

THÈSE DE DOCTORAT
DE
L'UNIVERSITÉ D'ÉVRY-VAL D'ESSONNE

Spécialité : **Mécanique des fluides**

Présentée par
Nabegh MAAROUF

Pour obtenir le grade de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ D'ÉVRY-VAL D'ESSONNE

Titre de la thèse :

**MODÉLISATION DES PHÉNOMÈNES DISSYMMÉTRIQUES DANS
LE DIVERGENT DES TUYÈRES SUPERSONIQUES PROPULSIVES :
APPLICATION A LA VECTORISATION DE LA POUSSÉE**

Directeur de thèse : A. Chpoun

Co-directeur de thèse : M. Sellam

Soutenue le 18 décembre 2008, devant le jury composé de :

P. Bauer	Professeur à l'ENSMA Poitiers	Rapporteur
D. Zeitoun	Professeur à l'IUSTI Marseille	Rapporteur
B. Chanetz	Maître de recherches à l'ONERA Meudon	
B. Chappey	Professeur à l'Université d'Evry	
A. Chpoun	Professeur à l'Université d'Evry	
M. Sellam	Maître de conférences à l'Université d'Evry	

Remerciements

Ce travail a été réalisé à l'Université d'Evry Val-d'Essonne, dans le Laboratoire de Mécanique et d'Energétique d'Evry, LMEE - Groupe de Mécanique des Fluides et Environnement.

Je remercie vivement mon directeur de thèse Monsieur le Professeur Amer CHPOUN, directeur du groupe de Mécanique des Fluides et Environnement, qui m'a proposé ce sujet.

Je remercie également mon encadrant Monsieur Mohamed SELLAM, maître de conférence à l'IUT de l'Université d'Evry. Je le remercie du fond du cœur de l'attention et du soutien qu'il a porté à mon travail de doctorant.

Mes remerciements vont également à Monsieur Michel GRIGNON qui m'a accompagné tout au long de cette thèse. Sa disponibilité et son soutien au cours de certains de mes moments difficiles ont été d'une très grande importance, et d'un immense réconfort.

Je tiens à remercier Monsieur Pascal BAUER, Professeur à l'ENSMA de Poitiers et Monsieur David ZEITOUN, Professeur à l'IUSTI de Marseille, qui ont accepté d'être les rapporteurs de ce travail. Je remercie également Monsieur Bruno CHANETZ, Professeur à l'Université de Versailles, et Monsieur le Professeur Bernard CHAPPEY, Vice-Président de l'Université d'Evry Val-d'Essonne, d'avoir accepté d'être membre du jury.

Sans oublier tous les membres de LMEE dont leurs soutiens m'ont été précieux au cours de mon travail, notamment :

- Monsieur le Professeur Zhi-Qianq FENG, Directeur du laboratoire.
- Tous les collègues du bureau, doctorants et enseignants.
- Monsieur Jean-Michel CROS, Maître de conférence au LMEE.

J'aimerais aussi remercier le Ministère de l'Enseignement Supérieur Syrien et l'Université Albaath, à Homs, qui a financé cette étude en France.

De plus, mes remerciements seraient incomplets, si je ne fais pas mention de mon épouse Nada, mon fils Sam et mes parents. Je leur adresse mes chaleureux remerciements, toute ma reconnaissance pour le soutien que chacun d'eux a pu apporter pour faire aboutir ce rêve.

Table des matières

Table des matières	i
Table des figures	iv
Liste des symboles.....	vii
Introduction	1
Vectorisation mécanique.....	1
Vectorisation fluidique	1
Position du problème.....	3
Plan de l'étude.....	4
1 Etude bibliographique de la vectorisation de la poussée	7
1.1 Introduction.....	7
1.2 Définitions.....	8
1.3 Revue bibliographique sur la vectorisation par injection dans le divergent.....	10
1.3.1 Injection dans une tuyère bidimensionnelle.....	10
1.3.2 Injection dans une tuyère axisymétrique.....	17
1.4 Autres méthodes de vectorisation fluidique.....	24
1.4.1 Injection au col	24
1.4.2 Tuyère à double col.....	25
1.4.3 Vectorisation contre courant	25
1.5 Calcul de la poussée	26
1.5.1 Cas monodimensionnel	27
1.5.2 Cas général	29
2 Approche physique au phénomène de décollement de la couche limite	31
2.1 Analyse théorique des écoulements décollés	31
2.2 Décollement dans les tuyères supersoniques	33
2.2.1 Décollement libre.....	33
2.2.2 Décollement restreint	34
2.3 Théorie de l'interaction libre.....	35
2.3.1 Théorie de l'interaction libre dans un écoulement uniforme	35
2.3.2 Théorie généralisée de l'interaction libre.....	38
2.4 Détermination de la position du décollement dans une tuyère sur-détendue	39
2.5 Critères de décollement	41
2.5.1 Critère de Summerfield.....	41
2.5.2 Critère empirique de Zukoski	41
2.5.3 Critère de Schmucker.....	42
2.5.4 Théorie de Reshotko et Trucker	42
2.5.5 Critère de Campbell et Farley.....	43
3 Modélisation de l'injection dans le divergent	45
3.1 Modélisation bidimensionnelle	45
3.1.1 Calcul de la hauteur de l'obstacle équivalent.....	46
3.1.2 Position du décollement	52

3.1.3	Recollement derrière l'injecteur	54
3.1.4	Calcul des efforts	55
3.2	Modélisation de l'injection par une fente annulaire	57
3.2.1	Modélisation de la hauteur de marche fictive	58
3.2.2	Ligne de séparation et évaluation de la pression en aval	63
3.3	Calcul des efforts dans une tuyère axisymétrique avec injection par une fente	68
3.3.1	Efforts sur la zone de séparation devant l'injecteur.....	73
3.3.2	Efforts sur les bords de la zone de séparation	74
3.3.3	Efforts en aval de l'injecteur	75
3.4	Modélisation de l'injection par un orifice circulaire	77
4	Méthodes et calcul numérique	81
4.1	Equations fondamentales des fluides compressibles	81
4.2	Equations moyennées	83
4.3	Discrétisation des équations par la méthode des volumes finis	85
4.4	Modèles de turbulence	87
4.4.1	Modèle de Baldwin-Lomax	88
4.4.2	Modèle de $k-\varepsilon$	89
4.4.3	Modèle de $k-\omega$	90
4.4.4	Modèle de Spalart-Allmaras	91
4.5	Maillage	91
4.6	Propriété du gaz et conditions aux limites	92
4.7	Approche numérique	92
5	Résultats et discussions	95
5.1	Injection dans une tuyère plane	95
5.1.1	Optimisation de la simulation numérique	96
5.1.2	Influence des critères de décollement	100
5.1.3	Influence des rapports des pressions (NPR et SPR)	101
5.1.4	Conclusion	107
5.2	Injection par une fente dans une tuyère axisymétrique : profil de Wing	108
5.2.1	Introduction	108
5.2.2	Optimisation de la simulation numérique	109
5.2.3	Etude d'une tuyère sur-détendue	112
5.2.4	Confrontation des résultats : expérience - calcul numérique -modèle.....	118
5.2.5	Influence de l'angle du secteur d'injection	120
5.3	Injection par une fente dans une tuyère axisymétrique : profil de Masuya	123
5.3.1	Mise en œuvre du calcul numérique	124
5.3.2	Influence du critère de décollement	127
5.3.3	La ligne de séparation	128
5.3.4	Influence de l'angle du secteur de l'injection	134
5.3.5	Effet des rapports de pressions	135
5.3.6	Influence de l'impact du choc de décollement sur la paroi opposée	137
5.3.7	Conclusion	140
5.4	Injection par un orifice circulaire	141
5.4.1	Configuration d'une seule injection	141
5.4.2	Configuration d'une double injection circulaire	145
5.4.3	Conclusion	153
5.5	Calcul instationnaire	153

Conclusion et perspectives.....	155
Références.....	159
Annexes.....	165
A. Fonctionnement des tuyères supersoniques.....	165
B. Réalisation mécanique de la vectorisation.....	170
C. Critères de décollement supersonique.....	173
D. Calcul de la couche limite turbulente.....	176

Table des figures

Fig. 1-1 Composantes de la poussée dans une tuyère à injection dans le divergent.....	8
Fig. 1-2 Maquette (gauche) et profil de la tuyère plane (droite), d'après Waithe [8].....	12
Fig. 1-3 Géométrie des fentes d'injection, Waithe [8].....	12
Fig. 1-4 Distribution de la pression pariétale : pour un injecteur (gauche), et pour deux injecteurs (droite), à NPR=4.6 et SPR=0.7, Waithe [8].....	13
Fig. 1-5 Evolution de l'angle de vectorisation en fonction du taux de détente NPR, à SPR=0.7 et taux d'injection de 4%, Waithe[8].....	13
Fig. 1-6 Pression pariétale pour différents taux d'injection à NPR=4.6, Waithe [8].....	14
Fig. 1-7 Maquette d'injection dans une tuyère dissymétrique, Mangin [11].....	15
Fig. 1-8 Performances de l'injection sonique normale, Mangin [11].....	16
Fig. 1-9 Performances de l'injection supersonique à contre courant, Mangin [11].....	17
Fig. 1-10 Schéma présentant la tuyère axisymétrique avec différents injecteurs, Wing [12] .	18
Fig. 1-11 Visualisation de trace de l'écoulement sur la paroi de la tuyère, Wing [12].....	19
Fig. 1-12 Pression pariétale sur plusieurs génératrices à NPR=3.0, SPR=1.0 et $\varphi=60^\circ$, Wing [12].....	20
Fig. 1-13 Coefficient de poussée et angle de vectorisation en fonction du taux d'injection...	21
Fig. 1-14 Structure de l'écoulement avec injection par fente et trou circulaire.....	22
Fig. 1-15 Configuration d'injection circulaire dans une tuyère axisymétrique, Masuya [21].	23
Fig. 1-16 Influence du rapport des pressions totales sur la structure de l'écoulement dans un plan de symétrie, Masuya [21].....	23
Fig. 1-17 Méthode de déformation de ligne sonique au col, Miller [15].....	24
Fig. 1-18 Champs expérimental et numérique de nombre de Mach pour l'injection à double col, Flamm et al [19].....	26
Fig. 1-19 Schéma présentant le principe de la vectorisation à contre courant, Flamm [17] ..	26
Fig. 1-20 Calcul de la poussée d'une tuyère.....	27
Fig. 2-1 Processus du décollement sur une plaque plane, Délerly [1].....	32
Fig. 2-2 Représentation schématique du décollement libre, d'après Mouronval [36].....	34
Fig. 2-3 Représentation schématique du décollement restreint, d'après Mouronval [36].....	35
Fig. 2-4 Fonction F de la corrélation pour l'écoulement uniforme, d'après Chapman [2].....	38
Fig. 2-5 Fonction F de la corrélation pour l'écoulement non uniforme, d'après Carrière [3].	39
Fig. 2-6 Organigramme de détermination de la position du décollement dans une tuyère	40
Fig. 3-1 Injection de fluide dans un écoulement plan supersonique, d'après Spaid [14].....	46
Fig. 3-2 Schéma du modèle bidimensionnel simplifié.....	47
Fig. 3-3 Schéma d'intégration de la pression, cas bidimensionnel.....	48
Fig. 3-4 Méthode de recherche du point de séparation.....	52
Fig. 3-5 Organigramme de calcul de la position du décollement dans le modèle 2D.....	53
Fig. 3-6 Etat de l'écoulement en dessus et en aval de la marche équivalente.....	54
Fig. 3-7 Répartition des forces de pression calculées dans une tuyère sur-détendue (haut) et sous-détendue (bas).....	56
Fig. 3-8 Schéma explicatif de l'injection par une fente annulaire.....	57
Fig. 3-9 Schéma d'injection annulaire montrant la construction du volume de contrôle.....	59
Fig. 3-10 Intégration des forces sur la partie A du volume de contrôle.....	60
Fig. 3-11 Intégration des forces sur la partie B (forme sphérique).....	61
Fig. 3-12 Schématisation de la ligne de séparation et des pressions dans le cas d'une injection annulaire dans une tuyère sur-détendue ayant un décollement libre.....	65

Fig. ̢-13	Choc détaché autour d'un obstacle sphérique, théorie de Billig [20]	66
Fig. ̢-14	Diagramme des différents éléments du modèle analytique	69
Fig. ̢-15	Efforts latéraux de la tuyère axisymétrique avec injection secondaire	70
Fig. ̢-16	Distribution de la pression dans une tuyère sur-détendue (gauche) et sous-détendue (droite)	71
Fig. ̢-17	Organigramme de calcul des efforts et des caractéristiques	72
Fig. ̢-18	Schéma du calcul analytique des efforts	75
Fig. ̢-19	Calcul du bilan de quantité de mouvement sur une interface sphérique	78
Fig. ̢-20	Schéma d'injection circulaire dans une tuyère axisymétrique	79
Fig. 4-1	Volume de contrôle dans une configuration tridimensionnelle	85
Fig. 5-1	Profil de la tuyère plane utilisée dans les calculs	96
Fig. 5-2	Maillage structuré de la tuyère de la NASA	97
Fig. 5-3	Maillage de l'injecteur pour la tuyère plane	98
Fig. 5-4	Répartition de la pression le long de la tuyère pour différents maillages à NPR=4.6 et SPR=0.7	99
Fig. 5-5	Influence du modèle de turbulence sur la répartition de la pression à NPR=4.6 et SPR=0.7	100
Fig. 5-6	Effet du critère de décollement sur la distribution de la pression (NPR=4.6)	101
Fig. 5-7	Comparaison entre l'expérience de la NASA (a) et le calcul numérique (b) à NPR=4.6 et SPR=0.7	102
Fig. 5-8	Schlieren numérique à NPR=4.6 et SPR=0.7	103
Fig. 5-9	Répartition de la pression à NPR=4.6 et SPR=0.7	103
Fig. 5-10	Lignes de courant pour le cas de l'adaptation NPR _d =8.78 (gauche) et de la sur-détente NPR=4.6 (droite)	104
Fig. 5-11	Répartition de la pression à NPR _d =8.78 et SPR=0.7	105
Fig. 5-12	Nombres de Mach pour différents SPR à NPR=4.6 (gauche) et pour différents NPR à SPR=0.7 (droite)	106
Fig. 5-13	Angle de vectorisation en fonction du rapport de détente à SPR=0.7	106
Fig. 5-14	Angle de vectorisation en fonction du rapport des pressions totales à NPR=4.6	107
Fig. 5-15	Caractéristiques de la tuyère utilisée dans l'expérience de la NASA, Wing [12]	109
Fig. 5-16	Maillage de la tuyère de Wing	110
Fig. 5-17	Coupe transversale du maillage à l'entrée de la tuyère	110
Fig. 5-18	Nombres de Mach à NPR=3 et SPR=1.0 dans la tuyère 3D	112
Fig. 5-19	Schlieren numérique de l'injection annulaire à NPR=3.0 et SPR=1.0	113
Fig. 5-20	Champs de nombre de Mach (gauche) et de pression (droite) dans le plan de symétrie	114
Fig. 5-21	Les recirculations à proximité de la zone d'injection	115
Fig. 5-22	Distribution de la pression et du frottement pariétal sur la paroi de la tuyère 3D	115
Fig. 5-23	Plan yz montrant les lignes de courant à différentes coupes pour NPR=3.0, SPR=1.0 et $\varphi=60^\circ$	116
Fig. 5-24	Distribution du nombre de Mach (droite) et de la pression (gauche) au plan de sortie	117
Fig. 5-25	Distribution de la pression et du frottement pariétal sur les parois au plan de symétrie à NPR=3.0, SPR=1.0 et $\varphi=60^\circ$	118
Fig. 5-26	Distribution de la pression sur les parois dans le plan de symétrie à NPR=3.0, SPR=1.0 et $\varphi=60^\circ$	119
Fig. 5-27	Distribution de la pression pariétale dans le plan de symétrie à NPR=3.0 et SPR=0.5	120
Fig. 5-28	Changement de la déviation en fonction de l'angle du secteur d'injection pour SPR=1.0	121

Fig. 5-29 Images 3D présentant différents angles du secteur d'injection à NPR=3.0 et SPR=1.0	122
Fig. 5-30 Profils des tuyères : a- profil de Wing, b- profil de Masuya	123
Fig. 5-31 Maillage de la tuyère de Masuya	125
Fig. 5-32 Pression pariétale pour les trois maillages.....	126
Fig. 5-33 Pression pariétale pour les modèles de turbulence k- ϵ et k- ω	126
Fig. 5-34 Influence du critère de décollement sur la pression pariétale pour NPR=42, SPR=1.0, $\psi=0^\circ$ et $\phi=60^\circ$	127
Fig. 5-35 Frottement pariétal sur les parois de la tuyère sur-détendue	128
Fig. 5-36 Ligne de séparation dans le régime de sur-détente (NPR=11)	130
Fig. 5-37 Ligne de séparation dans le régime d'adaptation (NPR=42).....	131
Fig. 5-38 Schlieren numérique du cas de sur-détente (Haut) et d'adaptation (Bas)	132
Fig. 5-39 Caractéristiques de l'interaction (Modèle et calcul numérique) à NPR=42.....	133
Fig. 5-40 La déviation en fonction de l'angle d'injection ϕ à NPR=20 et SPR=1.0	134
Fig. 5-41 Frottement pariétal pour injection à $\phi=90^\circ$ (Gauche) et $\phi=150^\circ$ (droite)	135
Fig. 5-42 Vue du haut de la distribution de pression pariétale pour injection à $\phi=90^\circ$ (Gauche) et $\phi=150^\circ$ (droite)	135
Fig. 5-43 La déviation en fonction du nombre de NPR à SPR=1.0 et $\phi=60^\circ$	136
Fig. 5-44 Distribution des pressions obtenues par les calculs numériques dans le plan de symétrie en fonction de NPR, à SPR=1.0 et $\phi=60^\circ$	137
Fig. 5-45 Distribution des pressions obtenues par les calculs numériques dans le plan de symétrie en fonction de SPR, à NPR=20 et $\phi=60^\circ$	138
Fig. 5-46 Impact du choc sur la paroi opposée	139
Fig. 5-47 Distribution des pressions sur les parois opposées dans le plan de symétrie	139
Fig. 5-48 Maillage de la tuyère à injection par un orifice circulaire.....	141
Fig. 5-49 Distribution du nombre de Mach dans une coupe au milieu de l'injecteur : expérience (gauche) et calcul CFD (droite).....	142
Fig. 5-50 Schlieren numérique de la tuyère à injection circulaire	142
Fig. 5-51 Distribution de la pression pariétale pour les deux types d'injecteur (annulaire et circulaire) à NPR=20 et SPR=1.0	143
Fig. 5-52 Distribution de la pression dans le plan de symétrie des deux types d'injecteur..	144
Fig. 5-53 Déviation et coefficient de poussée en fonction de NPR	144
Fig. 5-54 Maillage pour la simulation numérique de double injection à 120°	146
Fig. 5-55 Distribution de la pression dans un plan yz pour une seule injection (gauche) et double injection (droite) à NPR=20 et SPR=1.0.....	146
Fig. 5-56 Pression pariétale d'une tuyère à double injecteur à SPR=1.0 et NPR=20	147
Fig. 5-57 Répartition de la pression pariétale sur une génératrice passant par le centre des injecteurs.....	147
Fig. 5-58 Répartition de la pression et du frottement pariétal sur le plan de symétrie d'une configuration à double injection	148
Fig. 5-59 Nombres de Mach et lignes de courant dans le plan de symétrie d'une double injection	148
Fig. 5-60 Frottement pariétal de la tuyère à double injecteur à SPR=0.5 (gauche) et SPR=1.0 (droite)	149
Fig. 5-61 Schéma des efforts provoqués par une double injection à débit différents	150
Fig. 5-62 Nombres de Mach dans une coupe à $x=0.06$ (gauche) et à $x=0.09$ (droite).....	151
Fig. 5-63 Distribution de la pression pariétale dans une configuration à $SPR_{\text{injecteur B}}=0.6$...	152
Fig. 5-64 Angles de déviation $\delta_{y,x}$ et $\delta_{y,z}$ en fonction de $SPR_{\text{injecteur B}}$ pour $SPR_{\text{injecteur A}}=1.0$	152
Fig. 5-65 Variation de la déviation en régime instationnaire	154

Liste des symboles

Symboles latins

A	Section
b	Largeur de la fente d'injection
C_D	Coefficient de traînée
c_d	Coefficient de décharge
C_f	Coefficient de frottement
c	Centre de Billig
f	Facteur de compressibilité
F	Poussée
F_x	Effort axial
F_y	Effort normal
h	Hauteur d'obstacle équivalent
K	Facteur d'amplification
L	Longueur
M	Nombre de Mach
\dot{m}	Débit masse
P, p	Pression totale et pression statique
q	Pression dynamique
R	Rayon relatif à l'injection par une fente annulaire, rayon d'obstacle de Billig
Re	Nombre de Reynolds
T	Température
U_τ	Vitesse de frottement
u	Composante transversale de la vitesse
V	Vecteur vitesse
x	Abscisse
y	Ordonnée
v	Composante normale de la vitesse
y^+	Ordonnée adimensionnelle
R_s	Rayon de courbure de la ligne de séparation

Symboles grecs

α	Angle entre la tangente locale de la surface et la direction de l'écoulement
β	Angle de choc
γ	Rapport des capacités caloriques
δ	Angle de vectorisation ou de déviation ou épaisseur de la couche limite
δ_1	Épaisseur de déplacement
δ_2	Épaisseur de la quantité de mouvement
Δ	Distance du point d'arrêt relatif au choc détaché
ε	Déviations de l'écoulement en aval du choc oblique
η	Efficacité de l'injection (°/%, degré de déviation par pourcent du débit du gaz injecté)
μ	Viscosité dynamique ou angle de Mach
ν	Viscosité cinématique ou angle de Prandtl-Mayer
ρ	Masse volumique
τ_w	Frottement pariétal
φ	Angle d'injection annulaire
Φ	Demi-angle de la tuyère
ψ	Angle circonférentiel de la tuyère, angle de recollement

Indices

a	Conditions ambiantes
av	Conditions de l'écoulement en aval de l'injecteur
b	Bords de l'injection
c	Conditions critiques, col, critères de Billig
d	Relatif aux efforts derrière l'injecteur
e	Condition de sortie de la tuyère
f	Frottement
i	Conditions d'écoulement primaire
j	Conditions d'injection
k	Relatif à la zone d'interaction
l	Longueur d'interaction
n	Normal
p	Plateau

<i>r</i>	Recollement
<i>s</i>	Séparation
<i>t</i>	Col de la tuyère ou indice de décollement libre dans la tuyère
<i>w</i>	Paroi
<i>0</i>	Conditions d'arrêt ou origine d'interaction
<i>l</i>	Condition d'écoulement en aval de choc de décollement ou déplacement de la couche limite

Abréviations

<i>CD</i>	"Convergent Divergent"
<i>NPR</i>	"Nozzle Pressure Ratio" Rapport des pressions ou taux de détente P_{io}/p_a
<i>NPR_d</i>	"Design Nozzle Pressure Ratio" Taux de détente au régime d'adaptation
<i>SPR</i>	"Secondary Pressure Ratio" Rapport des pressions totales, P_{jo}/P_{io}
<i>SVC</i>	"Shock Vector Control" principe d'injection par le divergent
<i>FSS</i>	"Free Shock Separation" Décollement libre
<i>RSS</i>	"Restricted Shock Separation" Décollement restreint
<i>SERN</i>	"Single-expansion-ramp nozzles"
<i>FANS</i>	"Favre-averaged Navier-Stokes equations"

Introduction

Au cours de ces dernières années, des progrès remarquables ont été observés dans le domaine de la propulsion en général et de la propulsion aérospatiale en particulier. Ces progrès sont associés aux efforts déployés pour rendre toujours plus précise l'analyse des phénomènes aérothermodynamiques dans le circuit moteur. Cela s'applique notamment à l'étude de l'écoulement dans les tuyères utilisées. En raison de leur simplicité, les tuyères des différents types de machines (moteur fusée, turboréacteur,...etc.) ont longtemps été considérées comme des organes annexes dont le rôle consistait essentiellement à accélérer le fluide à un régime donné.

