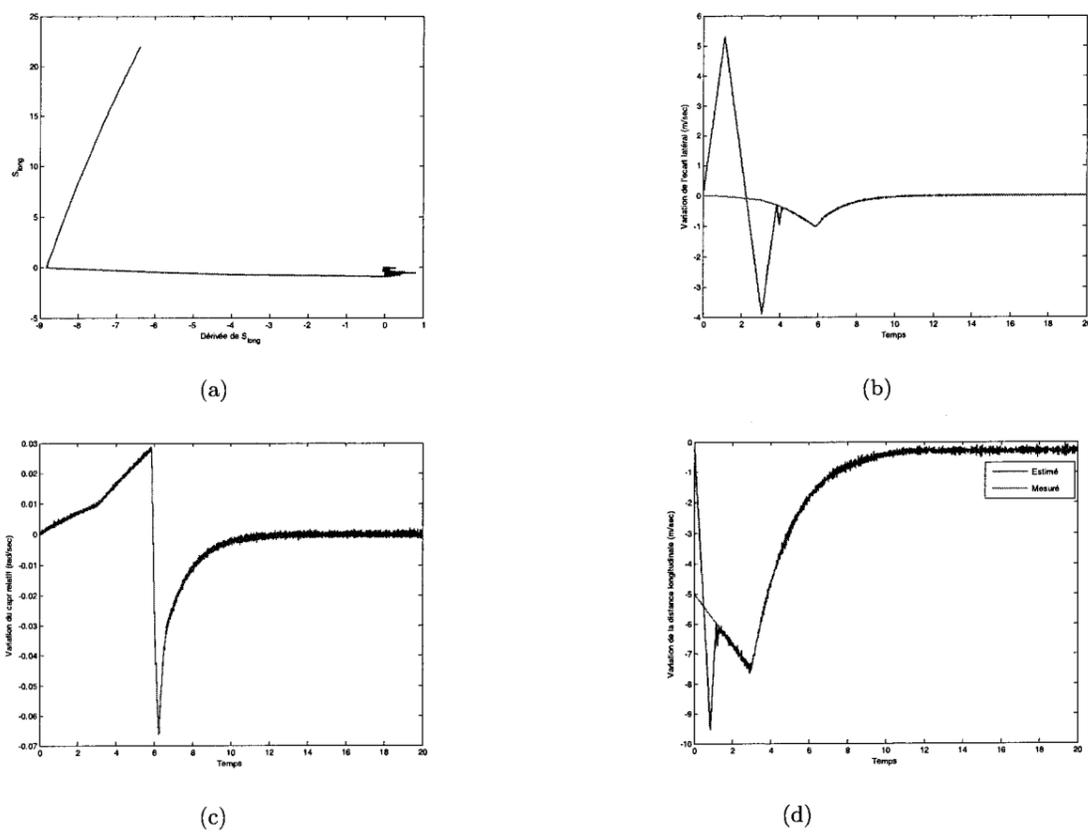


FIG. 5.28 – (a) : Portrait de la surface de glissement (S_{long}, \dot{S}_{long}), (b) : Variation de l'écart latéral, (c) : Variation du cap relatif, (d) : Variation de la distance longitudinale

Chapitre 6

Conclusion et Perspectives

Dans ce mémoire, nous avons traité du contrôle latéral et longitudinal du véhicule dans son aspect couplé pour le suivi de véhicule. L'accent est en particulier mis sur le couplage des deux modes latéral et longitudinal, tant au niveau du modèle que de la commande. Dans un premier temps, nous avons passé en revue les applications de l'automatique à l'assistance préventive et l'automatisation de la conduite.

Nos travaux s'inscrivent dans la perspective de l'automatisation de la conduite à relativement basse vitesse, c'est à dire sur autoroute péri-urbaine congestionnée. Dans ce cas, le concept le plus réaliste est celui de l'automatisation du contrôle longitudinal et latéral en mode suivi de véhicule. A plus grande échelle, les véhicules forment alors des pelotons, qui permettent d'une part d'homogénéiser le trafic et réduire la charge du conducteur.

Nous nous sommes donc intéressés à la modélisation non linéaire d'un véhicule. Pour le mode longitudinal, une hypothèse de non glissement au contact pneumatiques/chaussée a été faite. En ce qui concerne le mode latéral, les efforts latéraux au contact pneumatiques/chaussée sont considérés comme étant linéairement liés à l'angle de glissement du fait des faibles angles intervenant à ce niveau. Des équations du moteur et de la chaîne cinématique ont été intégrées afin de compléter la modélisation du véhicule. Le modèle résultant est finalement un modèle non linéaire à trois équations, reflétant la dynamique de translation longitudinale et latérale et la dynamique de rotation de lacet.

Dans un deuxième temps, nous avons développé les équations de positionnement d'un véhicule sur la route ainsi qu'en mode suivi de véhicule. La dynamique des grandeurs à réguler sont explicitées dans chaque cas. Les différentes techniques de localisation et de perception ont été passées en revue.

L'indisponibilité à la mesure de certaines grandeurs à la fois pour des raisons techniques ou économiques nous a contraint à développer des observateurs pour surmonter ces limitations. Pour cela, nous avons opté pour un observateur basé sur la théorie de la structure variable. Ce choix est largement justifié par la robustesse vis-à-vis les incertitudes paramétriques ainsi que la facilité d'implantation de ce type d'observateur. Ces observateurs ont été validés à la fois en simulation et sur données réelles.

Dans le chapitre sur la synthèse de lois de contrôle pour le suivi de véhicule, nous nous sommes focalisé sur la manoeuvre de suivi de véhicule. Nous avons développé plusieurs correcteur non linéaires basés sur les techniques de modes glissants d'ordre 1 et 2, ainsi que sur les techniques de backstepping. Les lois de commande ont été testées pour des applications pour des manoeuvres de suivi de véhicule en manoeuvre de rabattement, de changement de voie, de changement de cap et de manoeuvres combinées. Dans tous les cas, les performances obtenues sont très satisfaisantes et l'utilisation des modes glissants d'ordre 2 a permis l'élimination du phénomène de réticence observé sur les modes glissants d'ordre 1. Ces commandes ont par ailleurs exhibé une très bonne robustesse

vis-à-vis des variations paramétriques en vitesse et adhérence. Finalement les résultats obtenus une fois les observateurs intégrés sont très proches de ceux obtenus avec les états nominaux. Ceci confirme donc notre choix pour ce type d'observateur.