L'un des phénomènes les plus spectaculaires dans ce domaine est la vectorisation de la poussée au moyen de dispositifs capables d'orienter le vecteur-poussée et de contrôler la déviation du jet sortant de la tuyère de l'engin.

Vectorisation mécanique

La méthode classique pour dévier le jet est la méthode "mécanique", basée sur des ailerons et des pièces mobiles installés au niveau du divergent de la tuyère. Ces méthodes sont performantes mais onéreuses. Plusieurs inconvénients sont par ailleurs imputés à ce type de dispositifs. Une tuyère orientable par une méthode mécanique est en effet deux fois plus lourde qu'une tuyère à géométrie fixe. Les ailerons mobiles nécessitent des actionneurs mécaniques, dont les poids s'ajoutent à celui du moteur et augmentent la complexité de la tuyère et les coûts de son entretien.

Vectorisation fluidique

Une alternative aux méthodes mécaniques consiste à faire dévier le jet par l'application d'une injection fluidique directement dans l'élément qui réalise la poussée (les tuyères en général) afin d'obtenir une déviation de sa quantité de mouvement. Cette méthode est inspirée des concepts développés à l'origine pour le pilotage des missiles par injection de jets latéraux. Une aspiration du gaz dans le divergent peut aussi jouer le même rôle de

INTRODUCTION

déviations de la poussée. L'injection du gaz, comme l'aspiration, permettent de modifier la répartition de la pression sur les parois de la tuyère et d'en modifier le bilan des efforts.

L'avantage de ce mode de vectorisation est qu'il ne fait intervenir aucune pièce mécanique mobile autre que des soupapes de commande du fluide injecté. Dans ce cas, on élimine tous les problèmes liés aux ailerons mobiles. Cependant, la vectorisation fluide présente quelques inconvénients :

- L'installation délicate des fentes d'injection surtout dans les tuyères axisymétriques.
- Le débit du gaz injecté, en général soutiré de l'écoulement primaire, réduit la poussée maximale du moteur au moment de la vectorisation.
- La méthode de vectorisation par choc pénalise le coefficient de poussée via les pertes de pressions totales à travers le système de chocs obliques provoqué par l'injection.

Plusieurs principes peuvent être utilisés pour vectoriser une tuyère supersonique par injection fluide : le contrôle par choc (SVC ou Shock Vector Control), le contrôle par déformation de la ligne sonique (Throat Skewing), le contrôle par couche de mélange à contre courant...etc. L'injection et l'aspiration fluidiques ont prouvé leur efficacité face à la méthode traditionnelle. Elles permettent des réductions substantielles du poids et des coûts associés à la maintenance ainsi qu'une meilleure furtivité. Les études sur la vectorisation fluide dans les tuyères planes ont montré qu'une déviation du vecteur poussée de 30° et une efficacité de 7 degrés de déviation par pour cent de débit de gaz injecté étaient réalisables.

La possibilité de contrôler la vectorisation de la poussée par injection fluide dans une tuyère axisymétrique intéresse également les constructeurs de systèmes aérospatiaux. Les systèmes de propulsion et de contrôle d'attitude de satellites (tuyères axisymétriques fonctionnant par combustion d'hydrazine) sont des exemples où ce concept peut très bien trouver son application. L'orientation et la correction de la trajectoire d'un satellite repose sur le fonctionnement par intermittence de plusieurs tuyères montées sur le moteur. L'utilisation de la méthode d'orientation de la tuyère par injection dans le divergent peut réduire le nombre de tuyères utilisées et par conséquent un allègement du poids du satellite.

Position du problème

On cherche dans cette étude à développer un modèle analytique d'injection secondaire dans une tuyère supersonique convergente-divergente bidimensionnelle et axisymétrique en vue d'optimiser la déviation de la poussée de cette tuyère.

Parallèlement, une étude par simulation numérique est menée dans le but d'analyser et valider les résultats du modèle.

Il est évident que l'injection de gaz dans le divergent de la tuyère supersonique induit plusieurs phénomènes complexes, tels que le développement d'un décollement de la couche limite qui induit une onde de choc dans le jet primaire en amont de la zone d'interaction des fluides (jet primaire-jet secondaire). Cette onde de choc provoque la déviation du jet principal, et par conséquent le vecteur poussée, par rapport à l'axe de la tuyère. Plusieurs paramètres interviennent dans la modélisation d'un tel phénomène : les nombres de Mach du jet primaire et du jet injecté, le rapport des pressions totales, le taux d'injection, l'épaisseur de la couche limite amont, la position de l'injecteur dans le divergent, géométrie de la tuyère...etc.

La complexité des phénomènes mis en jeu, nécessite une connaissance approfondie des phénomènes physiques de la couche limite turbulente (le cas le plus fréquemment rencontré dans les tuyères supersoniques), du calcul de ses épaisseurs et des forces de frottement induites sur les parois. Une bonne maîtrise des phénomènes de décollement dans les tuyères supersoniques est également nécessaire. Les phénomènes de décollement ont fait l'objet de plusieurs études théoriques et expérimentales ayant conduit à l'élaboration de différents critères et corrélations.

Le but de ce travail est d'étudier la vectorisation de la poussée par injection dans le divergent des tuyères axisymétriques. Deux principes d'injection seront abordés : L'injection par une fente annulaire et l'injection par un orifice circulaire. Dans un premier temps, un modèle analytique est construit permettant de caractériser tous les phénomènes liés au problème étudié. Un modèle bidimensionnel inspiré des travaux de Spaid [14] et de Mangin [22] traite le problème d'une tuyère plane. Le problème d'injection dans une tuyère axisymétrique est abordé par la suite par un modèle 3D qui s'inspire fortement du modèle 2D. Dans un deuxième temps, des simulations numériques sont réalisées afin de traiter les différents types d'injection et de visualiser le champ de l'écoulement dans la tuyère. Les performances de la vectorisation (angle de déviation, efficacité, efforts latéraux...etc.) sont

illustrées et comparées entre les résultats du modèle, de la simulation numérique et de quelques expériences trouvées dans la littérature.

Plan de l'étude

Faisant suite à la présente **introduction**, le contenu de ce mémoire est organisé autour de cinq chapitres principaux et aborde successivement les modèles analytiques et l'exploitation des résultats numériques pour des configurations bidimensionnelles et tridimensionnelles.

Le **premier chapitre** est consacré à une étude bibliographique qui présente en détail les principaux travaux consacrés à la vectorisation fluide. On abordera essentiellement dans ce chapitre les travaux sur l'injection dans le divergent. On insistera sur les points forts et les limites de chaque travail.

Une approche physique des différents phénomènes mis en jeu dans la problématique de la vectorisation et une étude des notions théoriques utilisées tout au long de ce mémoire sont abordées dans le **deuxième chapitre**. Le processus du décollement de la couche limite est tout d'abord décrit. Après avoir présenté la notion de décollement libre dans les tuyères, les principaux critères de décollement sont décrits en insistant sur les conditions expérimentales qui ont présidé à la construction de ces critères.

Le **troisième chapitre** est une synthèse détaillée de la modélisation du phénomène d'injection dans le divergent. Dans un premier temps, le modèle 2D est décrit en s'appuyant sur des notions fondamentales et quelques hypothèses simplificatrices. Un modèle traitant le problème central et complexe du cas d'injection par une fente annulaire est proposé par la suite. A ce sujet, une mise en équation des paramètres du modèle a été faite en détail (hauteur de la marche équivalente à l'obstacle du jet injecté, caractéristiques de la ligne de séparation, calcul des efforts latéraux, impact du choc sur la paroi opposée à l'injecteur et le recollement derrière l'injecteur). Enfin, un modèle d'injection par un orifice circulaire sera abordé de la même manière.

Le **quatrième chapitre**, quant à lui, présente les méthodes et moyens numériques utilisés dans la simulation numérique. On présente tout d'abord les équations fondamentales de Navier-Stokes et leurs équations moyennées. Ensuite, les différents modèles de

INTRODUCTION

turbulence sont illustrés. La réalisation du maillage et les conditions de calcul numérique sont finalement explicitées.

Le **cinquième chapitre** confronte les résultats des modèles bidimensionnel et tridimensionnel avec les résultats de la simulation numérique et les résultats expérimentaux. Tout d'abord, le modèle et le code de calcul numérique sont validés sur un cas-test bidimensionnel puis axisymétrique de la NASA existant dans la littérature. Ceci nous a servi à valider le principe et le fonctionnement de notre modèle. Ensuite, une étude numérique et paramétrique d'une tuyère à profil conique est présentée, afin de valoriser le modèle et comparer ses résultats aux résultats des calculs numériques. Enfin, les résultats de la simulation numérique de l'injection circulaire seront illustrés et comparés avec ceux du modèle proposé pour ce cas. Une approche numérique d'une double injection circulaire a été également abordée.

Ce document se termine par une **conclusion** générale qui reprend les objectifs du présent travail et les principaux résultats obtenus. Des perspectives pour la poursuite de cette étude sont proposées.

Chapitre 1

Etude bibliographique de la vectorisation de la poussée

1.1 Introduction

Les constructeurs d'avions de combat travaillent sans cesse à améliorer la manœuvrabilité et la furtivité de leurs aéronefs. La manœuvrabilité, l'agilité et la furtivité des avions peuvent être augmentées considérablement par la vectorisation de la poussée (Thrust vectoring).

Les premières études sur la vectorisation de la poussée remontent aux années 60. Les dispositifs étudiés incluent des mécanismes à base de cardans et de pivots ajoutés à la tuyère axisymétrique pour améliorer par exemple les phases de décollage et d'atterrissage VTOL (Vertical Take-Off and Landing). Ces mécanismes se sont avérés efficaces mais leur inconvénient réside dans l'augmentation du poids du moteur et dans les coûts de maintenance supplémentaires dûs aux systèmes complexes utilisés par ces mécanismes.

Les études tout au long des années 70 ont concerné une gamme de tuyères non axisymétriques : comme le convergent-divergent bidimensionnel CD-2D, les tuyères de type SERN (single-expansion-ramp nozzles) pour leur capacité à s'adapter à la vectorisation de la poussée, Willard et al [5]. Des vectorisations mécaniques multiaxes ont été par ailleurs étudiées dans les années 80, Gallaway et al [6].

L'étude de l'injection fluïdique pour dévier la poussée a été entreprise dans les années 90, (voir les références [7], [8], [10] et [17]). Tout d'abord, des fentes divergentes ont été installées pour créer des champs de pression asymétriques. Plusieurs techniques ont été testées par la suite. Les trois techniques fluïdiques les plus utilisées sont : l'injection près du col (déformation de la ligne sonique), l'injection dans le divergent SVC (Shock Vector Control) et le contrôle par couche de mélange à contre-courant.

La plupart des tuyères utilisées dans ces études étaient des tuyères planes. Le problème des tuyères axisymétriques a également intéressé certains auteurs. Deux techniques d'injection par une fente annulaire dans une tuyère axisymétrique ont récemment été abordées : injection dans le divergent, Wing et al [12] et injection au col pour déformer la ligne sonique, Flamm et al [13].

1.2 Définitions

La vectorisation est caractérisée par l'angle de déviation entre l'axe longitudinal de la tuyère et le vecteur poussée, (Fig. 1-1) :

$$\text{Vectorisation} \quad \delta = \arctan\left(\frac{F_y}{F_x}\right) \quad 1-1$$

où F_x et F_y sont respectivement les efforts axial et normal (l'axe normal dans le cas 3D est l'axe y qui passe par la génératrice au milieu de l'injecteur où l'effort normal est la somme de toutes les sources des efforts projetés sur cette axe). La résultante des forces est donnée par la relation suivante :

$$\text{Résultante} \quad F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2} \quad 1-2$$

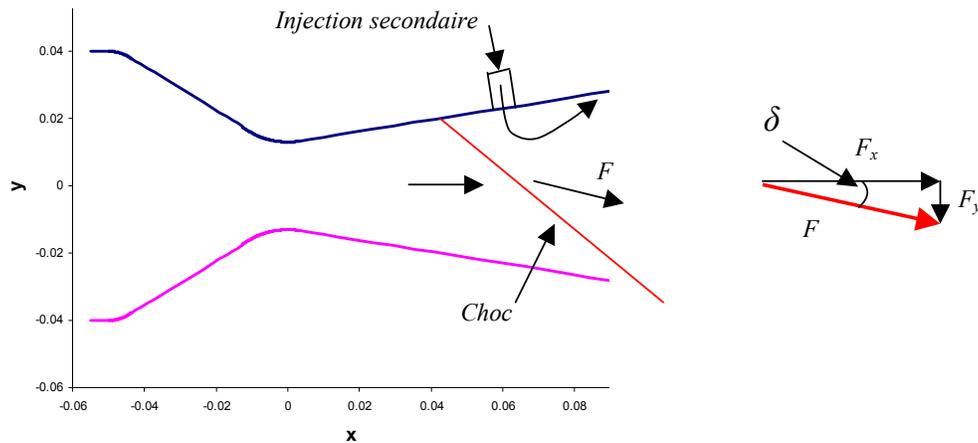


Fig. 1-1 Composantes de la poussée dans une tuyère à injection dans le divergent

L'efficacité de la vectorisation est définie par le rapport entre l'angle de déviation et le taux d'injection (rapport du débit massique injecté ou secondaire \dot{m}_i au débit massique primaire \dot{m}_p) :

$$\text{Efficacité} \quad \eta = \frac{\delta}{100} \left(\frac{\circ}{\%} \right) \quad 1-3$$

Le facteur d'amplification permet de comparer les différents efforts mis en jeu : l'effort normal de pression et la poussée de l'injecteur :

$$\text{Facteur d'amplification} \quad K = \frac{F_y}{F_{yj}^0}, \quad 1-4$$

où F_{yj}^0 la composante normale de la poussée du jet secondaire dans le vide. Le facteur d'amplification est typiquement supérieur à 2, ce qui signifie que l'effort dû à la surpression de la zone décollée amont est supérieur à la poussée de l'injecteur.

La poussée idéale d'une tuyère est celle obtenue lorsque l'écoulement se détend jusqu'à la pression ambiante p_a . Après une détente isentropique, sa vitesse vaut :

$$\text{Vitesse après détente} \quad V_i = \left[\frac{2\gamma r T_{i0}}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{p_a}{P_{i0}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \right]^{1/2} \quad 1-5$$

la poussée est donc donnée par l'équation :

$$\text{Poussée} \quad F_{ideal} = \dot{m}_i V_i = \dot{m}_i \left[\frac{2\gamma r T_{i0}}{\gamma - 1} \left(1 - \left(\frac{p_a}{P_{i0}} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \right]^{1/2} \quad 1-6$$

On définit encore le coefficient de poussée de deux manières différentes. La première est le rapport entre le module de la poussée résultante et la poussée idéale du jet primaire. Ce rapport est donné par la relation suivante :

$$\text{Coefficient de poussée (I)} \quad C_f = \frac{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}{F_{ideal}^i} \quad 1-7$$

La seconde est le rapport entre le module de la poussée résultante et la somme des poussées idéales du jet primaire et du jet secondaire.

$$\text{Coefficient de poussée (2)} \quad C_{fg} = \frac{\sqrt{F_x^2 + F_y^2}}{F_{ideal}^i + F_{ideal}^j} \quad 1-8$$

Il est évident que ce coefficient est inférieur à l'unité mais également au premier coefficient du fait de l'ajout de la poussée idéale issue de l'injecteur.

Le rapport de détente de la tuyère est défini par le rapport entre la pression génératrice de la tuyère et la pression ambiante :

$$\text{Rapport de détente} \quad NPR = \frac{P_{i0}}{P_a} \quad 1-9$$

On définit encore le rapport des pressions totales par la forme suivante :

$$\text{Rapport des pressions totales} \quad SPR = \frac{P_{j0}}{P_{i0}} \quad 1-10$$

1.3 Revue bibliographique sur la vectorisation par injection dans le divergent

L'interaction de l'écoulement primaire d'une tuyère supersonique avec l'obstacle formé par le jet secondaire injecté dans le divergent donne lieu à un choc détaché (Bow Shock). Ce choc interagit avec la couche limite du flux primaire, ce qui conduit au décollement de celle-ci. Cette interaction donne naissance à un choc attaché se développant devant le décollement. La structure du choc en forme de lambda qui en résulte provoque la déviation de l'écoulement primaire.

Les études expérimentales sur de tels procédés de vectorisation ont été principalement menées aux Etats Unis (NASA) et en France (ONERA). On présentera dans ce qui suit les principaux résultats de ces études en mettant l'accent sur les points forts de ces travaux.

1.3.1 Injection dans une tuyère bidimensionnelle

1.3.1.1 Travaux de la NASA

Le Centre de Recherche de Langley de la NASA a étudié plusieurs concepts de tuyères fluidiques que ce soit en terme de déformation de la ligne sonique au col ou de vectorisation par injection dans le divergent, des tuyères planes ou axisymétriques.

Les recherches de la NASA s'appuyaient en premier lieu sur les travaux de Abeyounis et al [18]. Des injections par fente et trous alignés dans le divergent d'une tuyère sur-détendue ont été réalisées lors de ces travaux. Les principales conclusions de ces travaux sont :

- La position de l'injecteur a une grande influence sur l'angle de la déviation, la position optimale s'obtient en réalisant l'injection au niveau de la zone du décollement libre de la tuyère sans injection.
- L'angle de vectorisation augmente avec le rapport des pressions totales SPR jusqu'à une valeur maximale pour décroître ensuite à cause de l'impact du choc sur la paroi opposée à l'injecteur.
- L'angle de vectorisation décroît avec le taux de détente. L'efficacité maximum de 4.4 degré de déviation par pourcent de débit injecté est obtenue pour un faible taux de détente ($NPR=3.0$).

Une étude expérimentale et numérique dans une tuyère convergente-divergente plane CD-2D a ensuite été menée par Waithe et al [8]. L'étude traite principalement les effets de nombre d'injections sur la vectorisation de la poussée (une ou deux injections). L'efficacité de l'injection dans le divergent dépend du débit du gaz injecté, si l'on réduit la quantité du fluide secondaire prélevée du fluide primaire pour maximiser la poussée du moteur, la vectorisation peut alors être réduite au minimum et les avantages de cette vectorisation peuvent être négligeables comparés à la vectorisation mécanique. Donc, le concept d'utilisation d'une double injection pour dévier la poussée a été conçu pour optimiser l'angle du vecteur-poussée sans augmenter le débit des écoulements secondaires. L'étude expérimentale a été entreprise pour un taux de détente NPR allant jusqu'à 10 avec des rapports de pressions totales SPR de 0, 0.4, 0.7 et 1.0 pour les taux d'injection respectifs de 0, 2, 4 et 6 %. L'angle du divergent de la tuyère est égal à 11.01° et le rapport de section est de 1.8 (Fig. 1-2). Cinq configurations ont été testées (la première est celle avec un seul injecteur et les autres utilisant deux injecteurs, celui en aval a une position fixe et l'autre est de plus en plus en amont, Fig. 1-3). Cette étude, à la fois expérimentale et numérique, nous servira de cas-test de validation pour l'usage du modèle analytique et du code de la simulation numérique.