Par ailleurs, ce travail est loin d'être achevé, plusieurs perspectives sont envisagées :

- La prise en considération du glissement longitudinal, qui introduit une quatrième équation du mouvement de rotation des roues.
- La prise en compte du mouvement du roulis et du tangage et du mouvement vertical pour améliorer le confort des occupants du véhicule.
- La prise en compte du devers et de l'uni de la route.
- Le comportement des algorithmes dans le cas d'une file de plusieurs véhicules.

De plus, les aspects coopératifs avec l'infrastructure constitueront le fil conducteur des recherches pour les années à venir.

Sur le plan expérimental, des tests sont prévus dans le courant de cette année. Le véhicule suiveur utilise un système de vision stéréoscopique pour réaliser le positionnement relatif par rapport au véhicule qui précède. Le dimensionnement et la caractérisation du capteur ont été réalisés. La validation des observateurs est déjà en cours.

Annexe A

Notions sur les pneumatiques

A.1 Introduction

Le pneumatique est une structure métallique enrobée de caoutchouc. Il constitue la composante principale de l'interaction entre l'automobile et la route. C'est un élément fortement non linéaire dont le comportement est encore mal appréhendé. Il est le siège de la plupart des sollicitations appliquées au véhicule (figure (A.1)).

A.2 Caractéristiques

Le pneu représente en effet l'interface avec l'environnement extérieur qu'est la route. Il transmet les efforts de traction, de freinage et de guidage. Le pneumatique permet donc au véhicule d'avancer et de virer. Son comportement dynamique est très complexe et n'est linéaire que dans certaines conditions restreintes de fonctionnement. On observe plusieurs phénomènes comme le patinage et le blocage. Le pneumatique est aussi le composant le plus incertain du véhicule, à la fois par sa non linéarité approchée et par le fait que le contact avec le sol dépend énormément du type et de l'état du revêtement de la chaussée mais aussi du vieillissement, de la température du pneu et de la rugosité des surfaces.

A.3 L'expression des Efforts [PAC 02]

Cette section est consacrée essentiellement aux expressions des efforts longitudinal, latéral et au moment d'auto-alignement en modes découplé et couplé. Les formules sont appelées formules magiques de Pacejka. Les angles de dérives sont notés α_i , les glissements longitudinaux λ_i et l'angle de carrossage γ_i . L'indice i fait référence au pneumatique i ($i = 1, 2, 3, 4$).

A.3.1 Comportement découplé

A.3.1.1 Effort longitudinal à glissement longitudinal pur

$$F_{xi}^t = D_{xi} \sin(C_{xi} \arctan(B_{xi}(1 - E_{xi})\lambda_i + E_{xi} \arctan(B_{xi}\lambda_i))) \quad (\text{A.1})$$

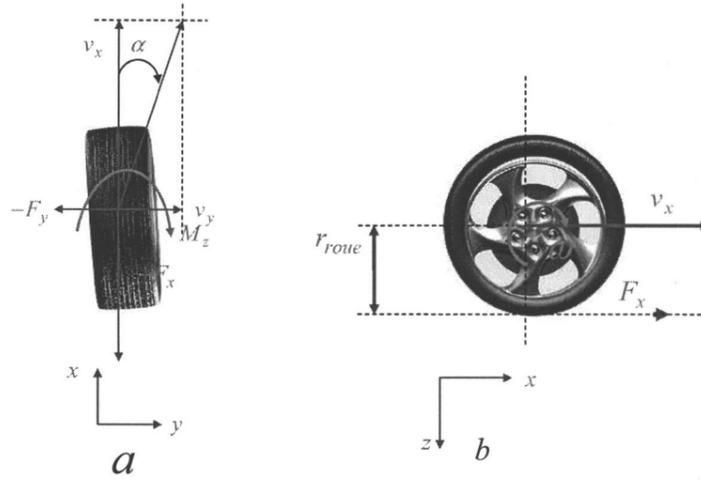


FIG. A.1 – Cinématique du pneumatique (a :vue de dessus, b : vue de côté)

$C_{xi} = b_0$
$D_{xi} = b_1(F_{zi})^2 + b_2F_{zi}$
$B_{xi} = \frac{BCD_{xi}}{C_{xi}D_{xi}}$
$BCD_{xi} = \frac{b_3F_{zi}^2 + B_4F_{zi}}{\exp(B_5F_{zi})}$
$E_{xi} = (B_6F_{zi})^2 + B_7F_{zi} + B_8$

A.3.1.2 Effort transversal à angle de dérive pur

$$F_{yi}^t = D_{yi} \sin(C_{yi} \arctan(B_{yi}(1 - E_{yi})\alpha_i + E_{yi} \arctan(B_{yi}\alpha_i))) \quad (A.2)$$

$C_{yi} = a_0$
$D_{yi} = a_1(F_{zi})^2 + a_2F_{zi}$
$BCD_{yi} = a_3 \sin(2 \arctan(\frac{F_{zi}}{a_4}) \cdot (1 - a_5 \gamma_i))$
$B_{yi} = \frac{BCD_{yi}}{C_{yi}D_{yi}}$
$E_{yi} = a_6F_{zi} + a_7$

A.3.1.3 Moment d'auto-alignement à angle de dérive pur

$$M_z^t = D_{mi} \sin(C_{mi} \arctan(B_{mi}(1 - E_{mi})\alpha_i + E_{mi} \arctan(B_{mi}\alpha_i))) \quad (A.3)$$

$C_{mi} = c_0$
$D_{mi} = c_1(F_{zi})^2 + c_2F_{zi}$
$BCD_0 = \frac{c_3F_{zi}^2 + c_4F_{zi}}{\exp(c_5F_{zi})}$
$B_{mi} = \frac{BCD}{C_{mi}D_{mi}}$
$E_{mi} = e_{mi}(1 - c_{10} \gamma_i)$

A.3.2 Comportement couplé

A.3.2.1 Expression de la force latérale couplée :

$$F_{yc} = F_y^t \frac{\cos(CG \cdot \arctan(BG \cdot (\lambda - AG)))}{\cos(CG \cdot \arctan(-BG \cdot AG))} + F_{yx} \quad (\text{A.4})$$

$$\begin{cases} CG = ac_0 \\ AG = ac_1 \\ BG = ac_2 \cos(\arctan(ac_3(\alpha - ac_4))) \\ F_{yx} = ac_5(F_z \gamma - GA_0) F_{YXG} F_{YXD} \\ GA_0 = ac_6 F_z + ac_7 \\ F_{YXG} = \sin(1.9 \arctan(ac_8 \lambda)) \\ F_{YXD} = \cos(\arctan(ac_9 \alpha)) \end{cases} \quad (\text{A.5})$$

Nous remarquons que la force latérale couplée est fonction de la force latérale pure F_y^t d'une part et de F_{yx}^t qui correspond à l'effet de la force longitudinale d'autre part.