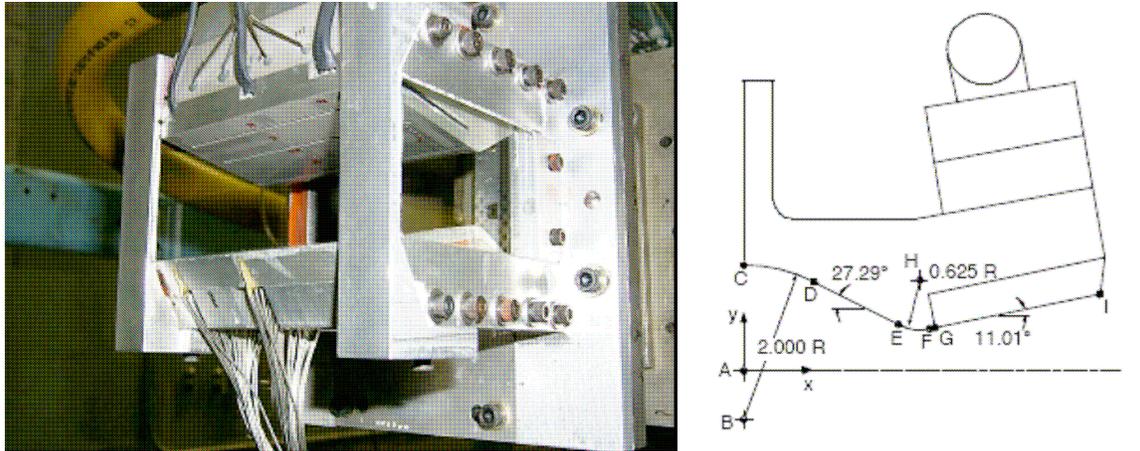


Fig. 1-2 Maquette (gauche) et profil de la tuyère plane (droite), d'après Waithe [8]

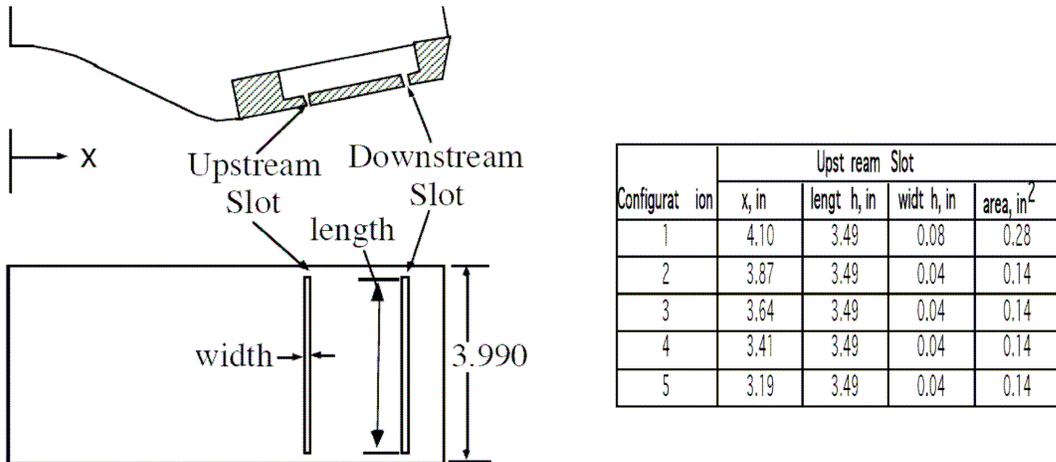


Fig. 1-3 Géométrie des fentes d'injection, Waithe [8]

Effet de la double injection

La Fig. 1-4 montre la distribution de la pression pariétale dans le cas d'une seule injection et d'une double injection à $NPR=4.6$ (cas d'une tuyère sur-détendue) et $SPR=0.7$. Les résultats obtenus dans le cas d'un injecteur montrent une forte influence de la pression ambiante qui règne en aval de l'injecteur (Fig. 1-4 gauche). L'étude indique l'avantage de la double injection sur l'angle de vectorisation où les efforts latéraux augmentent en raison de la présence de deux zones de séparation en aval de chaque fente d'injection. La Fig. 1-4 droite

montre la pression pariétale pour la configuration 5, deux zones de surpression peuvent être distinguées en amont de chaque fente, le jet injecté dans la fente amont recolle sur la paroi, contrairement à celui de la fente aval où une zone de pression ambiante peut être remarquée en aval de cette fente. L'angle de vectorisation obtenu est de 7° pour le cas d'un seul injecteur, de 8° pour deux injecteurs à $NPR=4.6$ et de 14° à $NPR=2$, le taux d'injection lors de ces tests est fixé à 4% (Fig. 1-5). En général, l'augmentation du nombre de fentes d'injection d'un à deux accroît l'efficacité de la vectorisation sans augmenter le débit de l'écoulement secondaire, mais cette opportunité d'injection multiple s'avère utile uniquement pour le plus faible taux de détente ($NPR=2$) en raison de la présence d'une zone de décollement libre en aval de l'injecteur.

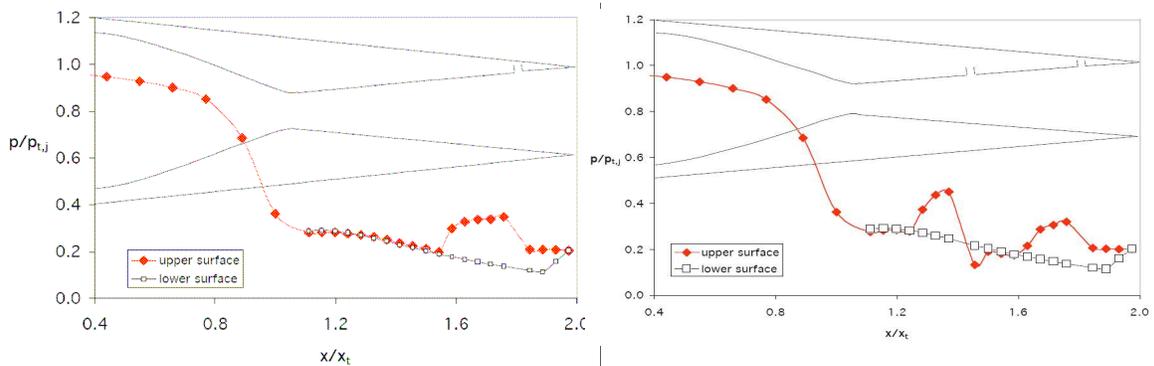


Fig. 1-4 Distribution de la pression pariétale : pour un injecteur (gauche), et pour deux injecteurs (droite), à $NPR=4.6$ et $SPR=0.7$, Waithe [8]

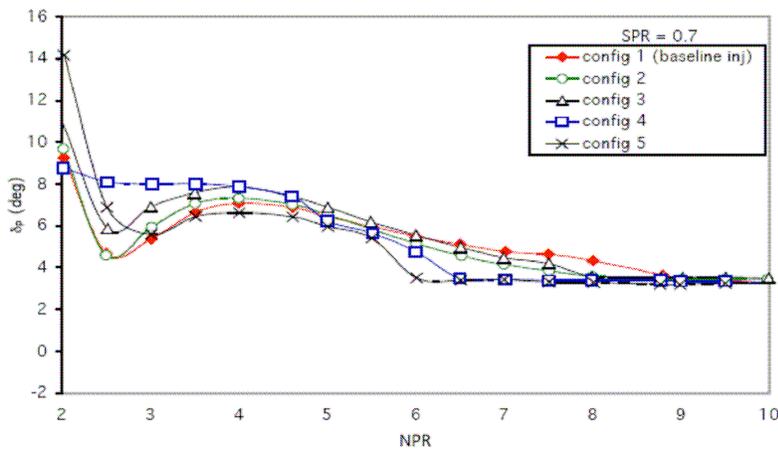


Fig. 1-5 Evolution de l'angle de vectorisation en fonction du taux de détente NPR , à $SPR=0.7$ et taux d'injection de 4%, Waithe[8]

Effet du taux d'injection

La Fig. 1-6 montre la pression pariétale pour des taux d'injection de 0, 2, 4 et 6 % ($SPR=0, 0.4, 0.7$ et 1.0 respectivement) à $NPR=4.6$. Le régime de sur-détente ne permet pas au jet injecté dans les quatre configurations de recoller à la paroi. On observe un allongement de la zone de décollement amont et une augmentation de la surpression qui y règne. On remarque à partir de la courbe de la pression dans le cas de non injection un décollement libre de la couche limite situé à proximité de la fente d'injection. Dans la configuration d'un injecteur, la déviation maximale obtenue à $SPR=1.0$ (taux d'injection de 6%) et $NPR=4.6$ est de 10° .

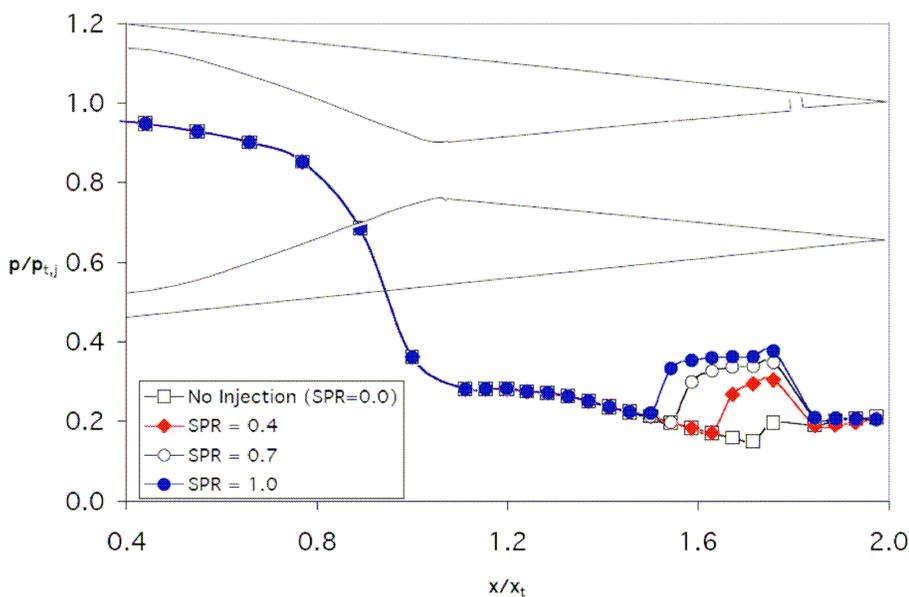


Fig. 1-6 Pression pariétale pour différents taux d'injection à $NPR=4.6$, Waithe [8]

1.3.1.2 Travaux de l'ONERA

Dans sa thèse, Mangin [11] a mis en évidence une forte limitation de la vectorisation due à l'impact du choc de décollement sur la paroi opposée pour une injection dans le divergent. La conception d'une tuyère dissymétrique dont la paroi courte évite l'impact du choc de décollement en cas de forts taux d'injection s'avère donc utile.

Le schéma du montage expérimental est représenté sur la Fig. 1-7. La maquette de la tuyère est montée en aval d'une pièce de transition cercle-rectangle. La paroi basse de la tuyère est constituée d'un convergent et d'un divergent. La paroi haute, plus courte, est plane. Les injecteurs sont situés à la fin des deux parois. Celui de la paroi courte servait à étudier le principe de la déformation de la ligne sonique par injection.

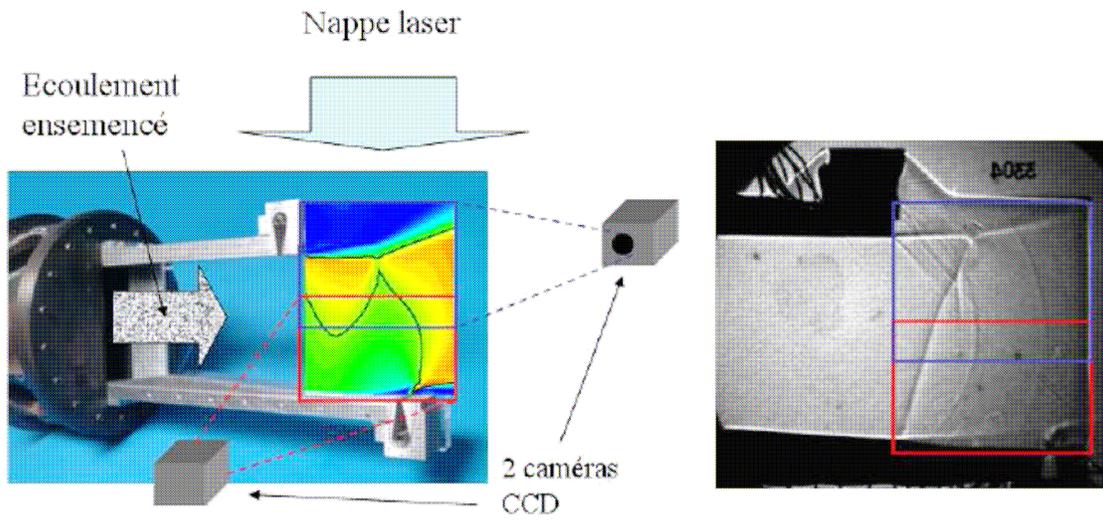


Fig. 1-7 Maquette d'injection dans une tuyère dissymétrique, Mangin [11]

Performances de l'injection sonique normale

Les performances de la vectorisation par injection sonique normale à la paroi sont représentées sur la Fig. 1-8. En régime adapté ($NPR=3.0$), l'angle de vectorisation augmente linéairement avec le taux d'injection avec toutefois une légère concavité au-delà du taux d'injection de 5%. En effet, l'efficacité est maximale au taux d'injection de 5% où elle vaut 2.8 °%. En régime sous-détendu ($NPR=4.0$), l'efficacité suit la même tendance qu'à $NPR=3$ mais en étant inférieure en moyenne de 0.8 °%. En régime sur-détendu ($NPR=2.0$), l'efficacité est supérieure à celle obtenue par les autres taux de détente et décroît avec le taux d'injection de 3.4 °% (à 2.5 %) à 2.6 °% (à 10 %). Pour un taux d'injection maximal (10 %), l'angle de vectorisation obtenu est de 24,1°. C'est la valeur maximale obtenue dans ces expériences

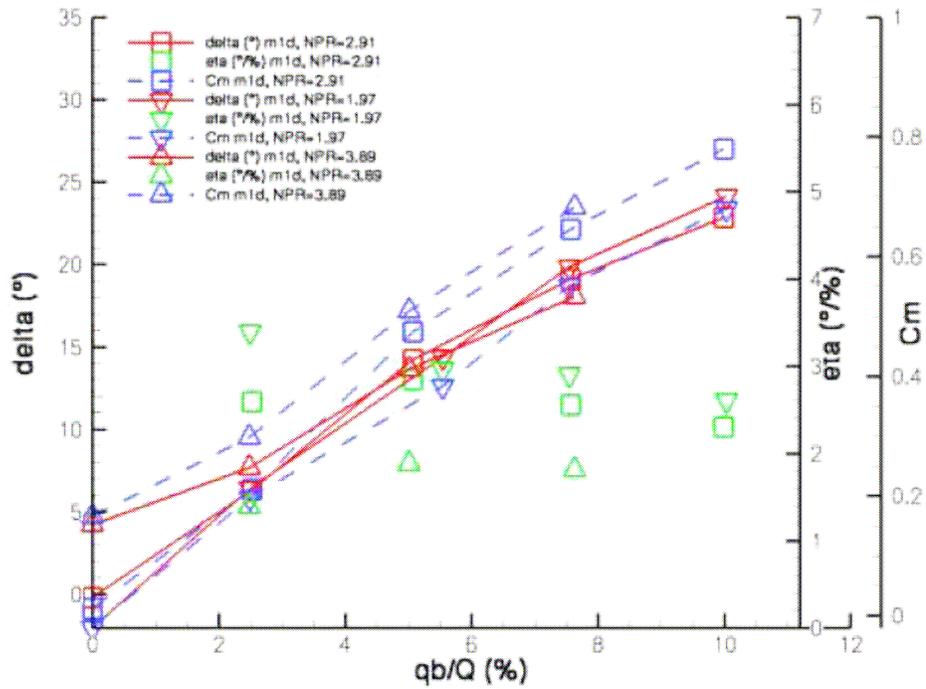


Fig. 1-8 Performances de l'injection sonique normale, Mangin [11]

Performances de l'injection supersonique à contre courant

Dans cette étude, des injections soniques et supersoniques à contre courant et des injections supersoniques normales à la paroi ont été également testées. Les résultats de ces mesures ont montrés que les meilleures performances sont obtenues avec un injecteur supersonique à contre courant.

Les tests sur l'injecteur supersonique incliné à 60° vers l'amont ont fourni des angles de vectorisation importants et des efficacités inédites : l'efficacité maximale obtenue à $NPR=2$ et taux d'injection de 2.5 % vaut 6.61 degré de déviation par pourcent du jet injecté, celle à $NPR=3$ et 5 % vaut 4.12 % et l'efficacité minimale avoisine les 2.69 % pour $NPR=4$ et taux d'injection de 7.5 %. L'angle de vectorisation maximal ($NPR=2$, 10 %) est de 31.2° , meilleure valeur obtenue en essai. Le meilleur facteur d'amplification est obtenu lorsque l'injecteur est adapté (lorsque sa pression de sortie est égale à la pression plateau de la zone décollée amont). Les performances de l'injection supersonique à contre courant sont illustrées sur la Fig. 1-9.

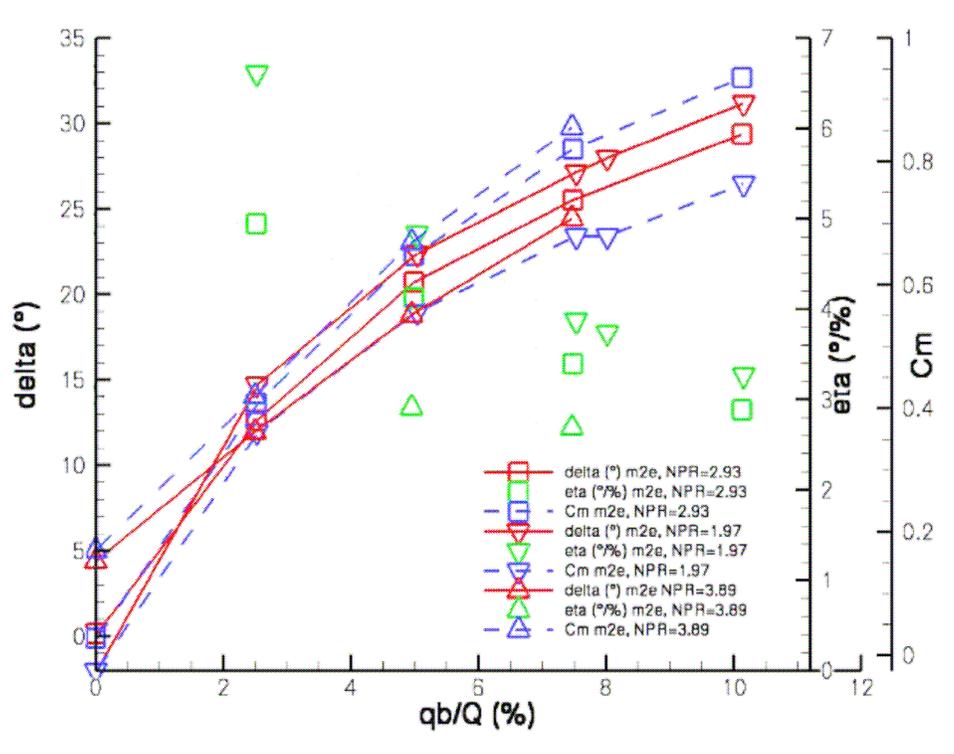


Fig. 1-9 Performances de l'injection supersonique à contre courant, Mangin [11]

1.3.2 Injection dans une tuyère axisymétrique

1.3.2.1 Injection par une fente annulaire

Wing et Giuliano [12] ont mené une étude expérimentale sur l'injection secondaire dans une tuyère axisymétrique par une fente annulaire de 60° . Cette étude, réalisée au centre Langley de la NASA, a montré qu'une tuyère axisymétrique peut être vectorisée dans les mêmes proportions qu'une tuyère plane. Différentes configurations de l'injection ont été testées telles que le type d'injecteur (Aft-slot ou Forward-slot) et le nombre de fentes (injection simple ou injection multiple). La Fig. 1-10 représente le profil de la tuyère et la forme géométrique des différentes fentes utilisées dans ces travaux.

Les tests ont été réalisés dans une plage de rapport de pression de 2 à 10 (l'adaptation a lieu pour $NPR=8.26$), un rapport de pressions totales SPR de 0 à 1.5 ($SPR=1.0$ correspond à

un taux d'injection de 7.2 % pour la fente simple annulaire). Le rapport de sections est de 1.74.

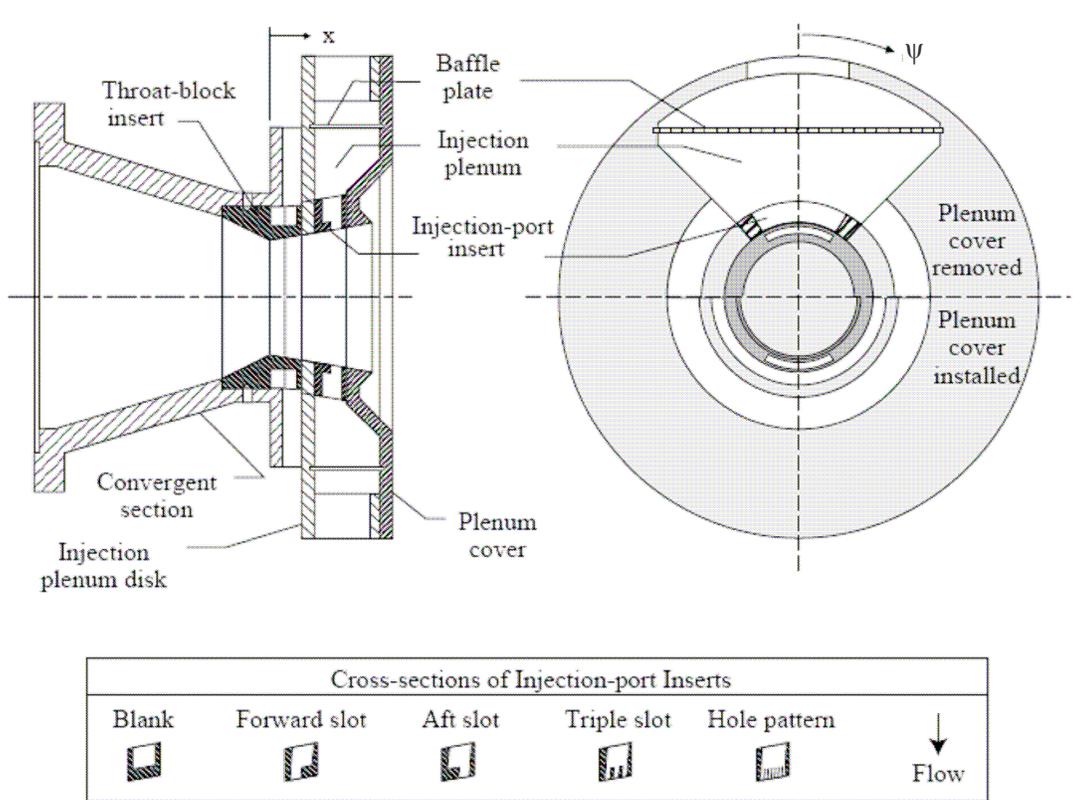


Fig. 1-10 Schéma présentant la tuyère axisymétrique avec différents injecteurs, Wing [12]

Le dispositif expérimental comporte outre un système de mesure des composantes normale et axiale des forces, un système de mesure de pression à l'intérieur de la tuyère. Les mesures de pression sont réalisées le long de sept lignes génératrices repérées par l'angle circconférentiel ψ ($\psi=0^\circ$ correspond à la génératrice passant par le centre de l'injecteur), à $\psi=0^\circ, 30^\circ, 60^\circ, 90^\circ, 120^\circ, 150^\circ$ et 180° ($\psi=180^\circ$ correspond à la génératrice opposée à celle passant par le centre de l'injecteur). La technique de visualisation de l'écoulement interne par peinture sensible est également utilisée dans ces travaux.

Cette étude expérimentale représente la seule publication menée sur ce genre d'injection. Elle servira principalement comme un cas-test expérimental pour valider notre modèle tridimensionnel.

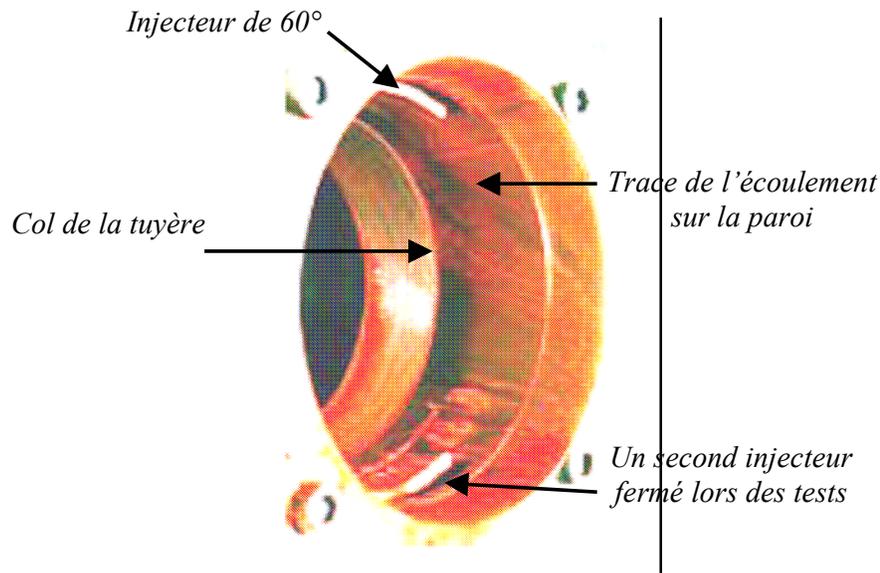


Fig. 1-11 Visualisation de trace de l'écoulement sur la paroi de la tuyère, Wing [12]

La Fig. 1-11 montre une photographie de la tuyère réalisée après le test d'un injecteur simple (Aft-slot) à $NPR=3.0$ et $SPR=1.0$.

Les traces visibles sur l'image représentent les zones de compression sur les parois intérieures de la tuyère. Ces zones s'étalent de l'amont de l'injecteur vers l'arrière en s'écartant latéralement et progressivement jusqu'à atteindre l'angle $\psi=120^\circ$ en sortie de tuyère.

La Fig. 1-12 présente les distributions de la pression pariétale sur les sept génératrices. Les symboles noirs indiquent le cas de non injection et les autres symboles indiquent la pression sur les génératrices de $\psi=0^\circ$ à 180° pour un angle d'injection de 60° . La forte pression en amont de la fente d'injection ($\psi=0^\circ$, 30° et 60°) montre l'éventuelle présence d'un choc oblique interne. On a du mal à distinguer une région d'interaction claire sur les différentes génératrices, le manque de mesures expérimentales rend encore plus difficile l'analyse de la pression dans cette région. La courbe expérimentale montre un plateau de pression, pour $\psi=0$ par exemple, sur une distance d'environ 0.01 m suivi d'une surpression juste en amont de l'injecteur.

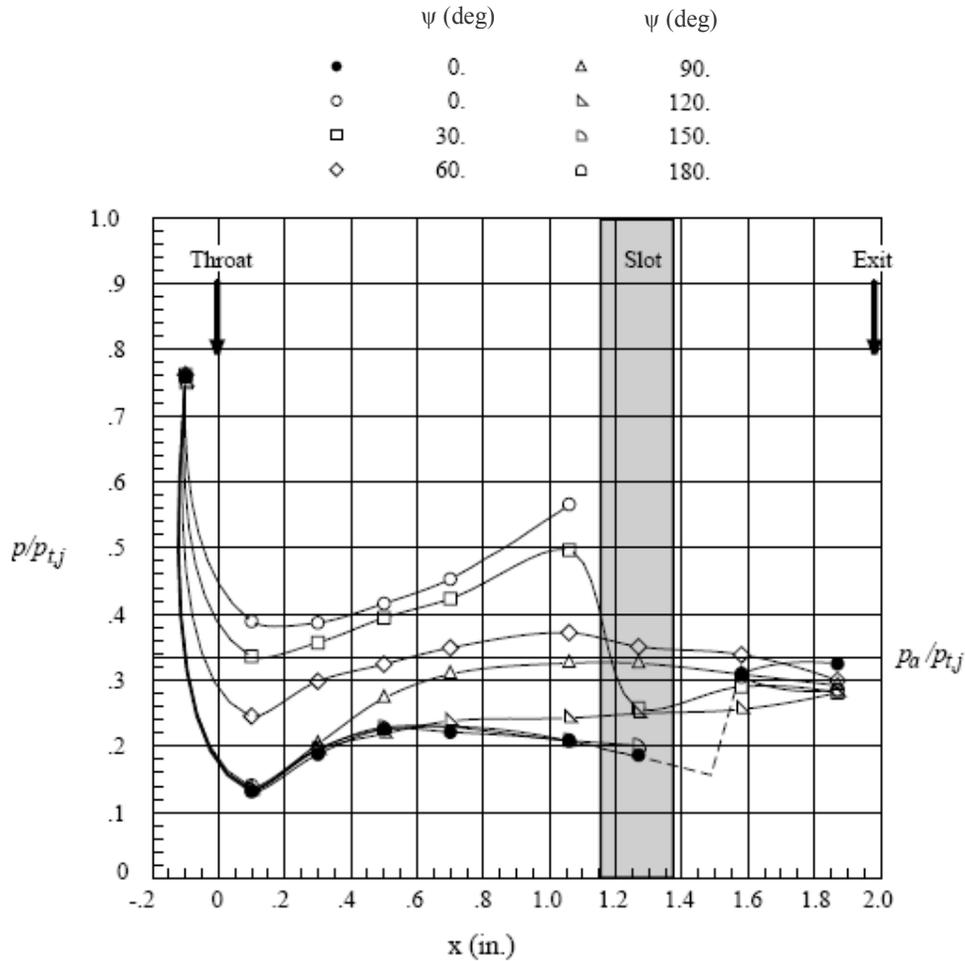


Fig. 1-12 Pression pariétale sur plusieurs génératrices à $NPR=3.0$, $SPR=1.0$ et $\varphi=60^\circ$, Wing [12]

La distribution de la pression pour les autres génératrices de la tuyère présente une légère augmentation qui disparaît complètement à 180° où il n'y a pas d'influence de l'injection sur la paroi opposée. En revanche, pour le cas sans injection, on remarque clairement une montée de la pression due à une contre pression supérieure à la pression de la tuyère (pression ambiante). Le début du décollement libre engendré a lieu à $x=1.5$ in ($x=3.8$ cm) du col.

Les performances de l'injection en régime de sur-détente ($NPR=3.0$) et en régime d'adaptation ($NPR=8.26$) sont présentées sur la Fig. 1-13. L'efficacité maximale obtenue est de 2 % pour $NPR=3$ et $SPR=1.0$. Le coefficient de poussée est de 0.9 et la vectorisation obtenue est de 16° . Une vectorisation maximale de 18° est obtenue pour $SPR=1.5$ (taux d'injection de 12 %) mais l'efficacité dans ce cas n'est que de 1.5% de déviation par pourcent

du débit injecté. A l'adaptation ($NPR=8.26$), le coefficient de poussée est de 0.95 mais l'efficacité n'est plus que de 1.2% . L'angle de vectorisation obtenue dans ce cas est de 9.5° .

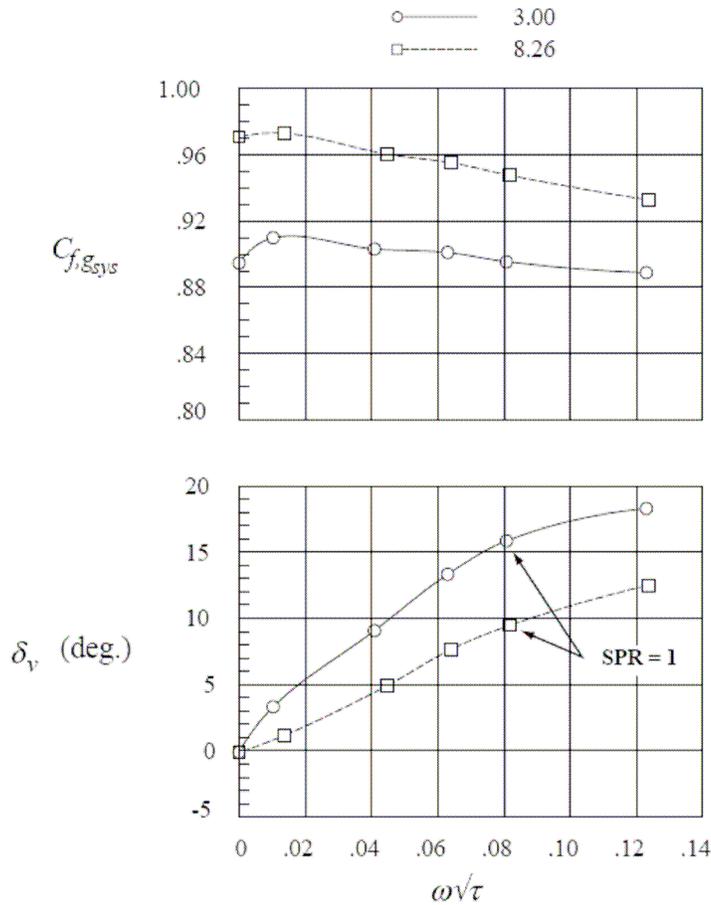


Fig. 1-13 Coefficient de poussée et angle de vectorisation en fonction du taux d'injection

1.3.2.2 Injection par un orifice circulaire

Le phénomène d'injection par un orifice circulaire d'un écoulement transversal en régime supersonique a fait l'objet de nombreuses études. Ces études ont principalement pour application l'injection de carburant dans un scramjet et le pilotage d'un missile. La structure de l'écoulement dépend des paramètres de la couche limite de l'écoulement primaire, de la forme du choc détaché qui se développe au voisinage du jet secondaire rond et de la zone du décollement.

Aso et al [34] ont présenté schématiquement les structures d'interaction pour une injection par une fente et par un orifice circulaire (Fig. 1-14). Une structure de choc en

lambda peut être observée dans les deux cas d'injection. Mais dans le second cas, le champ proche de l'injecteur est caractérisée par un choc détaché plus fort, un pic de pression est détecté en aval de la pression plateau de la zone décollée amont. En outre, cette zone de décollement est moins longue que dans le cas de la fente et le disque de Mach issu du jet secondaire est plus dévié en aval. Un choc secondaire dit choc de re-compression se forme sous le jet par l'accélération du fluide extérieur après contournement du jet.

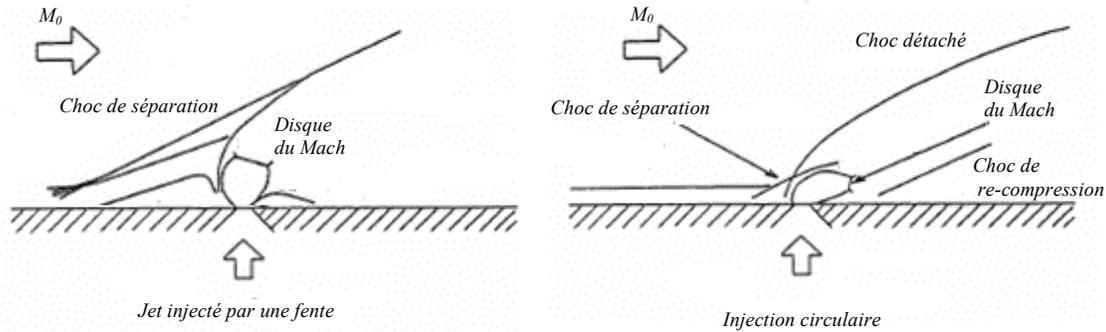


Fig. 1-14 Structure de l'écoulement avec injection par fente et trou circulaire

Masuya et al [21] ont réalisé des essais expérimentaux d'une injection de 2.4% par un trou circulaire de 4 mm de diamètre dans une tuyère axisymétrique (Fig. 1-15), mais ces études se sont focalisées principalement sur la structure de l'écoulement et la distribution de la pression interne au niveau de l'injecteur.

Dans ces expériences, la structure de l'interaction présente une séparation de la couche limite et une zone de surpression (pression plateau) suivie par un pic de pression au voisinage de l'emplacement de l'injecteur. Pour un écoulement turbulent à nombre de Mach allant jusqu'à 3, un très fort choc détaché devant le jet injecté est observé. L'interaction du choc détaché avec la couche limite produit une zone de séparation en amont de ce choc. Pour le cas turbulent, contrairement au cas laminaire, la zone de séparation est plus limitée et le choc oblique induit par la séparation est difficile à observer.

L'influence du rapport des pressions totales (secondaire / primaire p_{t2}/p_{t1}) sur la structure de l'écoulement est présentée sur la Fig. 1-16. La variation de SPR affecte la position du choc détaché en amont de l'injecteur et les chocs de re-compression en aval. Avec

l'augmentation de SPR , une importante dépression est remarquée en aval de l'injecteur et un impact du choc détaché de plus en plus en amont sur la paroi opposée.

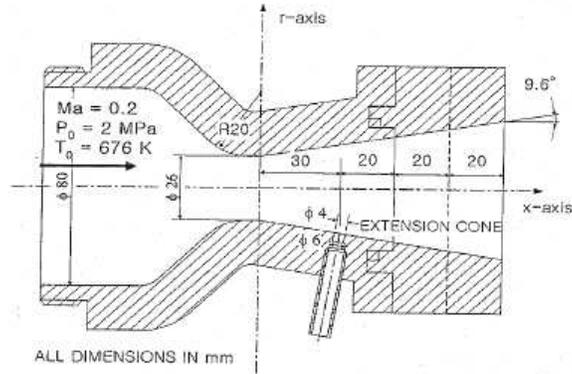


Fig. 1-15 Configuration d'injection circulaire dans une tuyère axisymétrique, Masuya [21]

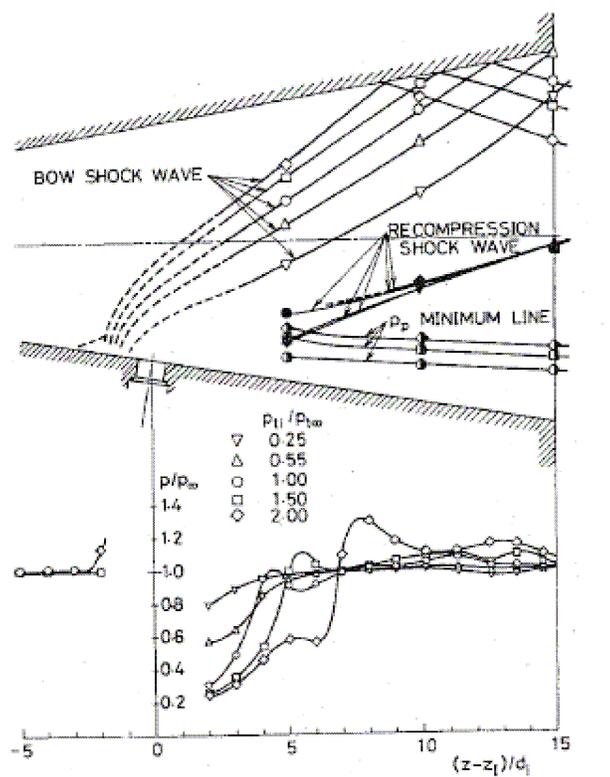


Fig. 1-16 Influence du rapport des pressions totales sur la structure de l'écoulement dans un plan de symétrie, Masuya [21]

1.4 Autres méthodes de vectorisation fluide

1.4.1 Injection au col

Cette méthode "dite déformation de la ligne sonique", développée par Miller et al [15], consiste à obtenir une déviation du vecteur-poussée en modifiant la forme de la ligne sonique au col de la tuyère. Cette modification est obtenue par deux injections simultanées : près du col sur une paroi et dans le divergent de la paroi opposée dans une zone proche de la section de sortie. Toutefois, l'injection au col géométrique induit une modification du col aérodynamique et a donc une influence sur le débit et les performances du moteur. La Fig. 1-17 présente le principe de déformation de la ligne sonique.

Avec les méthodes de vectorisation au col, les rapports de la poussée sont généralement plus élevés. Bien que cette technologie s'améliore actuellement, les angles de vecteur-poussée rapportés jusqu'ici seraient généralement insuffisants. Le coefficient de poussée est dans la gamme de 0.94 à 0.98 et les efficacités de la poussée est supérieure à 2° de déviation par pourcent du jet injecté. La pression augmente en amont de l'injecteur situé le plus en aval d'où une déviation de l'écoulement principal vers la paroi de l'injecteur amont. De meilleurs coefficients de poussée que pour l'injection dans le divergent sont obtenus (+5 %) car l'écoulement n'est pas ralenti de manière irréversible par un choc.

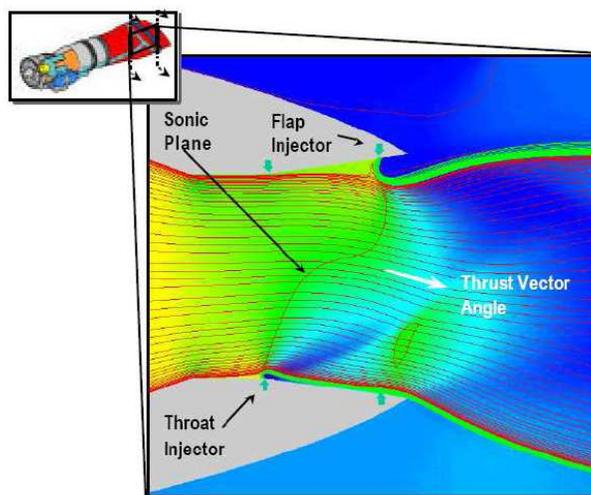


Fig. 1-17 Méthode de déformation de ligne sonique au col, Miller [15]

1.4.2 Tuyère à double col

Flamm et al [19] ont réalisé une étude expérimentale et numérique sur cette méthode. La déformation de la ligne sonique est rendue beaucoup plus efficace en ajoutant une cavité en aval du col. Une injection au niveau du premier col permet de pousser l'écoulement primaire vers la paroi opposée. La dépression en aval de l'injection qui règne dans la cavité attire le jet principal vers la paroi de l'injection en sortie de tuyère (au niveau du second col). Des efficacités inédites ont été obtenues expérimentalement jusqu'à 6,1 % pour $NPR=4$ et taux d'injection de 1%. L'angle maximal de 15° est obtenu à 8 % d'injection. Fig. 1-18 présente la comparaison (expérimentale-numérique) du champ du nombre de Mach calculé pour $NPR=4$ et 3% d'injection. La déviation est alors de 12° soit une efficacité de 4 %. L'angle d'injection le plus efficace est de 150° par rapport à l'horizontale correspondant à une injection à contre-courant. Il est établi que ce n'est pas la déformation de la ligne sonique qui fait dévier la poussée mais la dépression de la zone de recirculation.

1.4.3 Vectorisation contre courant

Hunter [16] a mené une étude de simulation numérique de ce type de vectorisation. Ses résultats ont été validés par des données expérimentales issues des études réalisées à la NASA.

On a vu que les méthodes de contrôle du vecteur poussée par choc (Shock Vector Control) et par déformation du col utilisent l'injection fluïdique. Contrairement à celles-ci, la méthode à contre-courant utilise une aspiration secondaire par une source d'aspiration. Le vide crée un écoulement renversé tout le long de la tuyère vers l'amont et donc une couche de mélange à contre-courant à la lèvre de la tuyère. Cette couche de mélange entraîne de l'air environnant dans le jet primaire. La présence d'un carénage extérieur associé à cet entraînement diminue la pression près du carénage (effet Coanda) et attire donc le jet vers ce dernier (Fig. 1-10). Une aspiration dissymétrique permet de vectoriser le jet. Si l'entraînement est suffisamment important, la pression continue à diminuer jusqu'à l'attachement du jet sur la surface. Flamm [17] a mis au point une expérience basée sur ce concept. Des coefficients de poussée dans la gamme de 0.92 à 0.97 sont associés à cette méthode à contre-courant.