A.3.2.2 Expression de la force longitudinale couplée :

$$F_{xc} = G_{xa} F_x^t \quad (\text{A.6})$$

$$\begin{cases} G_{xa} = \frac{\cos[C_{xa} \arctan(B_{xa} \alpha_s)]}{G_{xa0}} \\ G_{xa0} = \cos[C_{xa} \arctan(B_{xa} S_{Hxa})] \\ \alpha_s = \alpha + S_{Hxa} \\ B_{xa} = (r_{Bxl} + r_{Bx3} \gamma^2 \cos[\arctan(r_{Bx2} k)]) \cdot \lambda_{xa} \\ C_{xa} = r_C \\ S_{Hxa} = r \end{cases} \quad (\text{A.7})$$

A.3.2.3 Expression du moment d'auto alignement couplé :

$$M_{zc} = M'_z + M_{zr} + s \cdot F_x \quad (\text{A.8})$$

avec :

$$\begin{cases} M'_z = -t F'_y \\ t = t(\alpha_{t,eq}) = D_t \cos[C_t \arctan\{\beta_{t,eq} - E_t(B_t \alpha_{t,eq} - \arctan(B_t \alpha_{t,eq}))\}] \cos \alpha \\ F'_y = F_{y,\gamma=0} - S_{Vyk} \\ F_{y,\gamma=0} = G_{yk} \cdot F_{y0,\gamma=0} \\ M_{zr} = M_{zr}(\alpha_{r,eq}) = D_r \cos[\arctan(B_r, \alpha_{r,eq})] \\ S = R_0 \cdot sz_1 + sz_2 \left(\frac{F'_y}{z_0} + (sz_3 + sz_4 df_z) \gamma \lambda \right) \\ \alpha_{t,eq} = \sqrt{\alpha_t^2 + \frac{K_{yk} k^2}{K'_{y\alpha}} \cdot \text{sgn}(\alpha_t)} \\ \alpha_{r,eq} = \sqrt{\alpha_r^2 + \frac{K_{yk} k^2}{K'_{y\alpha}} \cdot \text{sgn}(\alpha_r)} \end{cases} \quad (\text{A.9})$$

Annexe B

Rappels sur la théorie de la commande par Lyapunov et par modes glissants

B.1 Théorie de Lyapunov

Le concept du contrôle par Backstepping est basé sur la théorie de Lyapunov. Le but est de construire de proche en proche une loi de commande ramenant le système vers des états désirés. En d'autres termes, on souhaite faire de l'état désiré un état d'équilibre stable en boucle fermée. Dans cette section nous définissons la notion de la stabilité au sens de Lyapunov, et nous passons en revue les principaux outils utilisables pour prouver la stabilité d'un système non linéaire. Cette section est inspirée essentiellement des travaux de Khalil auquel nous nous référons pour les preuves des théorèmes de stabilité [KHA 02].

On considère le système non linéaire décrit par l'équation différentielle suivante :

$$\dot{x} = f(x, t) \quad (\text{B.1})$$

où f est une fonction définie de $\mathcal{R}^n \times \mathcal{R}^+ \rightarrow \mathcal{R}^n$, $x \in \mathcal{R}^n$ est le vecteur d'état du système.

Un état x_e du système est un point d'équilibre stable s'il satisfait :

$$f(x_e) = 0 \quad (\text{B.2})$$

Les propriétés de stabilité de ce point d'équilibre sont caractérisées par la définition ci-dessous.

Définition B.1 (*Stabilité au sens de Lyapunov*)

Un point d'équilibre $x = x_e$ du système (B.1) est :

- un état d'équilibre stable si et seulement si pour tout $\varepsilon > 0$ il existe $\delta(\varepsilon) > 0$ tel que

$$\|x(0) - x_e\| < \delta \Rightarrow \|x(t) - x_e\| < \varepsilon, \quad \forall t \geq 0$$

- un état d'équilibre **asymptotiquement stable** s'il est stable et s'il existe $r > 0$ tel que

$$\|x(0) - x_e\| < r \Rightarrow \lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_e$$

- un état d'équilibre **globalement asymptotiquement stable (GAS)** si pour tout état initial $x_0 = x(0) \in \mathcal{R}^n$, il est stable et :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = x_e, \quad \forall x(0)$$

On introduit maintenant quelques concepts usuels de fonctions de Lyapunov.

Définition B.2

– Une fonction scalaire $V(x)$ est définie positive dans une boule de \mathcal{R}^n de rayon K si :

1) $V(x) > 0 \quad \forall x \neq 0 \text{ et } x \in \mathcal{R}^n / \|x\| < K$

2) $V(x) = 0 \quad \text{pour } x = 0$

– La fonction scalaire $V(x)$ est définie négative dans une boule de \mathcal{R}^n , de rayon K , si :

1) $V(x) < 0 \quad \forall x \neq 0 \text{ et } x \in \mathcal{R}^n / \|x\| < K$

2) $V(x) = 0 \quad \text{pour } x = 0$

– La fonction scalaire $V(x)$ est semi-définie positive si $V(x) \geq 0$

Théorème B.3 *Considérons le système décrit par l'équation (B.1), avec $f(0) = 0$. Soit $V(x)$ une fonction scalaire définie positive, non bornée, continue et différentiable. Si :*

$$\dot{V}(x) = V_x f(x) < 0, \quad x \neq 0 \quad (\text{B.3})$$

alors $x = 0$ est un point d'équilibre globalement asymptotiquement stable.

La fonction définie positive $V(x)$ satisfaisant $\dot{V}(x) \leq 0$ est appelée fonction de Lyapunov du système.

Théorème B.4 (LaSalle-Yoshizawa) [KRS 95]

Soit $x = 0$ un point d'équilibre de (B.1) et on suppose que f est localement Lipschitz en x . Soit $V : \mathcal{R}^n \rightarrow \mathcal{R}^+$ une fonction continue et différentiable, définie positive radialement non bornée telle que :

$$\dot{V} = \frac{\partial V}{\partial x}(x)f(x,t) \leq -W(x) \leq 0, \quad \forall t \geq 0, \quad x \in \mathcal{R}^n \quad (\text{B.4})$$

où $W(x)$ est une fonction continue, alors, toutes les solutions de (B.1) sont globalement uniformément bornées et satisfont :

$$\lim_{t \rightarrow \infty} W(x(t)) = 0 \quad (\text{B.5})$$

de plus, si $W(x)$ est définie positive, alors le point d'équilibre $x = 0$ est globalement uniformément asymptotiquement stable

B.2 Commande par la méthode de Lyapunov

Nous allons donner dans cette section une méthode de synthèse d'une loi de commande basée sur la théorie de Lyapunov. On considère le système non linéaire décrit par :

$$\dot{x} = f(x, u) \quad (\text{B.6})$$

où x est l'état du système et u est l'entrée de commande.