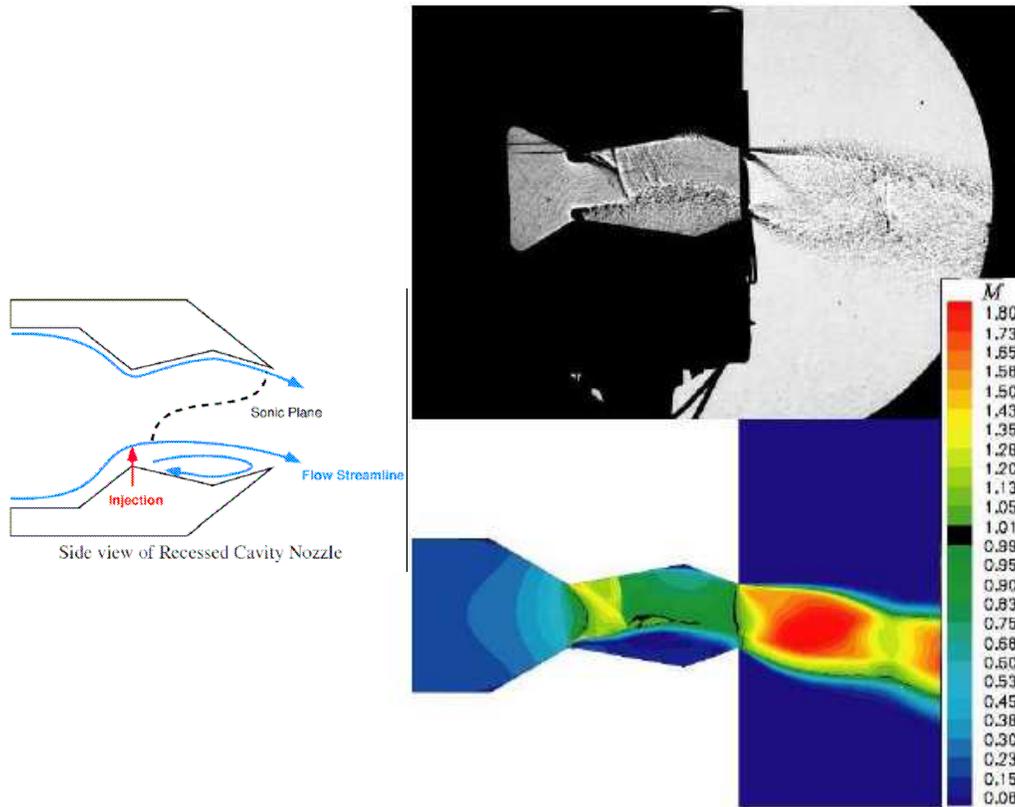


Fig. 1-18 Champs expérimental et numérique de nombre de Mach pour l'injection à double col, Flamm et al [19]

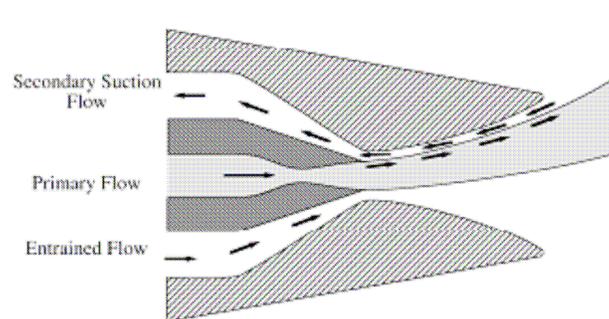


Fig. 1-19 Schéma présentant le principe de la vectorisation à contre courant, Flamm [17]

1.5 Calcul de la poussée

Le principe sur lequel est basé le fonctionnement des moteurs-fusées est celui de l'action et de la réaction (troisième loi de Newton). La poussée est la force nécessaire créée

par une tuyère pour faire avancer l'engin. Elle est obtenue par la force de réaction due à l'accélération de l'air qui traverse la tuyère.

Dans ses cours d'aérodynamique interne, Délerly [1] a exploité en détails la poussée dans son cas monodimensionnel et dans son cas général. Ces cas sont présentés par la suite.

1.5.1 Cas monodimensionnel

On considère une tuyère parcourue par un écoulement monodimensionnel et stationnaire de direction fixe. On va calculer la poussée dF d'une tranche dx dans cette tuyère. En écoulement stationnaire, la conservation de la masse s'écrit $q_m = \rho VA = cte$. avec ρ la masse volumique, V la vitesse et A l'aire d'une section, Délerly [1], (Fig. 1-20).

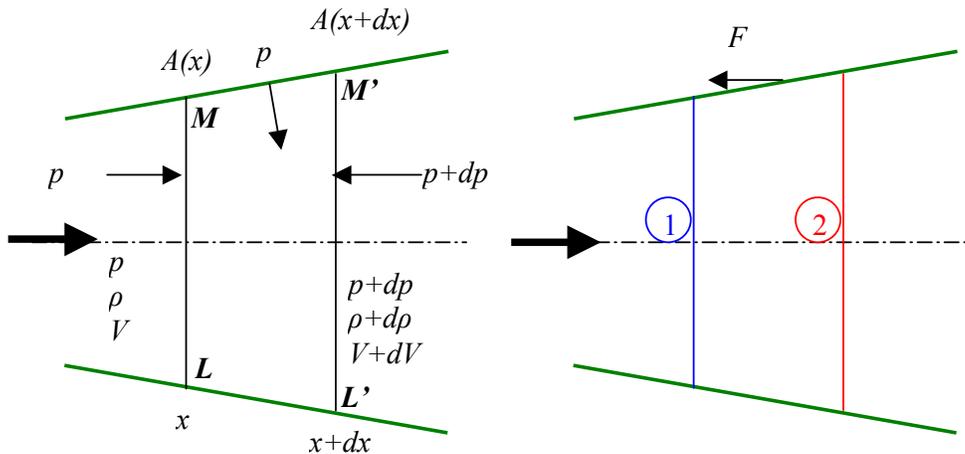


Fig. 1-20 Calcul de la poussée d'une tuyère

La masse de gaz est comprise à l'instant t entre les abscisses x et $x+dx$ et contenue dans le volume $LL'MM'$, soit en second ordre près : $\rho A dx$. On applique à cette masse le principe fondamental de la dynamique : $f = m \frac{f}{\gamma}$. Dans le cas présent, cette équation a la forme scalaire suivante :

$$dm \gamma = dm \frac{dV}{dt} = \rho A dx \frac{dV}{dt} \quad 1-11$$

où dm est la masse de fluide contenue dans la tranche d'épaisseur dx . L'accélération a pour expression :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} \quad 1-12$$

Soit en écoulement stationnaire :

$$\frac{dV}{dt} = \frac{\partial V}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial t} = V \frac{\partial V}{\partial x} \quad 1-13$$

La résultante des forces f selon la direction x a pour expression :

- sur la face d'entrée $A(x)$: pA ,
- sur la face de sortie : $-[pA+d(pA)]$.

En l'absence de viscosité, la tension se réduit à la pression p . La force qui en résulte s'exerce normalement à la paroi du tube de courant, au second ordre près, elle a pour composante selon Ox : pdA .

En définitive :

$$\rho AVdV = dF - d(pA) \quad 1-14$$

soit encore :

$$dF = \rho AVdV + d(pA) = q_m dV + d(pA) \quad 1-15$$

A débit constant, l'équation 1-15 s'intègre entre deux plans 1 et 2, ce qui donne pour la poussée de l'élément compris entre les plans 1 et 2 :

$$F_{(1)}^{(2)} = (q_m V_2 + p_2 A_2) - (q_m V_1 + p_1 A_1) = [(p + \rho V^2)A]_2 - [(p + \rho V^2)A]_1 \quad 1-16$$

où le premier terme est la poussée de l'élément et le second la traînée de captation. Pour un gaz calorifiquement parfait dont le rapport des chaleurs spécifiques C_p / C_v est constant, la vitesse du son est donnée par $\sqrt{\gamma p / \rho}$. On a alors $\rho V^2 = \gamma p M^2$. La poussée créée entre 1 et 2 peut donc s'écrire sous le format suivant :

$$F_{(1)}^{(2)} = p_1 A_1 (1 + \gamma M_1^2) - p_2 A_2 (1 + \gamma M_2^2) \quad 1-17$$

1.5.2 Cas général

Pour trouver la généralisation aux cas non monodimensionnels, on considère une surface fixe (Σ) fermée dans un écoulement stationnaire. Soit \vec{n} le vecteur unitaire normal à (Σ) orienté vers l'extérieur.

Sur un élément d'aire $d\sigma$ de (Σ), le fluide intérieur exerce sur le milieu extérieur une tension \vec{p} , d'où une force $d\vec{f} = \vec{p}d\sigma$. En général, $d\vec{f}$ n'est pas alignée avec la normale locale en raison de la viscosité (dans le cas d'un fluide parfait elle se confond avec $p\vec{n}$).

A travers $d\sigma$, sort un débit massique $dq_m = \rho\vec{V} \cdot \vec{n}d\sigma$ et un flux de quantité de mouvement $\vec{V}dq_m$.

A partir du théorème général de la quantité de mouvement, on démontre l'égalité :

$$\int_{(\Sigma)} (\vec{p} + \rho\vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{n}))d\sigma = 0 \quad 1-18$$

$\vec{D} = \vec{p} + \rho\vec{V}(\vec{V} \cdot \vec{n})$ est le vecteur d'impulsion.

Au point considéré de (Σ), on peut donc énoncer que dans un écoulement stationnaire, sans force de masse, le flux de d'impulsion sortant d'une surface fermée ne contenant aucun obstacle est nul.

Si on applique ceci à une tuyère : la poussée de la tuyère, qui est l'opposée du flux de d'impulsion sortant par (Σ_E), est la somme des flux de d'impulsion entrant (Σ_∞) et sur les parois de la tuyère (Σ_i). Le flux de sortie peut être calculé sur n'importe quelle surface s'appuyant sur les lèvres de la tuyère.

Si \vec{V} et \vec{n} sont colinéaires et s'il n'y a pas de viscosité (ce qui entraîne $\vec{p} = p\vec{n}$), on obtient l'expression de la théorie monodimensionnelle :

$$\vec{D} = (p + \rho V^2)\vec{n} \quad 1-19$$

La poussée dans le vide ou poussée intrinsèque de la tuyère est l'opposée du flux de d'impulsion dans une section qui s'appuie sur sa sortie, Mangin [11]. Pour un champ uniforme dans le plan de sortie, cette poussée est donc :

$$\overset{1}{F} = -(p + \rho V^2) A_E \overset{r}{n} \quad 1-20$$

Le propulseur est immergé dans l'air ambiant au repos à la pression uniforme p_a , la poussée conventionnelle est alors :

$$\overset{1}{F} = - \int_{(\Sigma_E)} ((p - p_a) \overset{r}{n} + \rho \overset{1}{V} (\overset{1}{V} \overset{r}{n})) d\sigma \quad 1-21$$

Chapitre 2

Approche physique du phénomène de décollement de la couche limite

On s'intéresse dans ce chapitre à l'étude des phénomènes physiques liés au décollement de la couche limite. Tout d'abord, on aborde une analyse théorique des écoulements décollés par une contre pression ou par un obstacle situé en face de l'écoulement. Ensuite, on traite le problème du décollement de la couche limite dans les tuyères par une contre pression arrière, ce cas caractérise le fonctionnement des tuyères sur-détendues. La théorie de l'interaction libre et les corrélations de la montée de pression à travers le choc de décollement seront illustrées. Enfin, on étudie les différents critères de décollement qui caractérisent et évaluent la pression plateau dans la zone de décollement. Cette étude nécessite la connaissance des différents régimes de fonctionnement d'une tuyère convergente divergente CD (sur-détente, adaptation et sous-détente). On trouvera tous les détails sur les régimes de fonctionnement des tuyères dans l'annexe A. Les caractéristiques de la couche limite sont également utilisées. Le calcul des épaisseurs et des paramètres de la couche limite selon la méthode intégrale de Michel est représenté dans l'annexe D.

2.1 Analyse théorique des écoulements décollés

Le phénomène de décollement est intimement lié au comportement dynamique de la couche limite. Le décollement intervient lorsque la couche limite se développe en présence d'un gradient de pression adverse, c'est-à-dire dans une situation où la pression augmente dans la direction de l'écoulement. Dans ce cas, la vitesse de l'écoulement externe diminue et les particules fluides subissent une décélération. La décélération est encore plus importante dans la couche limite du fait des transferts de quantités de mouvement par les forces visqueuses.

Considérons un écoulement supersonique uniforme, de nombre de Mach M_0 et de pression p_0 , décollant en un point s sur une paroi plane, (Fig. 2-1). Le processus de décollement, qui est lié à l'existence d'une couche limite, se présente de la façon suivante, Délerly [1]:

- A partir d'un point o , origine de l'interaction, la couche limite commence à s'épaissir. En même temps, son profil de vitesse tend à se vider, les régions proches de la paroi étant davantage ralenties que les parties externes.
- Corrélativement, des ondes de compression sont induites dans l'écoulement contigu du fluide supposé parfait. Rapidement, ces ondes se focalisent pour constituer un choc de décollement.
- Le décollement se produit en un point s où le profil de vitesse $u_{(y)}$ de la couche limite est tel qu'à la paroi $\frac{\partial u}{\partial y} = 0$. En ce point de décollement, il y a annulation du frottement pariétal $\tau_w = 0$.

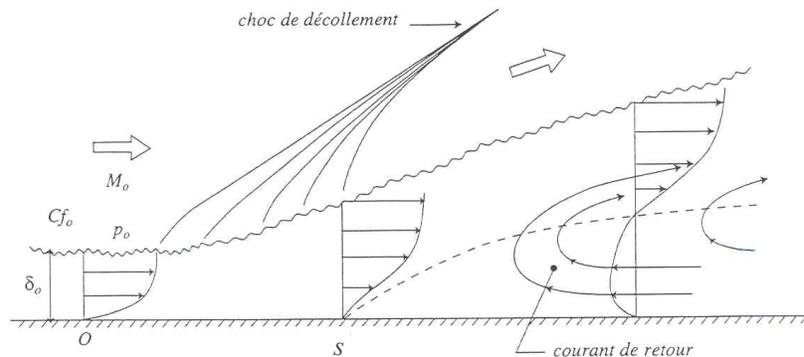


Fig. 2-1 Processus du décollement sur une plaque plane, Délerly [1]

- En aval de s , les profils $u_{(y)}$ comportent, près de la paroi, un courant de retour (recirculation) où la vitesse est à contre-courant de l'écoulement principal. Ce reflux est dû à l'action antagoniste du champ de pression qui refoule, vers l'amont, le fluide à faible énergie de la portion interne de la couche limite. Dans cette région dite « décollée » le frottement pariétal τ_w est négatif, sa valeur absolue étant toutefois plus faible.

2.2 Décollement dans les tuyères supersoniques

Lors du régime de fonctionnement en sur-détente, il y a un décollement de la couche limite qui se passe à l'intérieur de la tuyère en raison de la contre pression p_a qui règne à la sortie de la tuyère. Ce décollement est caractérisé principalement par une large augmentation de la pression pariétale. L'évolution de la pression pariétale modifie la poussée de la tuyère. C'est la raison pour laquelle la connaissance de la position du point de décollement s et du saut de pression atteint est importante. Pour un régime à un rapport de pression donné (NPR), il est encore difficile de prévoir si ce régime provoquera un décollement et, s'il y a décollement, quelles seront la position du point de décollement et l'évolution de la pression pariétale. Cette difficulté provient de la complexité des phénomènes physiques rencontrés dans de tels écoulements, fortement compressibles et turbulents.

L'expérience montre qu'il y a au moins deux types différents de décollements à l'intérieur de la tuyère : le décollement libre et le décollement restreint.

2.2.1 Décollement libre

On appelle un décollement libre (Free Shock Separation FSS) le décollement qui apparaît lorsque la couche limite de l'écoulement décolle en amont de la sortie de la tuyère sous l'effet du gradient de pression adverse et que l'écoulement décollé débouche librement de la tuyère. La configuration de décollement libre peut apparaître dans toutes les tuyères, idéale tronquée ou optimisée à contour parabolique, en régime de sur-détente.

Ce décollement se produit quand l'écoulement est entièrement séparé de la paroi. Pendant que la sur-détente se développe, le point de décollement se déplace plus loin en amont dans la tuyère, (Fig. 2-2).

En étudiant la répartition de la pression, on constate que l'écoulement est divisé en trois régions. D'abord une première région, en amont du point x_0 , où la couche limite est fixée à la paroi, on a le même comportement qu'en régime d'adaptation. Dans la deuxième région, la pression croît de la pression minimum p_0 à la pression plateau p_p . Cette région est considérée comme une région d'interaction. La couche limite commence à s'épaissir au point x_0 , mais elle ne se sépare pas de la paroi jusqu'à ce que la force de frottement pariétal τ_w soit

nulle au point de décollement x_s . La troisième région est une région de recirculation de l'écoulement qui est entièrement séparé de la paroi.

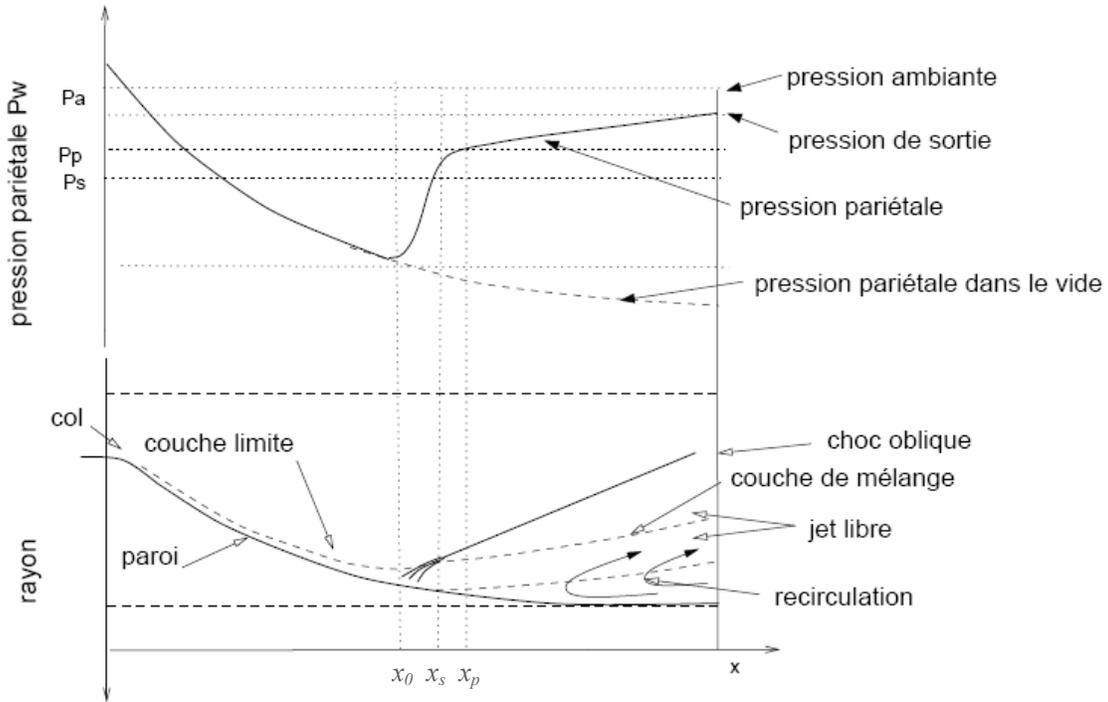


Fig. 2-2 Représentation schématique du décollement libre, d'après Mouronval [36]

Il en ressort que le décollement libre fait intervenir deux mécanismes bien distincts. Le premier est associé au décollement du jet à la paroi alors que le second est lié à l'écoulement ambiant aspiré dans la zone de recirculation.

2.2.2 Décollement restreint

Un deuxième régime de décollement, autre que le décollement libre, peut apparaître lorsque le recollement de la couche limite intervient sur le divergent juste après le décollement. Ce régime est appelé décollement restreint (Restricted Shock Separation RSS) (Fig. 2-3).

Pour ce régime n'ayant lieu qu'à certains rapports de pression, la couche limite décolle puis recolle rapidement sur la paroi de la tuyère. L'évolution de la pression pariétale en aval du décollement est marquée par une succession de détente et de re-compression, la pression pariétale dépassant parfois la pression ambiante. Ce phénomène est attribué au recollement de

l'écoulement décollé. En effet, celui-ci induit des ondes de compression et de détente dans le jet supersonique.

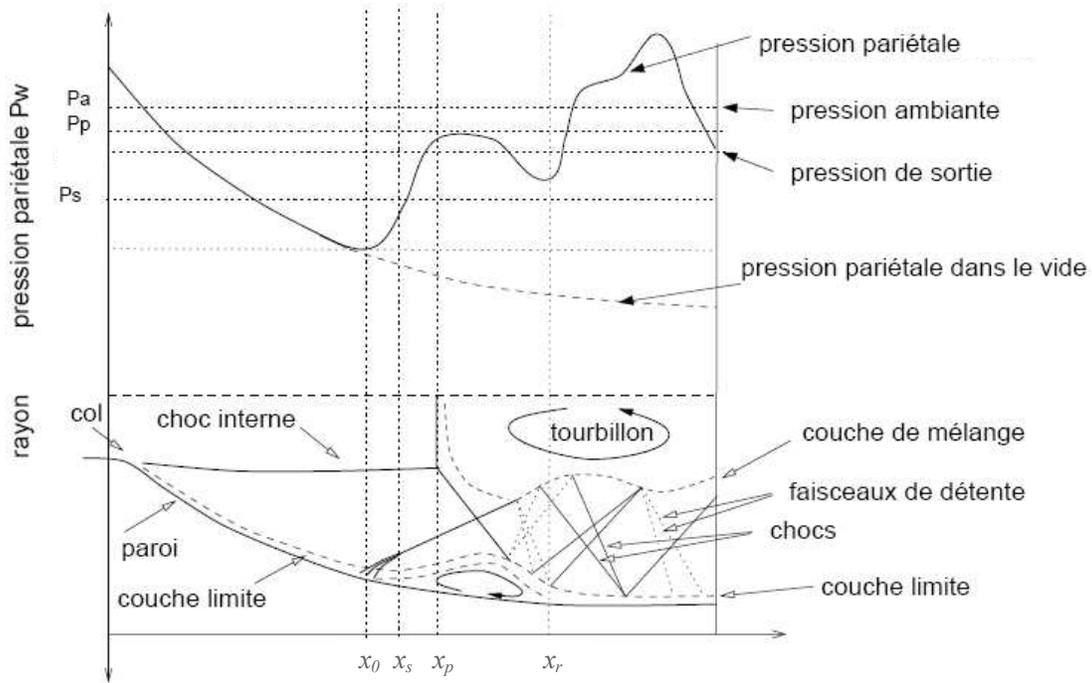


Fig. 2-3 Représentation schématique du décollement restreint, d'après Mouronval [36]

2.3 Théorie de l'interaction libre

2.3.1 Théorie de l'interaction libre dans un écoulement uniforme

La notion de l'interaction libre a été introduite par Chapman [2] pour qualifier un décollement supersonique dont la montée en pression est indépendante des conditions en aval. Le décollement résulte d'un processus induit entre la couche limite et l'écoulement non visqueux externe, dans le sens où la décélération et l'épaississement de la couche limite engendrent un gradient de pression adverse dans l'écoulement, gradient qui, en retour, favorise l'épaississement de la couche limite. L'écoulement dans la zone d'interaction libre dépend donc uniquement de l'état de la couche limite et de l'écoulement externe.

On suppose un écoulement supersonique uniforme, la paroi est supposée adiabatique (pas de flux de chaleur). L'origine de l'interaction est définie par l'abscisse x_0 , le nombre de Mach M_0 et la pression p_0 . La couche limite sera caractérisée par son coefficient de frottement

C_{f0} et son épaisseur de déplacement δ_{10} . L'analyse théorique de Chapman suppose une loi de similitude en abscisse et repose sur deux relations :

1. En intégrant l'équation de quantité de mouvement de la couche limite avec les hypothèses de couche mince. Ce qui aboutit à l'expression :

$$\frac{p-p_0}{q_0} = \frac{\tau_{w0}l}{\delta_{10}q_0} \int_{\frac{x_0}{l}}^{\frac{x}{l}} \left(\frac{\partial \tau}{\partial y} \right)_w \frac{\delta_{10}}{\tau_{w0}} \quad 2-1$$

$$\frac{p-p_0}{q_0} = \frac{C_{f0}l}{\delta_{10}} f_1(X) \quad 2-2$$

avec $X = \frac{x-x_0}{l}$ et $q_0 = \frac{1}{2} \rho_0 u_0^2$,

f_1 est une fonction sans dimension considérée comme fonction de la seule abscisse normalisée X , la longueur de référence l , dite longueur d'interaction, se définit à partir de l'origine x_0 .

2. L'autre équation est l'équation de couplage entre la couche limite et l'écoulement non-visqueux écrite sur la surface de déplacement :

$$\delta\varepsilon = \varepsilon - \varepsilon_0 = \frac{d\delta_1}{dx} - \left(\frac{d\delta_1}{dx} \right)_0 \quad 2-3$$

avec $\left(\frac{d\delta_1}{dx} \right)_0 = 0$, ε_0 est la déviation de l'écoulement extérieur à l'origine de

l'interaction et ε est la déviation de l'écoulement extérieur au point considéré. La déflexion $\delta\varepsilon$ résultant de l'épaississement de la couche limite induit dans l'écoulement externe une variation de pression exprimée par la relation de l'onde simple linéarisée :

$$\delta\varepsilon = \frac{\sqrt{M_0^2 - 1}}{\gamma M_0^2} \frac{\delta p}{p_0} \quad 2-4$$

L'équation de couplage conduit donc après linéarisation au voisinage du point 0 à la relation suivante :

$$\frac{\sqrt{M_0^2 - 1}}{2} \frac{p-p_0}{q_0} = \frac{d\delta_1}{dx} \quad 2-5$$

D'où, après introduction de grandeurs normalisées comme pour l'équation de la quantité de mouvement :

$$\frac{p-p_0}{q_0} = \frac{2}{\sqrt{\beta_0}} \frac{\delta_{10}}{l} \frac{d(\delta_1/\delta_{10})}{d(x/l)} f_2(X) = \frac{2}{\sqrt{\beta_0}} \frac{\delta_{10}}{l} f_2(X) \quad 2-6$$

où f_2 est une nouvelle fonction sans dimension et β_0 est le facteur de compressibilité : $\beta_0 = \sqrt{M_0^2 - 1}$

En multipliant l'équation 2-2 par l'équation 2-6, on élimine le terme l/δ_{10} et obtient :

$$\frac{p-p_0}{q_0} = \sqrt{2C_{f0}} \beta_0^{-0.5} F(X) \quad 2-7$$

où $F = \sqrt{f_1 f_2}$ est une fonction universelle obtenue par une approche empirique. Cette fonction a par exemple dans le cas d'une couche limite turbulente deux valeurs particulières à saisir : $F_s=4.22$ au point de décollement et $F_p=6$ au niveau du plateau de pression. Pour un écoulement laminaire, $F_s=0.8$, $F_p=1.5$. A partir de l'équation 2-7, on déduit la théorie de l'interaction libre :

$$p_k(X) = p_0 \left(1 + \frac{\gamma M_0^2}{2} \sqrt{2C_{f0}} \beta_0^{-0.5} F_k(X) \right) \quad 2-8$$

où k est l'indice relatif à la zone d'interaction.

La théorie de l'interaction libre nous fournit un critère de décollement, reliant le niveau de pression maximal à savoir, la pression plateau p_p , avec le nombre de Mach amont M_0 et le coefficient de frottement C_{f0} à l'origine de l'interaction. Dans le cas d'un écoulement étendu, ce critère s'écrit donc :

$$\frac{p_p}{p_0} = \left(1 + 6 \frac{\gamma M_0^2}{2} \sqrt{2C_{f0}} \beta_0^{-0.5} \right) \quad 2-9$$

Fig. 2-4 montre graphiquement la fonction universelle de la corrélation donnant la pression normalisée pour un écoulement uniforme en fonction de l'abscisse normalisée le long de l'interaction. Les valeurs de F sont obtenues pour un décollement provoqué, soit par une marche, soit par la réflexion d'un choc oblique. Ici, l'échelle l est la distance comprise entre θ (origine d'interaction) et le point de fin d'interaction. Les niveaux moins élevés

atteints par F en laminaire montrent qu'une couche limite laminaire décolle bien plus facilement qu'une couche limite turbulente.

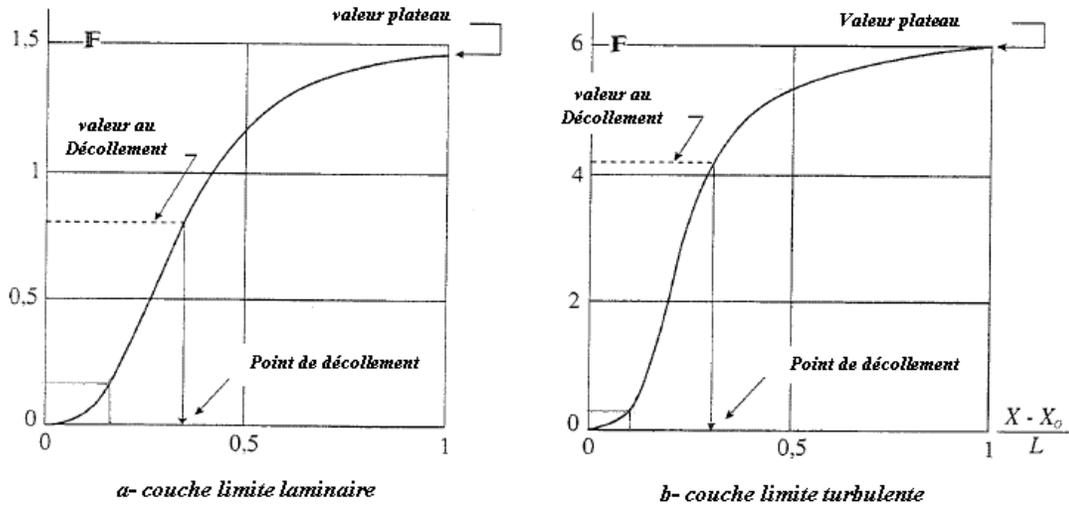


Fig. 2-4 Fonction F de la corrélation pour l'écoulement uniforme, d'après Chapman [2]

2.3.2 Théorie généralisée de l'interaction libre

Pour un écoulement incident non-uniforme, comme c'est le cas dans les tuyères de révolution, Carrière et al [3] ont étendu l'analyse effectuée avec la théorie de l'interaction libre de Chapman pour qu'elle soit adaptée aux écoulements non-uniformes. En procédant comme pour l'écoulement uniforme, on trouve une fonction universelle F légèrement différente du fait de la non-uniformité de l'écoulement. La longueur d'interaction ne suit pas la loi de similitude valable en écoulement uniforme, des valeurs importantes de l/δ_1 ont été mesurées et la longueur d'interaction croît avec la distance du point de décollement du plan de sortie de la tuyère.

Les corrélations pour la pression diffèrent du cas uniforme, (Fig. 2-5). La fonction universelle pour le cas turbulent est déterminée à partir d'expériences en tuyères de révolution profilée ou conique. La fonction présente la même valeur au point de décollement qu'en cas uniforme turbulent 4.22 et présente un plateau un peu plus élevé 6.5 au lieu de 6 pour l'écoulement turbulent.

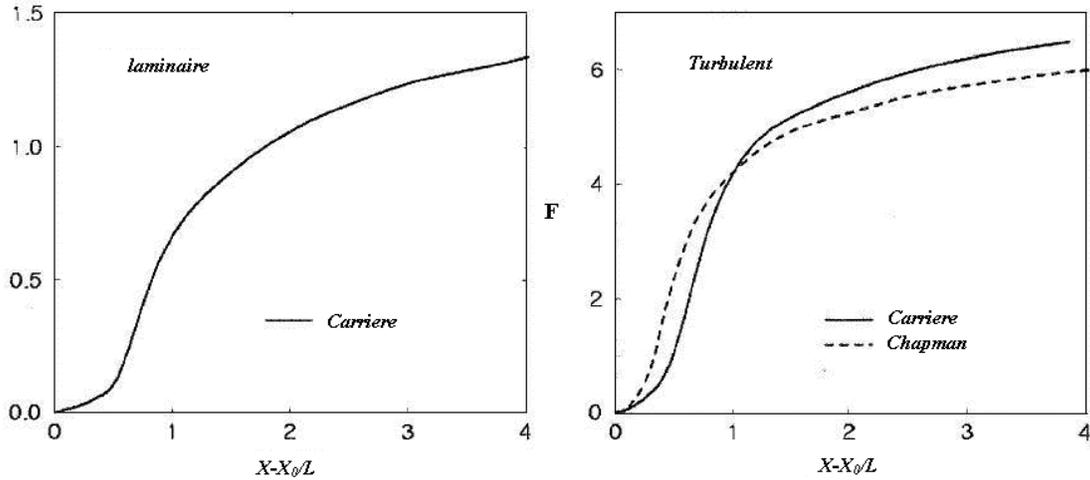


Fig. 2-5 Fonction F de la corrélation pour l'écoulement non uniforme, d'après Carrière [3]

2.4 Détermination de la position du décollement dans une tuyère sur-détendue

La position du décollement libre dans les tuyères décollées est importante, il fait part de la modélisation de notre problème dans le fonctionnement de la tuyère en sur-détente, surtout dans le cas d'une tuyère axisymétrique où la détermination du point de croisement entre la ligne de séparation provoquée par l'injection et la position du décollement libre est très importante.

On considère une tuyère fonctionnant au point fixe à une pression ambiante p_a . On suppose que cette tuyère est entièrement amorcée et que l'indice e désigne les conditions dans le plan de sortie. A partir des relations isentropiques unidimensionnelles de gaz parfait, on dispose de la répartition de pression $p(x)$ à la paroi, dont on déduit celle du nombre de Mach $M(x)$. On suppose également, que les propriétés de la couche limite ont été déterminées par une méthode convenable. En fait, la solution de fluide parfait pour les tuyères suppose l'absence totale d'effets visqueux. Dans la réalité, la tuyère comporte une couche limite le long de la tuyère, cette couche limite n'est pas en mesure de supporter un choc de n'importe quelle force, d'où vient l'apparition d'un décollement à l'intérieur de la tuyère en sur-détente. Dans ce régime de sur-détente, le gaz de la tuyère subit un rapport de détente inférieur à celui de l'adaptation, une contre-pression s'exerce sur la couche limite du jet et un choc se forme dans le divergent de la tuyère.

On se place dans le cas où la tuyère est sur-détendue. Comme nous le savons, il se produit alors à l'extrémité de la tuyère une onde de choc faisant passer la pression de p_e à p_a . En premier lieu, il convient de s'assurer que la couche limite en sortie de la tuyère peut supporter ce choc sans décoller. Pour cela nous calculons la valeur de la pression plateau en se plaçant à la sortie; c'est-à-dire que l'on applique un critère de décollement convenable au cas étudié (le critère du décollement libre de Chapman par exemple) et en identifiant l'état initial (θ) avec l'état en sortie : $M_0=M_e$, $p_0=p_e$, $C_{f0}=C_{fe}$.

Deux situations sont possibles lors du calcul de p_p :

1. La pression p_p trouvée est supérieure à p_a . Alors, la couche limite peut supporter le choc, il n'y a pas de décollement.
2. La pression p_p est inférieure à p_a . Il n'y a une incompatibilité entre p_a et le saut de pression maximal permis par la couche limite. L'écoulement ne peut être amorcé jusqu'en sortie de la tuyère, un décollement se produit ainsi dans le divergent.

La section d'abscisse x_s dans laquelle le décollement va être déterminé en recherchant l'endroit de la tuyère où l'application de l'équation du critère de décollement donne une pression p_p juste égale à p_a . Le plus souvent, θ est déterminé par itération sur x , en suivant l'organigramme donné sur la Fig. 2-6.

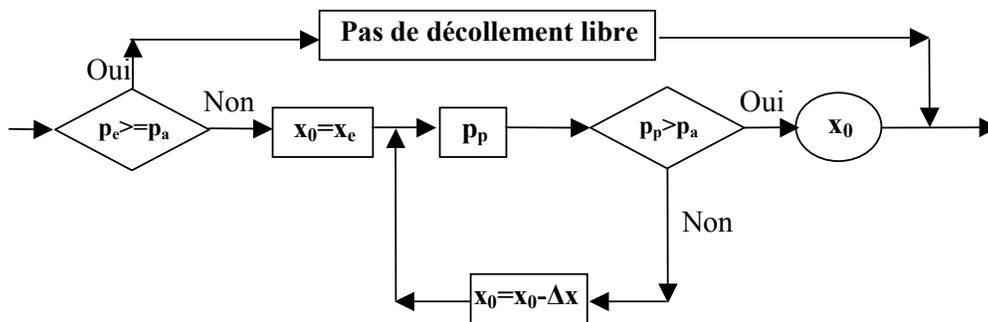


Fig. 2-6 Organigramme de détermination de la position du décollement dans une tuyère

2.5 Critères de décollement

De nombreuses expériences ont été réalisées pour déterminer des critères permettant d'évaluer la position du décollement et la pression plateau. Pour une tuyère sur-détendue, la position du point de décollement libre influence généralement sur la poussée. Ces critères fournissent en général le saut de la pression plateau p_p en fonction des conditions à l'origine de l'interaction ($p_0, M_0 \dots$) qui, d'après la théorie de l'interaction libre, pilotent le décollement. La pression plateau dans ces critères est supposée être égale à la pression ambiante. Le critère de décollement permet alors de déterminer les conditions à l'origine de l'interaction et donc la position de cette dernière. On va étudier dans ce paragraphe les différents critères de décollement qui sont les plus utilisés dans le cas de modélisation du phénomène d'injection secondaire dans les tuyères supersoniques.

2.5.1 Critère de Summerfield

Le critère de Summerfield [49] est le critère le plus ancien et le plus simple, il est tiré d'essais effectués dans une tuyère sur-détendue dans une gamme de rapports de pression P_{i0}/p_a de 15 à 20 (P_{i0} indique la pression de chambre) :

$$\frac{P_0}{P_p} = 0.4 \quad 2-10$$

2.5.2 Critère empirique de Zukoski

Les expériences de Zukoski [4] sont basées sur l'étude des décollements face à une marche ou à une rampe. Elles étaient limitées aux cas d'écoulements bidimensionnels plans pour un domaine de nombre de Mach entre 2 et 6. Les résultats de ces expériences sont donnés pour un domaine de nombre de Reynolds de couche limite Re_δ (3.10^4 à $1.2.10^6$) et pour plusieurs rapports de la hauteur de la marche à l'épaisseur de la couche limite, pour les conditions suivantes : couche limite turbulente, épaisseur de la couche limite inférieure à la hauteur de la marche. La pression plateau p_p , de même que les autres caractéristiques de la zone décollée, semblent indépendantes du nombre de Reynolds. Cette indépendance justifie la corrélation proposée par Zukoski, liant le saut de pression à travers le choc de décollement uniquement à la pression statique p_0 et au nombre de Mach amont M_0 . La corrélation de Zukoski s'écrit alors :

$$\frac{p_p}{p_0} = \left(1 + \frac{M_0}{2}\right) \quad 2-11$$

Zukoski précise que cette corrélation est aussi en accord avec les valeurs de pression plateau obtenues dans les tuyères coniques sur-détendues des moteurs-fusées, dans une plage de nombre de Mach allant de 2 à 5.5. Une autre corrélation issue de l'étude menée par Zukoski concerne la pression au point de décollement p_s

$$\frac{p_s}{p_0} = \left(1 + 0.73 \frac{M_0}{2}\right) \quad 2-12$$

2.5.3 Critère de Schmucker

Schmucker [50] a proposé un critère empirique à partir des données expérimentales issues d'essais sur les moteurs fusées à propergols liquides. La corrélation proposée par Schmucker donnant le saut de pression est la suivante :

$$\frac{p_p}{p_0} = (1.88M_0 - 1)^{0.64} \quad 2-13$$

2.5.4 Théorie de Reshotko et Trucker

Ce critère est donné sous forme de rapport du nombre de Mach à travers un choc de décollement. Reshotko et Trucker [51] proposent dans leur théorie une méthode intégrale élaborée pour prédire l'effet d'une variation brusque de pression sur une couche limite turbulente supersonique à Mach inférieur à 3. L'analyse part des équations de la couche limite où le terme de frottement a été négligé. Il est de plus supposé que l'enthalpie totale est constante au travers de la couche limite. Ce qui implique l'absence de flux de chaleur à la paroi. Après la transformation des équations sous forme incompressible, et leur intégration, on arrive à une expression reliant le rapport des nombres de Mach avant et après le décollement à une fonction du paramètre de forme transformé \bar{H} :

$$\frac{M_1}{M_0} = \frac{f(\bar{H}_1)}{f(\bar{H}_0)} \quad \text{avec} \quad f(\bar{H}_1) = \frac{\bar{H}^2 e^{1/(\bar{H}+1)}}{\sqrt{(\bar{H}^2 - 1)(\bar{H} + 1)}} \quad 2-14$$

où M_l est le nombre de Mach derrière le choc de décollement, \bar{H} est relié au paramètre de forme réel H (annexe D) par :

$$H = \bar{H} + \frac{1}{2}(\gamma - 1)M_e^2(\bar{H} + 1) \quad 2-15$$

Cette analyse prédit l'apparition du décollement induit par une onde de choc pour un rapport du nombre de Mach égal à :

$$\frac{M_1}{M_0} = 0.762 \quad 2-16$$

Le présent critère, aisément convertible en un rapport de pression p_p/p_0 , prédit une augmentation de ce rapport de pressions lorsque le nombre de Mach amont M_0 croît, ce qui est en accord avec l'expérience.

2.5.5 Critère de Campbell et Farley

Il est conçu à l'issue des résultats de décollement dans des tuyères coniques avec des demi-angles de 15° , 25° et 29° . Campbell et Farley [52] utilisaient dans leurs expériences de l'air chauffé à 920 K . Des résultats en air froid ont également été obtenus. Les données montrent une corrélation, pour un rapport du nombre de Mach à travers le choc, de :

$$\frac{M_1}{M_0} = 0.76 \quad 2-17$$

Ces mêmes auteurs ont également présenté d'autres résultats concernant le décollement dans des tuyères galbées, où de l'air sec non chauffé était cette fois utilisé. Mais la corrélation ci-dessus ne semblait pas se généraliser aux résultats expérimentaux des tuyères galbées en gaz froid.

On trouve de nombreux autres critères dans la littérature sous la forme d'un rapport de nombre de Mach, dont les plus utilisés sont :

- La corrélation de Green [53] ($\frac{M_1}{M_0} = 0.78$), elle est justifiée par de nombreuses expériences dans des tuyères coniques à grand angle de divergence.

- La corrélation de Bloomer, Antl et Renas [54] ($\frac{M_1}{M_0} = 0.85$), elle est issue des résultats d'écoulements décollés dans des tuyères coniques de demi-angle $\Phi = 20^\circ$, 25° et 30° .

La légère différence des valeurs des critères précédents pourrait traduire l'influence de la nature du gaz via par exemple le rapport des chaleurs spécifiques γ . Un récapitulatif détaillé des critères empiriques ou semi empiriques est donné dans l'annexe C.

Chapitre 3

Modélisation de l'injection dans le divergent

Une étude de modélisation du phénomène d'injection secondaire dans une tuyère supersonique est présentée dans ce chapitre. Trois types d'injection dans le divergent seront étudiés :

- 1- injection dans une tuyère plane.
- 2- injection par une fente annulaire dans une tuyère axisymétrique.
- 3- injection par un orifice circulaire dans une tuyère axisymétrique.

Le modèle a été établi et programmé en Fortran pour calculer les paramètres et les performances de la vectorisation fluidique. Ce modèle est inspiré d'études et approches physiques qui ont déjà abordé un tel phénomène. Son principe est basé sur l'utilisation de la théorie illustrée par Spaid [14]. Cette théorie, issue de l'étude d'une injection dans un écoulement plan et uniforme, est basée sur le calcul de la hauteur effective de l'obstacle équivalent au jet injecté. Cette hauteur est le principal paramètre à retenir dans cette théorie. Différents critères et corrélations sont utilisés afin de modéliser la séparation de la couche limite et de calculer les efforts latéraux. On notera que le principe du modèle bidimensionnel présente la base de départ de l'étude élargie à la modélisation 3D. Les résultats obtenus avec ce modèle seront comparés avec ceux de la simulation numérique et avec le peu de résultats expérimentaux disponibles dans la littérature.

3.1 Modélisation bidimensionnelle

Ce modèle a pour objectif d'évaluer et calculer la vectorisation de la poussée d'une tuyère supersonique convergente-divergente plane par injection de gaz dans sa partie divergente. Le calcul des épaisseurs et des paramètres de la couche limite est effectué selon la méthode intégrale de Michel le long du divergent (annexe D).

3.1.1 Calcul de la hauteur de l'obstacle équivalent

Pour évaluer la hauteur du jet transversal injecté dans le jet primaire supersonique, on suppose que ce phénomène d'injection bidimensionnelle est similaire à un écoulement supersonique face à une marche d'une hauteur h , Spaid et al [14]. Avec cette hypothèse de départ, un modèle analytique du champ de l'écoulement est construit dans le but de calculer la hauteur efficace de cette marche qui peut alors être employée comme paramètre principal de l'écoulement (Fig. 3-1). Toutes les études relatives aux écoulements supersoniques avec une couche limite turbulente au-dessus d'une marche indiquent que la distance entre le point de décollement en amont de la marche est proportionnelle à la hauteur de cet obstacle si celle-ci est plus grande que l'épaisseur de la couche limite.