L'objectif du contrôle est de ramener le vecteur d'état à l'origine, et que l'origine devienne un point d'équilibre asymptotiquement stable. L'entrée de commande est choisie de la forme :

$$u = \alpha(x) \quad (\text{B.7})$$

La dynamique du système en boucle fermée devient :

$$\dot{x} = f(x, \alpha(x)) \quad (\text{B.8})$$

Pour montrer que le système est GAS, nous devons construire une fonction de Lyapunov $V(x)$ satisfaisant les conditions du théorème (B.3). L'approche la plus simple pour trouver $\alpha(x)$ est de sélectionner une fonction définie positive $V(x)$, radialement non bornée et puis choisir $\alpha(x)$ tel que

$$\dot{V} = V_x(x)f(x, \alpha(x)) < 0, \quad x \neq 0 \quad (\text{B.9})$$

On doit faire un choix adéquat de V pour vérifier (B.9). Ce qui nous amène à donner la définition suivante.

Définition B.5 (*Fonction de Lyapunov candidate*) Une fonction $V(x)$ scalaire, lisse définie positive et radialement non bornée est appelée fonction de Lyapunov candidate pour le système (B.6) si

$$\inf_u V_x f(x, u) < 0, \quad x \neq 0 \quad (\text{B.10})$$

Étant donnée une (fonction de Lyapunov candidate (CLF)) pour le système (B.8), on peut trouver une loi de contrôle stabilisant globalement le système. En effet, l'existence de cette loi est équivalent de (CLF). Cela veut dire, que pour toute loi de contrôle stabilisante, on peut trouver une (clf) correspondante et vis-versa. Cela est vérifié dans le théorème [ART 83]. Pour illustrer cette approche, on considère le système suivant :

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u \quad (\text{B.11})$$

Ce système est affine en la commande. On suppose que la (CLF) du système est connue. Sontag a proposé dans [SON 89] un choix particulier de loi de contrôle, donnée par :

$$u = \alpha(x) = -\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b} \quad (\text{B.12})$$

Où

$$\begin{aligned} a &= V_x(x)f(x) \\ b &= V_x(x)g(x) \end{aligned}$$

Cette loi de contrôle nous donne :

$$\dot{V} = V_x(x)(f(x) + g(x)u) = a + b\left(-\frac{a + \sqrt{a^2 + b^2}}{b}\right) = -\sqrt{a^2 + b^2} \quad (\text{B.13})$$

Elle rend donc l'origine (GAS). L'équation (B.12) est connue sous le nom de la formule de Sontag. Freeman et Primbs [FRE 96b] ont proposé une approche où la commande u est choisie pour minimiser l'effort du contrôle nécessaire pour satisfaire :

$$\dot{V} \leq -W(x)$$

B.3 Éléments théoriques des modes glissants

On introduit des éléments théoriques nécessaires à la compréhension de la commande par modes glissants. Plus particulièrement, nous rappelons les conditions d'existence du mode glissant.

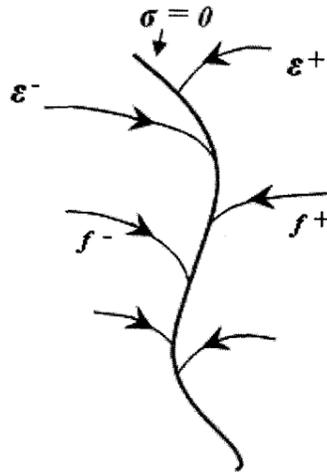


FIG. B.1 – Comportement en dehors de la surface de glissement

B.3.1 Existence du mode glissement

B.3.1.1 Définitions :

Nous considérons le système non linéaire décrit par :

$$\dot{x} = f(x, u, t) \quad (\text{B.14})$$

où :

- x est l'état du système évoluant dans une variété Ω différentiable, caractérisant le domaine physique de fonctionnement du système.
- f : le champs de vecteurs complet dans R^n
- u : la commande ou l'entrée du système appartient à R inclut dans R vérifiant :

$$u(x, t) = \begin{cases} u^+(x, t) & \text{si } \sigma(x, t) > 0 \\ u^-(x, t) & \text{si } \sigma(x, t) < 0 \end{cases}$$

Cette commande discontinue est appelée *Commande à Structure Variable (CSV)* ou bien commande par modes glissants.

La fonction $\sigma(x, t)$ est appelée surface de glissement, elle partage l'espace en deux parties distinctes.

Un système est défini comme étant un système à structure variable commutant entre deux structures si par on définit deux champs de vecteurs $f^+(x, u, t)$, $f^-(x, u, t)$ de tel sorte que le système (B.14) puisse être écrit sous la forme ci-dessous :

$$\dot{x} = f(x, u, t) \begin{cases} f^+(x, u, t) & \text{si } \sigma(x, t) > 0 \\ f^-(x, u, t) & \text{si } \sigma(x, t) < 0 \end{cases}$$

Pour évoquer l'existence du mode de glissement il faut que la surface de commutation $\sigma(x, t)$ soit attractive des deux côtés. L'interprétation géométrique équivaut à dire que les deux vecteurs vitesses f^+ et f^- doivent être dirigés vers la surface de commutation. Cette notion d'attractivité peut être locale ou globale (figure (B.1))

B.3.2 Conditions d'existence du mode glissant

Le théorème ci-dessous donne les conditions d'existence du mode glissant.