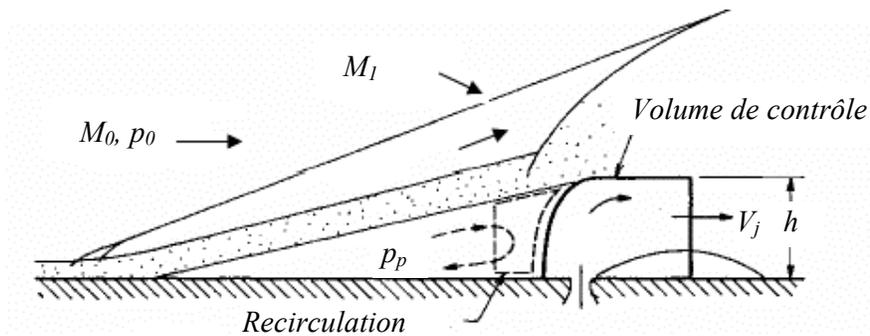


Fig. 3-1 Injection de fluide dans un écoulement plan supersonique, d'après Spaid [14]

Dans cette théorie, l'analyse repose sur des hypothèses qui correspondent au cas d'un écoulement uniforme. D'autres hypothèses seront rajoutées par la suite pour adapter le modèle au cas des écoulements dans une tuyère supersonique.

On utilise d'abord les hypothèses suivantes :

1. On suppose que le jet sonique est injecté dans l'écoulement plan uniforme. Il n'y a aucun mélange entre les écoulements secondaire et primaire.
2. L'interface entre les deux écoulements est supposée circulaire (un quart de cercle de rayon h , qui n'est autre que la hauteur de l'obstacle équivalent).
3. La force de pression sur l'interface peut être calculée par la méthode de Newton modifiée.

4. Le gaz injecté se détend d'une façon isentropique et le jet se dirige parallèlement à la paroi.
5. Les efforts visqueux sont négligés en amont et en aval de la fente.
6. L'indice θ dans la théorie de Spaid définit les paramètres de l'écoulement libre avant le choc ou l'écoulement à l'infini. Dans les tuyères, on suppose que l'indice θ est confondu avec le point de séparation s .

Le schéma du modèle est présenté sur Fig. 3-2.

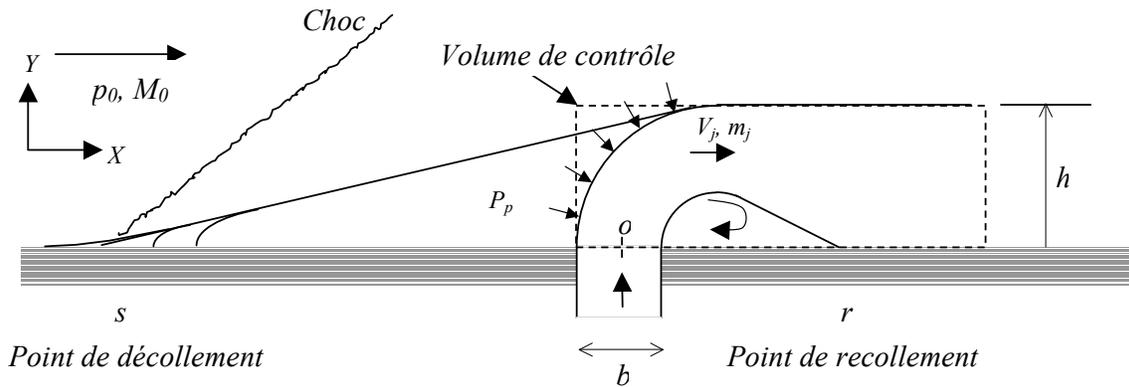


Fig. 3-2 Schéma du modèle bidimensionnel simplifié

Le point d'origine o est au centre de la fente sur la paroi. L'axe des x se dirige vers l'aval de la fente, parallèlement à la paroi, et l'axe des y est normal à la paroi. Un bilan de forces dans la direction de x a été rétabli pour un volume de contrôle délimité par l'interface entre les deux écoulements. Ce bilan implique que la traînée de pression du quart de cercle soit égale à la dérivée de quantité de mouvement du fluide qui traverse le volume de contrôle.

D'où le bilan de forces donné par l'équation suivante sur x :

$$\sum F_x = \frac{d}{dt} \int_y \rho.v.dy \quad 3-1$$

Cette égalité va fournir par conséquent la hauteur de pénétration h . Il faut noter, qu'en raison de l'existence d'une région de décollement en amont de la fente, il y a une forte interaction de la viscosité, ce qui cause des difficultés pour calculer la composante sur x de la force. La méthode de Newton peut alors être utilisée pour avoir la contribution de la pression dans cette zone.

La somme des forces dans l'équation 3-1 peut être calculée en décomposant les forces appliquées sur le volume de contrôle en deux composantes :

$$\sum F_x = F_{x1} + F_{x2} \quad 3-2$$

F_{x1} est la force appliquée sur l'interface du volume de contrôle.

F_{x2} est la force appliquée sur la face arrière du volume de contrôle.

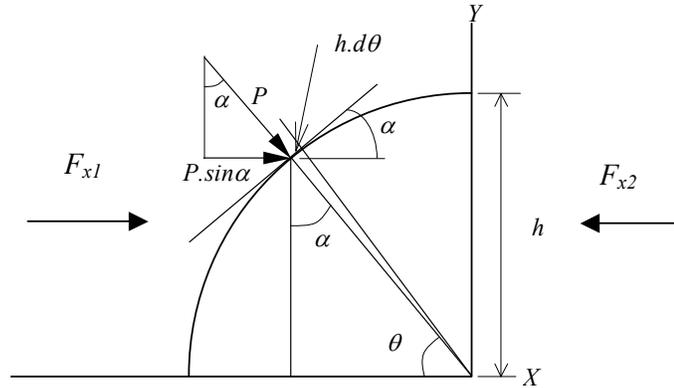


Fig. 3-3 Schéma d'intégration de la pression, cas bidimensionnel

Calcul de F_{x1} :

Si on note α l'angle entre la tangente locale au cercle et la direction x (direction de l'écoulement primaire), α varie entre 0 et $\pi/2$, Fig. 3-3. F_{x1} est donné par l'équation suivante :

$$F_{x1} = \int_A dF_{x1} = \int_A P \sin \alpha \cdot dA \quad 3-3$$

où : P est la pression locale appliquée sur une aire dA du volume de contrôle et calculée par le coefficient de pression qui est donné par la relation suivante :

$$C_p = \frac{P - p_0}{q_0} \quad \Rightarrow \quad P = p_0 + C_p q_0 \quad 3-4$$

où q_0 est la pression dynamique de l'écoulement primaire ;

$$q_0 = \frac{\gamma_0 p_0 M_0^2}{2} \quad 3-5$$

D'autre part, on a le coefficient de pression :

$$C_p = 2 \sin^2 \alpha \quad 3-6$$

La valeur maximale du coefficient de pression s'écrit :

$$C_{p_{\max}} = 2 \sin^2 \alpha_{\max} \quad 3-7$$

En divisant les relations 3-6 et 3-7

$$\frac{C_p}{C_{p_{\max}}} = \frac{\sin^2 \alpha}{\sin^2 \alpha_{\max}}$$

avec $\alpha_{\max} = \pi/2$, on aura la forme suivante (appelée la méthode de Newton modifiée) :

$$C_p = C_{p_{\max}} \sin^2 \alpha \quad 3-8$$

On remplace les équations 3-8 et 3-4 dans l'équation 3-3 :

$$F_{x1} = \int_A (p_0 \sin \alpha + q_0 C_{p_{\max}} \sin^3 \alpha) dA \quad 3-9$$

L'élément de surface s'écrit (Fig. 3-3) :

$$dA = h.d\theta \quad \text{et} \quad \sin \alpha = \cos \theta \quad 3-10$$

D'où :

$$F_{x1} = \int_0^{\pi/2} (p_0 \cos \theta + q_0 C_{p_{\max}} \cos^3 \theta) h.1.d\theta \quad 3-11$$

L'intégration de cette dernière équation par rapport à θ entre 0 et $\pi/2$ permet d'obtenir l'expression de la première composante de la force :

$$F_{x1} = \left(p_0 + \frac{2}{3} q_0 C_{p_{\max}} \right) h \quad 3-12$$

Calcul de F_{x2} :

Afin de mieux adapter le modèle au cas d'une tuyère supersonique, on suppose que la pression qui domine la zone à l'arrière du volume de contrôle p_{av} suit le régime du

fonctionnement de la tuyère. Cette pression est alors égale à la pression ambiante dans le cas d'un régime de sur-détente. Par contre, dans le cas d'un régime de tuyère adaptée ou sous-détendue, on suppose que l'écoulement recolle à la paroi et suit l'évolution de la pression d'une tuyère normale sans injection. D'où la force suivante derrière le volume de contrôle :

$$F_{x2} = P.A = -p_{av}.A = -p_{av}.h.l \quad 3-13$$

La force de traînée de l'équation 3-2 devient :

$$\sum F_x = \left(p_0 - p_{av} + \frac{2}{3} q_0 C_{pmax} \right) h \quad 3-14$$

Dérivée de la quantité de mouvement du jet injecté

Le jet secondaire étant injecté perpendiculairement à l'écoulement, sa quantité de mouvement, après déviation, dans le sens de l'écoulement étudié, est celle obtenue après sa détente :

$$\frac{d}{dt} \int_y \rho.v.dy = \dot{m}_j V_j \quad 3-15$$

Où \dot{m}_j désigne le débit du gaz injecté, V_j sa vitesse après détente.

La détente isentropique monodimensionnelle conduit à la relation suivante pour la vitesse V_j :

$$V_j = \left[\frac{2\gamma_j r T_{0j}}{\gamma_j - 1} \left(1 - \left(\frac{p_j}{P_{0j}} \right)^{\frac{\gamma_j - 1}{\gamma_j}} \right) \right]^{1/2} \quad 3-16$$

On a encore:

$$\dot{m}_j = \dot{m}_c = \rho_c v_c A_c = \rho_c v_c c_d b.l \quad 3-17$$

où : ρ_c, v_c, A_c sont les paramètres critiques au col de l'injecteur ;

b : la largeur de fente ;

c_d : le coefficient de décharge (coefficient de débit).

Les propriétés critiques du gaz :

$$T_c = \frac{2}{\gamma_j + 1} T_{0j}, \quad P_c = \left(\frac{2}{\gamma_j + 1} \right)^{\frac{\gamma_j}{\gamma_j - 1}} P_{0j} \quad \text{et} \quad \rho_c = \left(\frac{2}{\gamma_j + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma_j - 1}} \rho_{0j}$$

On en déduit la quantité de mouvement de jet injecté :

$$m_j v_j = c_d b 2 \gamma_j P_{0j} \left(\frac{2}{\gamma_j + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma_j - 1}} \left[\frac{1}{\gamma_j + 1} \frac{1}{\gamma_j - 1} \left(1 - \left(\frac{p_j}{P_{0j}} \right)^{\frac{\gamma_j - 1}{\gamma_j}} \right) \right]^{1/2} \quad 3-18$$

En remplaçant les équations (3-18) et (3-14) dans (3-1), on obtient :

$$h = \frac{2 c_d b P_{0j} \gamma_j}{p_0 - p_{av} + \frac{1}{3} p_0 \gamma_0 M_0^2 C_{p_{\max}}} \left(\frac{2}{\gamma_j + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma_j - 1}} \left[\frac{1}{\gamma_j^2 - 1} \left(1 - \left(\frac{p_j}{P_{0j}} \right)^{\frac{\gamma_j - 1}{\gamma_j}} \right) \right]^{1/2} \quad 3-19$$

Cette dernière équation fournit une évaluation de la hauteur de la marche équivalente qui dépend des paramètres principaux du phénomène et prend en compte l'effet de détente dans la tuyère car la pression amont est bien distincte de la pression avale, ce qui est différent du cas plan.

Calcul de $C_{p_{\max}}$:

Pour calculer $C_{p_{\max}}$, on commence par une équation très simple qui définit le coefficient de pression maximum :

$$C_{p_{\max}} = \frac{P_{01} - p_0}{\frac{1}{2} \rho_0 v_0^2} \quad 3-20$$

où P_{01} est la pression totale derrière un choc normal produit dans l'écoulement principal et

$\frac{1}{2} \rho_0 v_0^2 = \frac{\gamma}{2} p_0 M_0^2$. Pour développer cette équation, on part de la théorie du choc normal, le

rapport des pressions avant et après le choc est donné par la relation :

$$\frac{P_{01}}{p_0} = \left[\frac{(\gamma + 1)^2 M_0^2}{4\gamma M_0^2 - 2(\gamma - 1)} \right]^{\gamma/(\gamma - 1)} \left[\frac{1 - \gamma + 2\gamma M_0^2}{\gamma + 1} \right] \quad 3-21$$

On en déduit l'équation suivante du coefficient de pression maximum :

$$C_{P_{\max}} = \frac{2}{\gamma M_0^2} \left\{ \left[\frac{(\gamma+1)^2 M_0^2}{4\gamma M_0^2 - 2(\gamma-1)} \right]^{\gamma/(\gamma-1)} \left[\frac{1-\gamma+2\gamma M_0^2}{\gamma+1} \right] - 1 \right\} \quad 3-22$$

3.1.2 Position du décollement

La présence de l'injection secondaire par une fente sur la paroi de la tuyère provoque un choc oblique et par conséquent un décollement de la couche limite. La méthode de recherche du point de séparation diffère selon que la tuyère est sur-détendue ou sous-détendue. Plusieurs paramètres seront pris en compte pour trouver l'abscisse du point de décollement : la hauteur efficace h de l'obstacle trouvée dans le paragraphe précédent, le critère de décollement (qui définit dans notre cas la montée de pression à travers le choc oblique) et les relations des chocs obliques. On part de l'hypothèse que la ligne du jet primaire en aval du choc est tangente au cercle de rayon h établi par le jet injecté (Fig. 3-4). Cette ligne est caractérisée par l'angle ε , assimilé à l'angle de déviation derrière une onde de choc oblique sur la paroi de la tuyère. Les équations classiques des chocs obliques sont utilisées pour calculer respectivement l'angle de déviation de l'écoulement et l'angle du choc de décollement.

$$\frac{p_p}{p_{s(x)}} = \frac{2\gamma M_{s(x)}^2 \sin^2 \beta - (\gamma - 1)}{\gamma + 1} \quad 3-23$$

$$\tan \varepsilon = \frac{M_{s(x)}^2 \sin 2\beta - 2 \cot \beta}{2 + M_{s(x)}^2 (\gamma + \cos 2\beta)} \quad 3-24$$

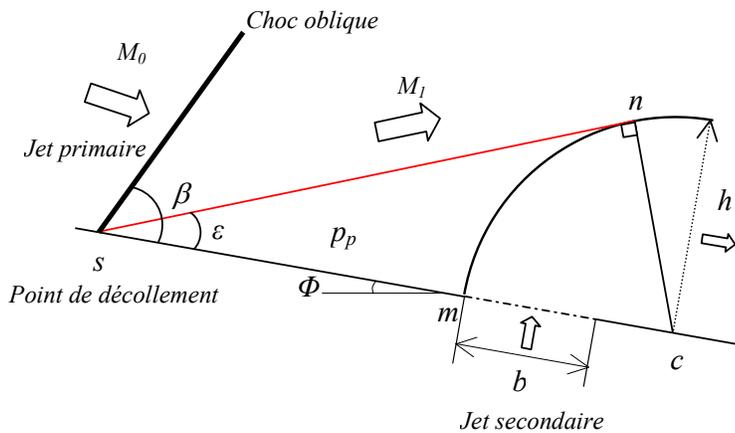


Fig. 3-4 Méthode de recherche du point de séparation

L'abscisse du point de séparation s est obtenue par calcul itératif en partant du point m (abscisse du début de l'injecteur). L'organigramme représenté sur la Fig. 3-5 illustre les différentes étapes du calcul de la position du décollement.

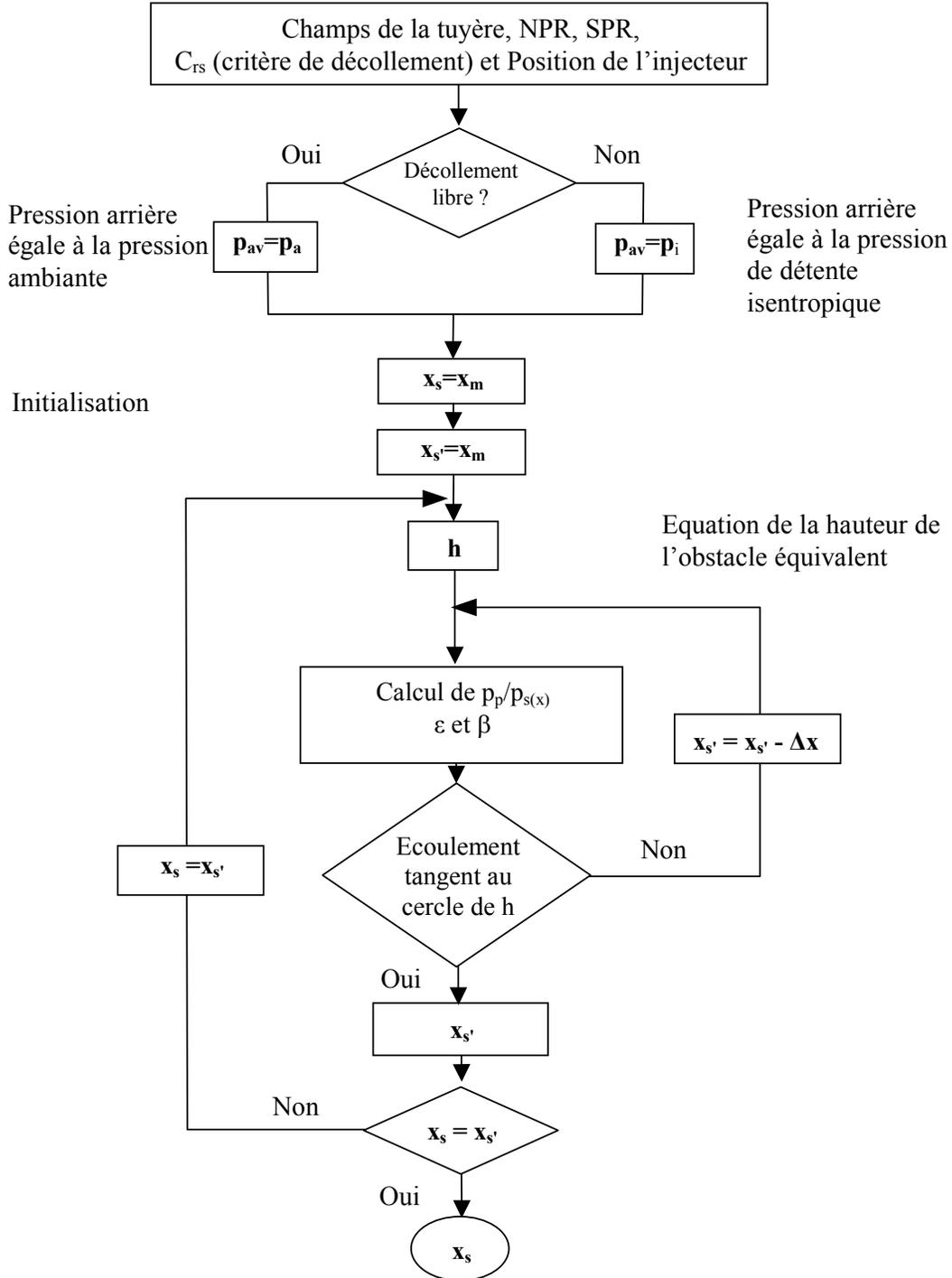


Fig. 3-5 Organigramme de calcul de la position du décollement dans le modèle 2D

3.1.3 Recollement derrière l'injecteur

En l'absence de contre pression à l'arrière de la tuyère, le jet secondaire a tendance à recoller à la paroi. L'écoulement extérieur subit alors une série de détentes sur l'obstacle créé par le jet injecté. Le recollement du jet est caractérisé par l'angle ψ_r avec lequel la ligne du jet impacte la paroi. Pour connaître l'état de l'écoulement en aval de l'obstacle, il convient de noter les éléments suivants :

- Tout d'abord, l'écoulement passe de l'état (1) à l'état (2) après une série de détentes en modifiant sa trajectoire d'un angle $\nu = \varepsilon$ (Fig. 3-6). L'écoulement sur l'obstacle est donc supposé parallèle à la paroi de la tuyère. On utilise la relation de Prandtl-Mayer pour déterminer par une méthode inverse le nombre de Mach M_2 de l'écoulement au dessus de la marche :

$$\nu = \varepsilon = -\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} (M_2^2 - 1)} + \tan^{-1} \sqrt{M_2^2 - 1} \quad 3-25$$

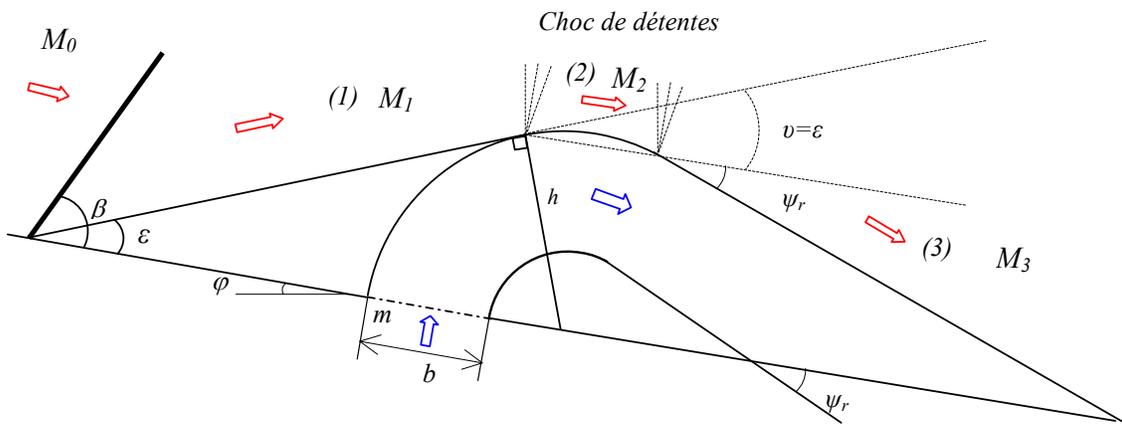


Fig. 3-6 Etat de l'écoulement en dessus et en aval de la marche équivalente

- L'écoulement passe ensuite à l'état (3) après une autre série de détentes et une deuxième modification de sa trajectoire caractérisée par l'angle ψ_r . Deux paramètres principaux sont à déterminer dans ce cas :

- L'angle de recollement ψ_r (Fig. 3-6). Cet angle est évalué par un critère de recollement supersonique, développé par l'ONERA, en fonction du nombre de Mach M_1 de l'écoulement décollé. Ce critère est donné par la relation suivante :

$$\psi_r = 32.6 - \frac{29.2}{M_1} \quad 3-26$$

Par exemple, dans les expériences de la NASA, M_1 vaut au plus 1.5 dans le cas bidimensionnel et donc ψ_r est inférieur à 15° . Il atteint 2.5 dans le cas axisymétrique, ce qui conduit à un angle ψ_r de 20° .