Théorème B.6 *Un domaine D_g de dimension $(n-1)$ est dit un domaine de glissement si et seulement si dans un domaine oméga Ω contenant D_g , il existe une fonction de Lyapunov $V(\sigma, x, t) > 0$ continûment différentiable par rapport à tous ses arguments et satisfaisant les conditions suivantes :*

i) $V(\sigma, x, t) > 0$ est définie positive par rapport à σ :

$$\begin{cases} V(\sigma, x, t) > 0 & \text{si : } \sigma \neq 0 \\ V(0, x, t) = 0 \end{cases}$$

ii) Sur la sphère $\|\sigma\| = \rho, \forall x \in \Omega, \forall t > 0$, les relations suivantes sont vérifiées :

$$ii - a) \inf_{\|\sigma\|=\rho} V(\sigma, x, t) = h_p, \quad h_p > 0$$

$$ii - b) \sup_{\|\sigma\|=\rho} V(\sigma, x, t) = H_p, \quad H_p > 0$$

Avec h_p et H_p dépendant de σ et $h_p \neq 0$ si $\rho \neq 0$

iii) La dérivée totale de $V(\sigma, x, t)$ le long des trajectoires du système a un maximum négatif pour tout x de Ω à l'exclusion de la surface de commutation, pour laquelle la commande u n'est pas définie et la dérivée de $V(\sigma, x, t)$ n'existe pas

Il est possible de choisir une fonction de Lyapunov basée sur la physique du système (cas des robots manipulateurs par exemple), mais il n'existe aucune méthode générale qui permette de trouver une fonction de Lyapunov. Pour certaines classes de systèmes, une approche possible consiste à choisir les formes suivantes :

$$\begin{cases} V(x, \sigma, t) = \frac{\sigma^2}{2} \\ V(x, \sigma, t) = \frac{\sigma^4}{4} \\ V(x, \sigma, t) = |\sigma| \end{cases}$$

Pour illustrer le résultat fourni par le théorème précédent, nous optons pour une fonction de Lyapunov de type quadratique : $V(x, \sigma, t) = \frac{\sigma^2}{2}$. Pour que la surface soit attractive sur tout le domaine, il suffit que $\frac{d}{dt}V(t, x, \sigma) < 0$. Ceci équivaut à :

$$\sigma \dot{\sigma} < 0 \tag{B.15}$$

Cette condition (B.15) permet d'assurer une convergence asymptotique vers la surface $\sigma = 0$. Très souvent, cette condition est remplacée par :

$$\sigma \dot{\sigma} \leq -\eta |\sigma| \tag{B.16}$$

où η est une quantité strictement positive. Cette condition assure la convergence vers $\sigma = 0$ en un temps fini t_{fini} .

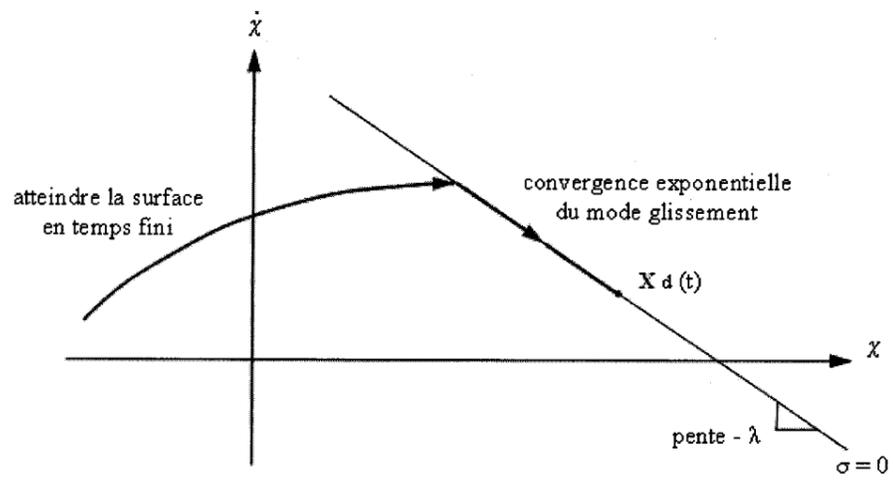


FIG. B.2 – Interprétation graphique de l'équation (B.16)

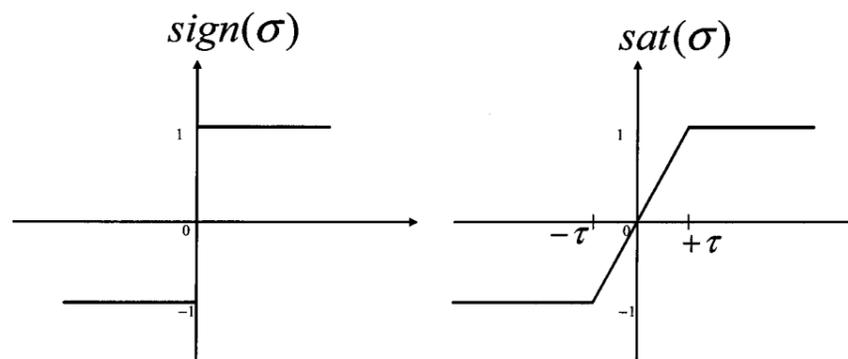


FIG. B.3 – Fonctions adoucissement

B.3.3 Adoucissement de la commutation

Pour réduire les oscillations dues à la commutation de la commande (*chattering*), de nombreuses méthodes ont été développées. On modifie la commande un peu pour qu'elle réponde moins rapidement lors du changement de signe de $\sigma(x, t)$ en appliquant une loi de commutation adoucie. Une solution classique consiste à modifier la fonction *sign* en la substituant par une droite de pente $\frac{1}{\tau}$ à l'intérieur d'une zone frontière de la surface de discontinuité. Son expression est donnée par :

$$\text{sat}\left(\frac{\sigma}{\phi}\right) = \begin{cases} \frac{\sigma}{\phi} & \text{si } |\sigma| \leq \phi \\ \text{sign}(\sigma) & \text{si } |\sigma| \geq \phi \end{cases} \quad (\text{B.17})$$

Bibliographie

- [ALR 98] ALRIFAI M., CHOW J.TORREY D., A Backstepping Nonlinear Control Approach to Switched Reluctance Motors, *In Proc. Of the 37th IEEE Conference on Decision and Control*, 4652–4657, Dec 1998.
- [ARS 99] ARSIE I., PIANESE C.RIZZO G., A Non Linear Observer for Fuel Film Dynamics Into the Intake Manifold of A Spark Ignition Engine, *IEEE ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 251–256, September 1999.
- [ART 83] ARTSTEIN Z., Stabilization with Relaxed Controls., *Nonlinear Analysis, Theory, Methods Applications*, 7, 11, 1163–1173, 1983.
- [BAD 05] BADAOUI E., NAJJAR M. E.BONNIFAIT P., Intelligent Vehicle Absolute Localisation using GIS Information, 16th IFAC World Congress, Prague, 2005.
- [BAK 89] BAKKER E., NYBORG L.PACEJKA H., A New Tyre Model with an Application in Vehicle Dynamics Studies, *ME Transactions : Journal of Passenger Cars*, 98, 890087, 1989.
- [BAR 97] BARTOLINI G., FERRARA A.USAI E., Applications of a Sub Optimal Discontinuous Control Algorithm for Uncertain Second Order Systems, *International Journal of Robust and Nonlinear Control*, 7, 4, 297–310, 1997.
- [BAR 99] BARTOLINI G., FERRARA A., LEVANT A.E.USAI, *On Second Order Sliding Mode Controllers", Variable Structure Systems, Sliding Mode and Nonlinear Control*, Springer-Verlag, London, 1999.
- [BAS 04] BASTIAENSEN E.MENGEL P., PReVENTive and Active Safety Applications (PReVENT), MST/MEMS For Safety and Security, *VDI/VDE/IT*, 2004.
- [BEN 04] BENHIMANE S.MALIS E., Real-time image-based tracking of planes using efficient second-order minimization, *IEEE/RSJ-IROS'04, Sendai*, 2004.
- [BEN 05] BENHIMANE S., MALIS E.AZINHEIRA J., Vision-based Control for Car Platooning using Homography Decomposition, *IEEE-ICRA'05, Barcelonna*, 2005.
- [BER 94] BERGHUIS H.NIJMEIJER H., Robust Control of Robots Via Linear Estimated State Feedback, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 39, 10, page1994, October 1994.
- [BIS 03] BISHOP R., Intelligent Vehicles R&D : An Update on Selected Projects in the U.S. and Europe, *Japan AHSRA Consortium*, , 2003.
- [BOM 05a] BOM J., THUILOT B.F. MARMOITON P. M., Nonlinear control for urban vehicles platooning relying upon a unique kinematic GPS, *IEEE-ICRA'05, Barcelonna*, 2005.
- [BOM 05b] BOM J., THUILOT B., MARMOITON F.MARTINET P., A Global Control Strategy for Urban Vehicles Platooning relying on Nonlinear Decoupling Laws, *IEEE/RSJ-IROS'05, Alberta*, 2005.
- [BOU 97] BOURI M., Contribution À la Commande Non Lineaire Par Mode Glissement. Application Aux Actionneurs Electropneumatiques, PhD thesis, *Institut National Des Sciences Appliquées de Lyon (INSA)*, 26 Juin 1997.

- [BOU 04] BOUTELDJA M., DOLCEMSACOLO V.M'SIRDI N., Modélisation et Observation Dynamique D'un Poids Lourd et Estimation Des Forces Latérales, *3ième Conférence Internationale Francophone D'Automatique*, Novembre, Douz, Tunisie 2004.
- [CAN 01] CANUDAS-DE-WIT C., TSIOTRAS P., CLAEYS X., Y J.HOROWITZ R., Friction Road/Tire Modeling, Estimation and optimal Control, *Lund NAC02 Workshop*, 2001.
- [CAR 93] CARROLL J., SCHNEIDER M.DAWSON D., Integrator Backstepping Techniques for the Tracking Control of Permanent Magnet Brush DC Motors., *In Conference Record of the 1993 IEEE Industry Applications Society Annual Meeting*, 663–671, Oct 1993.
- [CAR 95] CARROLL J., GEOGHAN A., DAWSON D.VEDAGARBHA P., A Backstepping Based Computed Torque Controller for Switched Reluctance Motors Driving Inertial Loads, *In Proc. Of the 4th IEEE Conference on Control Applications*, 779–786, Sept 1995.
- [CHA 04] CHAIBET A., NOUVELIÈRE L., MAMMAR S.NETTO M., Suivi de véhicule par modes glissants pour l'automatisation basse vitesse des véhicules, *CIFA '04, Douz*, 2004.
- [CHA 05a] CHAIBET A., NOUVELIÈRE L., MAMMAR S.NETTO M., Backstepping Control Synthesis for Automated Low Speed Vehicle, *ACC'05, Portland*, 2005.
- [CHA 05b] CHAIBET A., NOUVELIÈRE L., MAMMAR S.NETTO M., Backstepping Control Synthesis For Both Longitudinal And Lateral Automated Low Speed Vehicle, *IEEE, Intelligent Vehicles, Las vegas*, 2005.
- [CHE 94] CHEE W.TOMIZUKA M., Vehicle Lane Change Maneuver in Automated Highway Systems., *California Path Program, University Of California, Berkeley. UCB-ITS-PRR-94-22.*, 1994.
- [CHE 05] CHEN C.PENG S., Design of a sliding mode control system for chemical processes, *Journal of Process Control*, 15, 2005.
- [CHR 01] CHRIETTE A., Commande Référencée Multicapteurs : Contrôle de Véhicule 2D et 3D., PhD thesis, *LSC, Université D'Evry Val D'essonne*, 2001.
- [CLA 02] CLAEYS X., Commandes Latérales Des Véhicules Automobiles Avec Prise En Compte de la Dynamique Des Actionneurs. Application À la Conduite En Peloton Des Poids Lourds, PhD thesis, *Institut National Polytechnique de Grenoble (INPG)*, Mars 2002.
- [DAV 95] DAVIET P.PARENT M., Platooning for Small Public Urban Vehicles, *International Symposium on Experimental Robotics, Stanford, CA (USA)*, 345-354, 1995.
- [DEP 01] DEPERIS C.ISIDORI A., A Geometric Approach to Nonlinear Fault Detection and Isolation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 46, 853–865, June 2001.
- [DIC 87] DICKMANN E.ZAPP A., Autonomous High Speed Road Vehicle Guidance by Computer Vision, *IFAC World Congress*, 1987.
- [ELH 00] ELHADRI A., BEURIER G., M'SIRDI N., CADIOU J.DELANNE Y., Simulation et Observateurs Pour L'estimation Des Performances Dynamiques D'un Véhicule, *1er Conférence Internationale Francophone D'Automatique*, Lille, 2000.
- [ELH 01] ELHADRI A., CADIOU C.M'SIRDI N. K., Tire Forces Estimation Based Non Linear Observer, *3rd IFAC Workshop, Advances Automotive Control, Karlsruhe, Germany*, 2001.
- [ELL 69] ELLIS J., *Vehicle Dynamics*, London Business Limited, 1969.
- [ELL 93] ELLIS J., Vehicle Handling Dynamics, *Mechanical Engineering Publications Limited*, 1993.
- [FER 04] FERRARA A.PISU P., Minimum Sensor Second-Order Sliding Mode Longitudinal Control of Passenger Vehicles, *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 5, 1, March 2004.

- [FIL 60] FILIPOV A., Application of the Theory of Differential Equations with Discontinuous Right Hand Sides to Non Linear Problems in Automatic Control, *1st IFAC Congress*, 923–927, 1960.
- [FLI 91] FLIESS M.MESSAGER F., Sur la Commande En Régime Glissant, 313 1, 951–956, C.R.Acad.Sci. Paris, 1991.
- [FRE 96a] FREEMAN R.KOKOTOVIC P., *Robust Nonlinear Control Design : State- Space and Lyapunov Techniques*, 1996.
- [FRE 96b] FREEMAN R.PRIMBS J., Control Lyapunov Functions : New Ideas from an Old Source., *In Proc. Of the 35th Conference on Decision and Control*, 3926–3931, Dec 1996.
- [FRI 99] FRITZ H., Longitudinal and Lateral Control of Heavy Duty Trucks for Automated Vehicle Following in Mixed Traffic : Experimental Results from the CHAUFFEUR Project, *International Conference on Control Applications*, 1348–1352, August 1999.
- [GAU 92] GAUTHIER J., HAMMOURI H.OTHMAN S., A Simple Observer for Non Linear Systems Application to Bioreactors, *IEEE Transactions on Automatic Control*, June 1992.
- [GIM 90] GIM G.NIKRAVESH P., An Analytical Model of Pneumatic Tyres for Vehicle Dynamic Simulations, *Int Journal of Vehicle Design*, 589–618, 1990.
- [GLA 03] GLASER S.AGUILERA V., Vehicle-Infrastructure-Driver Speed Profile : Towards the Next Generation of Curve Warning Systems, *Intelligent Transportation Systems and Services*, 10th Conf Madrid, 2003.
- [GUS 97] GUSTAFSSON F., Slip-Based Tire-Road Friction Estimation, *Automatica*, 33, 6, 1087–1097, 1997.
- [HAT 03] HATIPOGLU C., ÖZGÜNER Ü.REDMILL K., Automated Lane Change Controller Design, *IEEE Transaction on Intelligent Transportation Systems*, 2003.
- [IMI 04] IMINE H., M'SIRDI N.DEALANNE Y., Estimation et Quantification Des Entrées de Profil À L'aide D'observateurs Triangulaires À Modes Glissants., *3ième Conférence Internationale Francophone D'Automatique*, Novembre 2004.
- [INA 03] INANC N.OZBULUR V., Torque ripple minimization of a switched reluctance motor by using continuous sliding mode control technique, *Electric Power Systems Research*, 66, 2003.
- [Jap01] Cooperative Driving with Autonomous Vehicles and Inter-Vehicle Communications and Demo 2000, *Intelligent Vehicles*, Tokyo, 2001.
- [JOH 94] JOHN Y., HUNGHUNG J. C., Chatter Reduction in Variable Structure Control, *Industrial Electronics, Control and Instrumentation*, 3, 1914–1918, 5-9 Sept 1994.
- [KAC 96] KACHROO P.TOMIZUKA M., Chattering Reduction and Error Convergence in the Sliding-Mode Control of a Class of Nonlinear Systems, *IEEE Transactions On Automatic Control*, 41, 7, 1063–1068, JULY 1996.
- [KHA 02] KHALIL H., *Nonlinear Systems*, Prentice-hall, third edition , 2002.
- [KHA 05] KHATIR M.DAVISON E., Decentralized Control of Large Platoon of Vehicles Operating on a Plane with Steering Dynamics, *Automatic Control Conference*, 2005.
- [KOE 02] KOENIG D.MAMMAR S., Design of Proportional-Integral Observer for Unknown Input Descriptor Systems, *IEEE Trans. on Aut. Cont.*, 47, 2002.
- [KOK 86] KOKOTOVIC C., KHALIL H.O'REILLY J., *Singular Perturbation Methods in Control*, Analysis and design , 1986.
- [KOK 92] KOKOTOVIC P., The Joy of Feedback : Nonlinear and Adaptive, *IEEE Control Systems Magazine*, 12, 3, 7–17, June 1992.

- [KOU 04] KOUBAA Y., FARZA M.M'SAAD M., Observateur Adaptatif Pour Une Classe de Systèmes Non Linéaires, *3ième Conférence Internationale Francophone D'Automatique*, Novembre, Douz 2004.
- [KRS 95] KRSTIC M., KANELAKOPOULOS L.KOKOTOVIC P., *Nonlinear and Adaptive Control Design*, JohnWiley Sons, Inc., 1995.
- [LEN] LENAIN R., THUILOT B.C. CARIU P. M., ModelPredictive Control of vehicle in presence of sliding : Application to farm vehicles path tracking.
- [LEV 93] LEVANT A., "Sliding Order and Sliding Accuracy in Sliding Mode Control", *International Journal of Control*, 58, 6, 1247–1263, 1993.
- [LEV 00] LEVANT A.PRIDOR A., Aircraft Pitch Control Via Second Order Sliding Technique, *AIAA Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 23, 2000.
- [LEV 03] LEVANT A., Higher-Order Sliding Modes, Differentiation and Output Feedback Control, *International Journal of Control*, 76, 9/10, 924–941, 2003.
- [LIM 96] LIM E., Lateral and Longitudinal Vehicle Control Coupling in the Automated Highway System, Master's thesis, *University of CALIFORNIA at Berkley*, 1996.
- [MAM 04] MAMMAR S., RAHARIJAONA T.S. GLASER G. D., Lateral driving assistance using robust control and embedded driver-vehicle-road model, *Vehicle System Dynamics*, 41, 2004.
- [MAR 04] MARTINEZ-MOLINA J.DE WIT C. C., Model Reference Control Approach for Safe Longitudinal Control, ACC'04, *Boston*, 2004.
- [MAR 05] MARTINEZ-MOLINA J.DE WIT C. C., A Warning Collision System based on an Inter-distance Reference Model, 16th IFAC W. C., *Prague*, 2005.
- [MOR 05] MORAND F., Techniques D'observation Sans Capteur de Vitesse En Vue de la Commande Des Machines Asynchrones, PhD thesis, *Institut National Des Sciences Appliquées de Lyon (INSA)*, Janvier 2005.
- [NEL 88] NELSON W.COX I., Local Path Control for an Autonomous Vehicle, *IEEE Conference on Robotics and Automation*, 1504–1510, 1988.
- [NET 03] NETTO M., LABAYRADE R., IENG S.-S., B. LUSETTI J.-M. B.MAMMAR S., Different Modes on Shared Lateral Control, 10th ITS World Congress, *Madrid*, 2003.
- [NOU 02] NOUVELIÈRE L., Commandes Robustes Appliquées Au Contrôle Assisté D'un Véhicule À Basse Vitesse, PhD thesis, *Université De Versailles*, Décembre 2002.
- [NOU 03] NOUVELIÈRE L.MAMMAR S., Experimental longitudinal control of vehicle using a second order sliding mode technique, ACC'03, 2003.
- [PAC 79] PACEJKA H., Tire Factors and Vehicle Handling, *Int. Journal. Vehicle Design*, 1–23, 1979.
- [PAC 02] PACEJKAHANS, *Tyre Mechanics and Vehicle Dynamics*, Elsevier Butterworth-Heinemann, 2002.
- [PHA 97] PHAM H., TOMIZUKA M.HEDRICK J., Integrated Maneuvering Control For Automated Highway Systems Based On A Magnetic Reference/Sensing System, UCB-ITS-PRR-97-28, *University of California, Berkeley*, 1997.
- [QU 00] QU Q., LIUY, On Lateral Dynamics of Vehicles Based on Nonlinear Characteristics of Tires, *Vehicle System Dynamics*, 34, 131–141, 2000.
- [RAH 04] RAHARIJAONA T., DUC G.MAMMAR S., Application de la synthèse LPV à l'assistance au contrôle latéral d'un véhicule routier, CIFA '04, *Douz*, 2004.

- [RAY 97] RAY L., Nolinear Tire Force Estimation and Road Friction Identification : Simulation and Experiments, *Automatica*, 33, 10, 1819–1833, 1997.
- [REM 04a] REMAZEILLES A., Navigation à partir d'une mémoire d'images, PhD thesis, *Université de Rennes 1*, 2004.
- [REM 04b] REMAZEILLES A., CHAUMETTE F.GROS P., Contrôle des mouvements d'un robot à l'aide d'une mémoire visuelle, , *RFIA '04, Toulouse*, 2004.
- [ROY 04] ROYER E., LHUILLIER M., DHOM M.CHATEAU T., Towards an Alternative GPS Sensor in Dense Urban Environment from Visual Memory, *Proceedings of the 15th British Machine Vision Conference, BMVC'04, London*, 2004.
- [ROY 05a] ROYER E., BOM J., DHOME M., THUILOT B., LHUILLIER M.MARMOITON F., Outdoor Autonomous Navigation Using Monocular Vision, *IEEE/RSJ IROS'05, Alberta*, 2005.
- [ROY 05b] ROYER E., LHUILLIER M., DHOME M.CHATEAU T., Localization in urban environments : monocular vision compared to a differential GPS sensor, *CVPR'05, San Diego*, 2005.
- [SAM 95] SAMSON C., Control of Chained Systems. Application to Path Following and Timevarying Point-Stabilization, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 40, 64–77, 1995.
- [SAM 04] SAM Y., OSMAN J. H., RUDDIN M.GHANIB A., A class of proportional-integral sliding mode control with application to active suspension system, *Systems and Control Letters*, 66, 2004.
- [SEP 97] SEPULCHRE R., JANKOVIC M.KOKOTOVIC P., *Constructive Nonlinear Control*, 1997.
- [SHE 91] SHEIKHOLESLAM S.DESOER C. A., Combined Longitudinal and Lateral Control of a Platoon of Vehicles : A System-Level Study, , *Institute of Transportation Studies University of California, Berkeley*, September ,16 1991.
- [SHL 91] SHLADOVER S., DESOER C., HEDRICK K., TOMIZUKA M.WALRAND J., Automated Vehicle Control Developments in the PATH Program, *Transactions on Vehicular Technology*, 40, 1991.
- [SIE 98] SIENEL W., Estimation of the Tire Cornering Stiffness and its Application to Active Car Steering, 'AVCS'98, *Amiens, France*, 1998.
- [SIM 03] SIMOND N.RIVES P., Homography from a Vanishing Point in Urban Scenes, *IEEE/RSJ-IROS'03, Las Vegas*, 2003.
- [SIM 04] SIMOND N.RIVES P., détection robuste du plan de la route en milieu urbain, *RFIA '04, Toulouse*, 2004.
- [SLO 87] SLOTINE J., HEDRICK J.MISAWA E., On Sliding Observers for Nonlinear Systems, *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 109, 245-252, September 1987.
- [SLO 91] SLOTINE J.W L., *Applied Nonlinear Control*, Prentice-hall , 1991.
- [SON 89] SONTAG E., A Universal Construction of Artstein's Theorem on Nonlinear Stabilization., *Systems Control Letters*, 13, 117–123, 1989.
- [STÉ 04] STÉPHANT J., A.CHARARAD.MEIZEL, Virtual Sensor : Application to Vehicle Sideslip Angle and Transversal Forces, *IEEE Transactions On Industrial Electronics*, 51, 2, April 2004.
- [SWA 99] SWAROOP D.YOON S. M., The Design of a Controller for a Following Vehicle in an Emergency Lane Change Maneuver, , *UCB-ITS-PWP-99-3, PATH Program, Institute of Transportation Studies, University of California, Berkeley*, February 1999.
- [THU 04] THUILOT B., BOM J., MARMOITON F.MARTINET P., Accurate automatic guidance of an urban electric vehicle relying on a kinematic GPS sensor, *Fifth IFAC-IAV'04, Lisbon*, 2004.

- [UTK 78] UTKIN V., *Sliding Modes and Their Application in Variable Structure Systems*, MIR, 1978.
- [UTK 92] UTKIN V., *Sliding Modes in Control Optimization*, 1992.
- [WIT 91] WIT C. C. D.SLOTINE J., Sliding Observers for Robot Manipulators, *Automatica*, 27(5), 859-864, 1991.
- [WIT 99] DE WIT C. C.HOROWITZ R., Observer for Tire/Road Contact Friction Using Only Wheel Angular Velocity Information, *38th CDC'99*, 1999.
- [WIT 03] DE WIT C. C., PETERSEN M.SHIRIAEV A., A New Non Linear Observer for Tire/Road Distributed Contact Friction, *Proceedings of the 42nd IEEE Confrence on Decision and Control, Maui, Hawaii USA*, 2246-2251, December 2003.
- [ZHO 05] ZHOUA J.WANG Y., Real-Time Nonlinear Adaptive Backstepping Speed Control for a PM Synchronous Motor, *Control Engineering Practice*, 1259-1269, 2005.