- Le nombre de mach M_3 . Il peut être estimé en utilisant la relation de Prandtl-Mayer en fonction de ψ_r :

$$\nu = \psi_r = -\sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1}} \tan^{-1} \sqrt{\frac{\gamma+1}{\gamma-1} (M_3^2 - 1)} + \tan^{-1} \sqrt{M_3^2 - 1} \quad 3-27$$

3.1.4 Calcul des efforts

Lors d'une injection dans un écoulement supersonique, les efforts mis en jeu sont calculés dans le modèle par la différence entre les courbes de pression sur la paroi de l'injection et sur la paroi opposée.

Les différents efforts sont évalués à partir de la distribution des pressions dans chacune des zones induites par l'injection secondaire dans la tuyère. On distingue, Fig. 3-7 :

- Les efforts dans la zone de séparation F_{xs}, F_{ys} , dus à la pression plateau en amont de l'injecteur (zone en gris).
- Les efforts dus au gaz injecté F_{xj}, F_{yj} . (Zone en rouge).
- Les efforts F_{xd}, F_{yd} dus à la dissymétrie de la tuyère en présence de l'écoulement ambiant en aval d'une tuyère sur-détendue (zone en bleu). Ici, on suppose que la pression ambiante règne en aval de l'injecteur dans le cas de la présence du décollement libre.
- Les efforts F_{xr}, F_{yr} dus à la dépression en aval de l'injecteur dans une tuyère adaptée ou sous-détendue. Ces efforts existent dans le cas de recollement du jet à la paroi (zone en violet) Fig. 3-7. C'est la seule force qui s'oppose aux efforts précédents.

Nous parlerons de toutes les sources de ces efforts en détail dans le cas axisymétrique de notre modèle analytique.

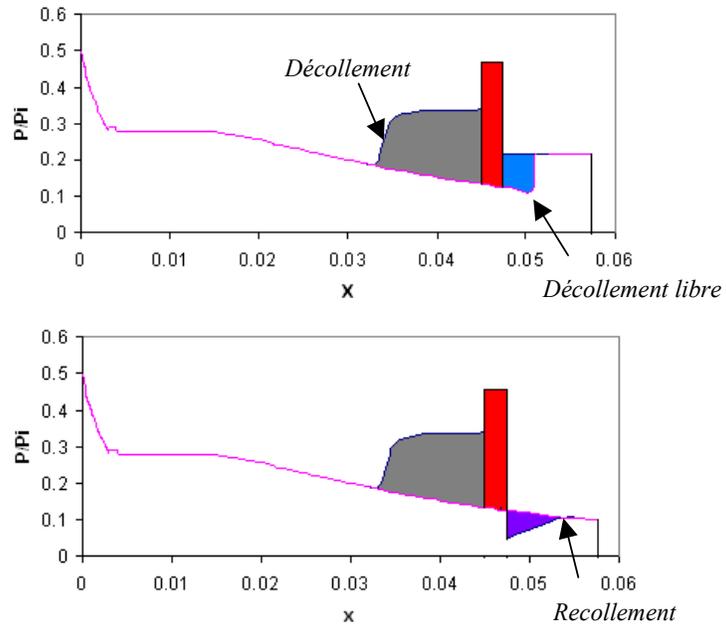


Fig. 3-7 Répartition des forces de pression calculées dans une tuyère sur-détendue (haut) et sous-détendue (bas)

3.2 Modélisation de l'injection par une fente annulaire

La modélisation du cas de l'injection secondaire dans une tuyère axisymétrique supersonique est présentée dans ce paragraphe. Le modèle établi et programmé est similaire au modèle 2D dans ses différentes étapes dans le calcul des paramètres de la vectorisation fluïdique. Le principe de l'utilisation d'une marche équivalente au jet injecté est adapté à ce cas. La hauteur de cette marche est calculée à l'issue d'un bilan de quantité de mouvement de la zone d'interaction des jets (jet primaire/jet secondaire), celle-ci prend une forme particulière en raison des effets tridimensionnels. Des formes du type tore ou sphère sont considérées afin de représenter cet obstacle fictif. Les efforts latéraux, plus complexes dans le cas 3D, sont calculés sur toute la paroi de la tuyère axisymétrique. Plusieurs théories et principes sont utilisés pour évaluer ces efforts. L'angle de vectorisation est calculé dans un plan de symétrie xy de la même manière que dans le cas 2D. Les paramètres les plus importants obtenus à l'issue de la modélisation sont l'angle de déviation δ et les efforts axiaux et normaux obtenus par intégration numérique de la pression pariétale.

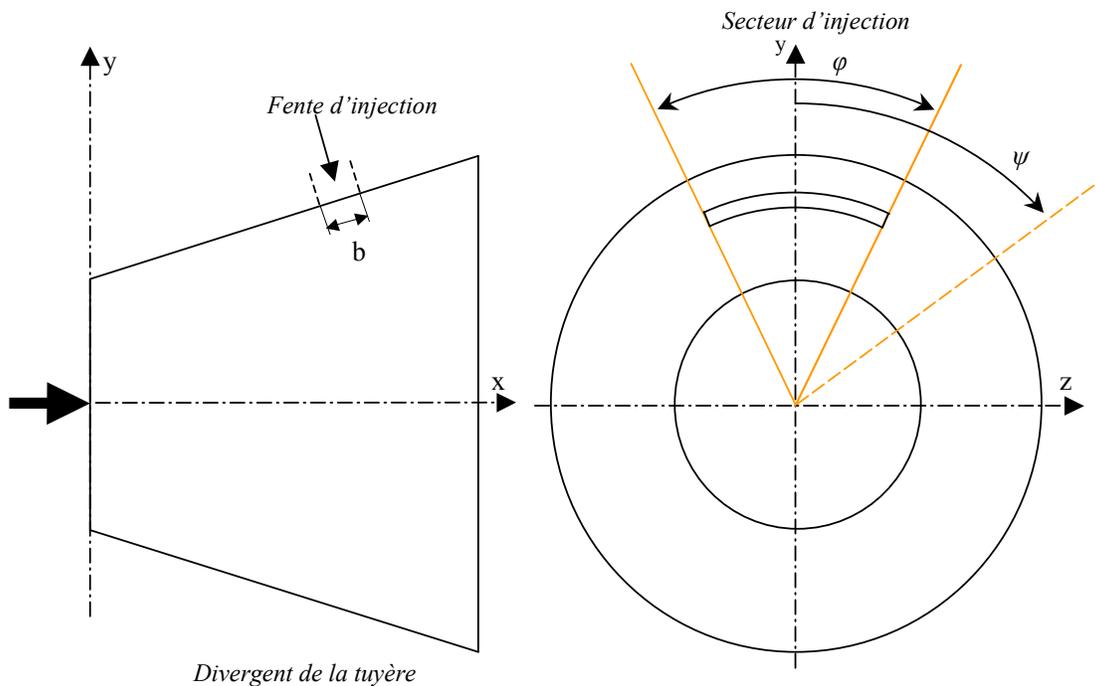


Fig. 3-8 Schéma explicatif de l'injection par une fente annulaire

Lors de la construction de ce modèle, nous supposons que le point d'origine est placé au centre du col de la tuyère, l'axe longitudinal x est dans le sens de l'écoulement primaire, l'axe normal y est dirigé vers le haut, le plan xy est le plan de symétrie de la tuyère passant par le milieu de l'injecteur, (voir Fig. 3-8).

3.2.1 Modélisation de la hauteur de marche fictive

L'injection dans une tuyère axisymétrique se fait par une fente annulaire d'une largeur b et d'un angle d'injection φ (Fig. 3-8). Dans le cas d'une tuyère axisymétrique, le volume de contrôle est décomposé en deux parties principales pour le calcul du bilan de la quantité de mouvement, (Fig. 3-9):

- Partie A : Une forme de tore (1/4 de tore) courbée sur la paroi de la tuyère sur un angle équivalent à celui de l'injection, cette partie présente principalement le fluide injecté par la fente. La courbure de cette zone est caractérisée par le rayon R égal au rayon de la tuyère au niveau de l'orifice d'injection (en y_j) et par le rayon h qui caractérise la hauteur de l'obstacle fictif recherché. Dans ce schéma, on néglige l'effet de convergence de la tuyère.
- Partie B : Une forme sphérique (1/8 sphère) située de part et d'autre de la partie A , cette partie modélise l'effet de contournement du fluide primaire. Cette partie est caractérisée par un seul paramètre h , le rayon de la sphère.

Certaines hypothèses et simplifications utilisées dans le cas plan (voir paragraphe 3.1.1) sont reprises dans la modélisation du cas tridimensionnel. Un bilan de quantité de mouvement est appliqué au volume de contrôle en utilisant la forme de l'équation 3-1, (Fig. 3-9), l'intégration des efforts s'effectue donc en deux parties:

Calcul d'efforts appliqués sur la partie A du volume de contrôle (forme de tore) :

$$F_{x1} = \int_A dF_{x1} = \int_A p \sin \alpha . dA \quad 3-28$$

En supposant que $R \gg h$, l'élément de surface s'écrit, (Fig. 3-10) :

$$dA = h(R - h \sin \theta) \varphi d\theta \approx hR \varphi d\theta \quad 3-29$$

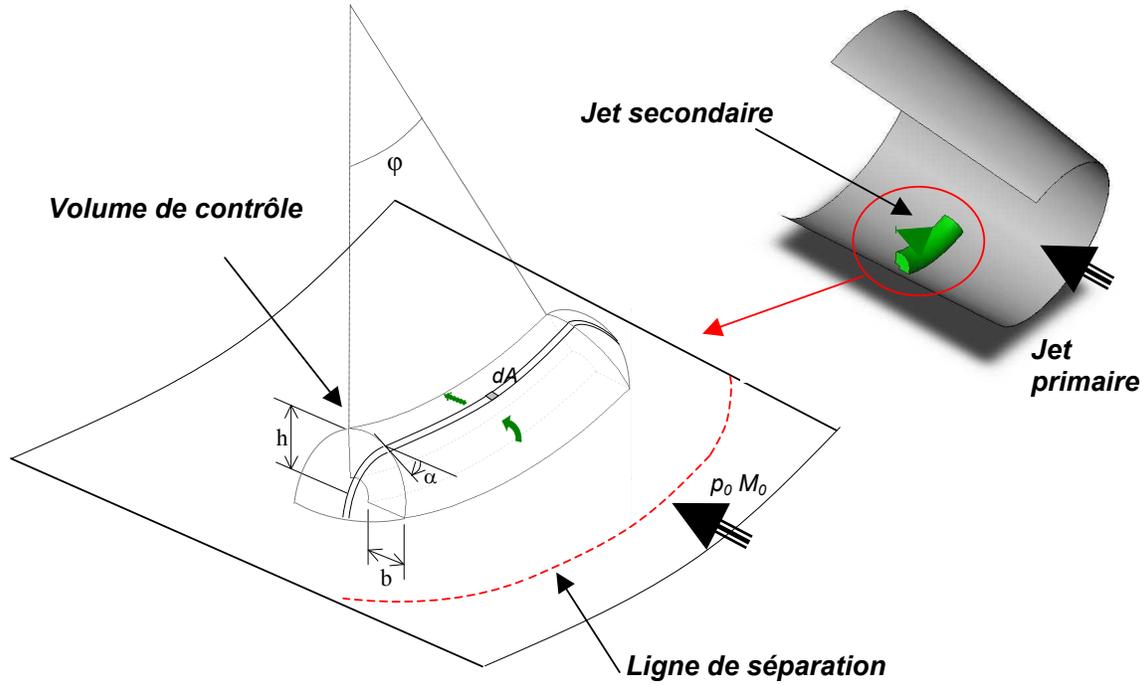


Fig. 3-9 Schéma d'injection annulaire montrant la construction du volume de contrôle

On suppose en outre que la longueur de l'arc de l'élément de surface $R\varphi$ est constante sur toute la surface du cylindre, on néglige l'effet de convergence de la tuyère.

De même que pour le cas 2D, on utilise la formule de Newton modifiée pour aboutir à la forme suivante :

$$dF_{x1} = (p_0 \cos \theta + q_0 C_{p_{\max}} \cos^3 \theta) h R \varphi d\theta \quad 3-30$$

En faisant l'intégration de 0 à $\pi/2$ on obtient la force appliquée sur la face amont de la partie A :

$$F_{x1} = \left(p_0 + \frac{2}{3} q_0 C_{p_{\max}} \right) h R \varphi \quad 3-31$$

Une approximation de la force exercée par la pression p_{av} à l'arrière de la marche est donnée par la relation suivante :

$$F_{x2} = -p_{av} h R \varphi \quad 3-32$$

La force totale appliquée sur la partie A :

$$F_{x\text{tor}} = F_{x1} + F_{x2} = \left(\frac{2}{3} q_0 C_{p\text{max}} + p_0 - p_{av} \right) h R \varphi \quad 3-33$$

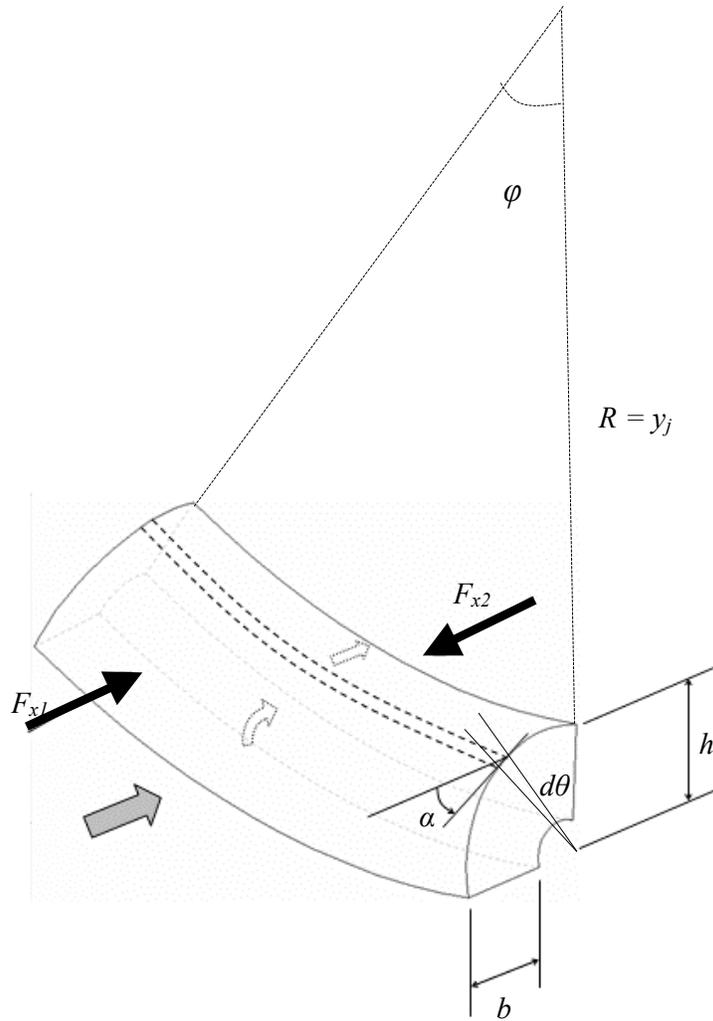


Fig. 3-10 Intégration des forces sur la partie A du volume de contrôle

Calcul d'efforts appliqués sur la partie B (forme de sphère):

La Fig. 3-11 montre l'élément de surface utilisé dans l'intégration des efforts sur la partie B. Cet élément de surface est calculé comme suit :

$$dA = 2 \frac{2\pi (h \sin \theta)}{4} h d\theta = \pi h^2 \sin \theta d\theta \quad 3-34$$

$$dF_{x1} = P \sin \alpha dA = (p_0 \sin \alpha + q_0 C_{p\max} \sin \alpha^3) dA$$

$$dF_{x1} = (p_0 \sin \alpha \sin \theta + q_0 C_{p\max} \sin \alpha^3 \sin \theta) \pi h^2 d\theta$$

De la Fig. 3-11, on a : $\sin \alpha = \cos \theta$

$$dF_{x1} = (p_0 \cos \theta \sin \theta + q_0 C_{p\max} \cos^3 \theta \sin \theta) \pi h^2 d\theta$$

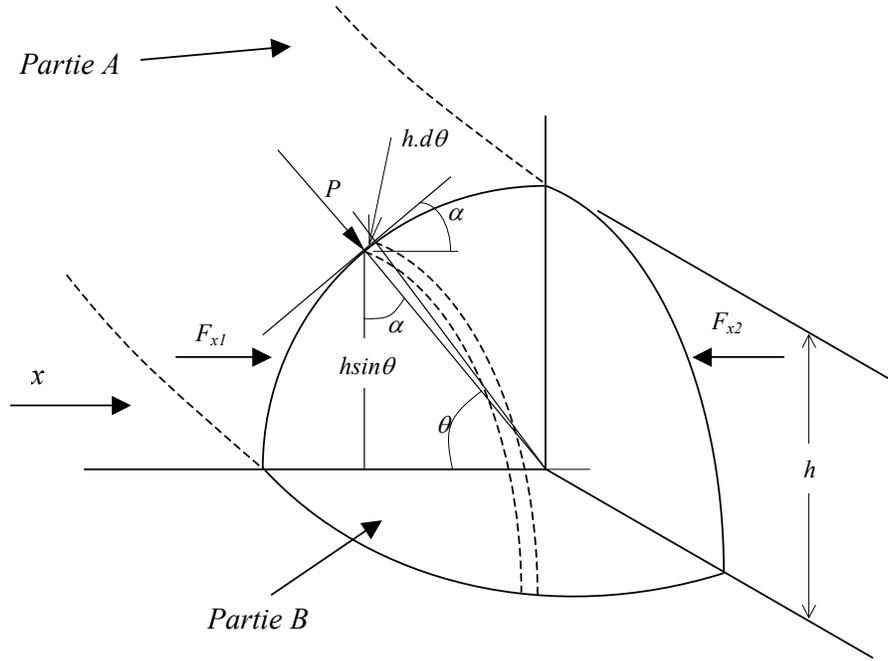


Fig. 3-11 Intégration des forces sur la partie B (forme sphérique)

Les relations trigonométriques permettent de transformer l'équation précédente sous la forme :

$$dF_{x1} = \left(p_0 \frac{1}{2} \sin 2\theta + q_0 C_{p\max} \left(\frac{1}{8} \sin 4\theta + \frac{1}{4} \sin 2\theta \right) \right) \pi h^2 d\theta$$

On fait l'intégration sur θ de 0 à $\pi/2$:

$$F_{x1} = \int_0^{\pi/2} \left(p_0 \frac{1}{2} \sin 2\theta + q_0 C_{p\max} \left(\frac{1}{8} \sin 4\theta + \frac{1}{4} \sin 2\theta \right) \right) \pi h^2 d\theta$$

$$F_{x1} = \left[-p_0 \frac{1}{4} \cos 2\theta + q_0 C_{p\max} \left(-\frac{1}{32} \cos 4\theta - \frac{1}{8} \cos 2\theta \right) \right]_0^{\pi/2} \pi h^2$$

$$F_{x1} = \left[P_0 \frac{1}{4} + q_0 C_{p \max} \left(-\frac{1}{32} + \frac{1}{8} \right) \right] - \left[-P_0 \frac{1}{4} + q_0 C_{p \max} \left(-\frac{1}{32} - \frac{1}{8} \right) \right] \pi h^2$$

On obtient finalement la relation suivante pour F_{x1} :

$$F_{x1} = \frac{1}{2} p_0 \pi h^2 + q_0 C_{p \max} \frac{1}{4} \pi h^2 \quad 3-35$$

La force F_{x2} est appliquée aux deux quarts de cercle de rayon h :

$$F_{x2} = -2 \frac{1}{4} p_{av} \pi h^2 \quad 3-36$$

La force totale appliquée sur la partie B du volume de contrôle est finalement donnée par l'équation suivante :

$$F_{x sph} = \left(\frac{\pi}{4} q_0 C_{p \max} + \frac{p_0 - p_{av}}{2} \pi \right) h^2 \quad 3-37$$

Calcul de la quantité de mouvement à travers le volume de contrôle

On suit la même procédure que pour le cas plan pour le calcul de la dérivée de la quantité de mouvement à travers le volume de contrôle ($\frac{d}{dt} \int_r \rho.v.dr = m_j v_j$), sachant que la section effective de l'injecteur :

$$A_j = c_d A_c = c_d b R \varphi \quad 3-38$$

Par conséquent, la quantité de mouvement sera donnée par la relation suivante :

$$m_j v_j = 2 A_j \gamma_j P_{0j} \left(\frac{2}{\gamma_j + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma_j - 1}} \left[\frac{1}{\gamma_j^2 - 1} \left(1 - \left(\frac{P_j}{P_{0j}} \right)^{\frac{\gamma_j - 1}{\gamma_j}} \right) \right]^{1/2} \quad 3-39$$

Le bilan de quantité de mouvement (équation 3-1) donne :

$$\sum F_x = \frac{d}{dt} \int_r \rho.v.dr \quad 3-40$$

$$\Rightarrow F_{x sph} + F_{x tor} = m_j v_j \quad 3-41$$

$$\begin{aligned} & \left(\frac{\pi}{4} q_0 C_{p_{\max}} + \frac{p_0 - p_{av}}{2} \pi \right) h^2 + \left(\frac{2}{3} q_0 C_{p_{\max}} + p_0 - p_{av} \right) y_j \varphi h = \\ & 2A_j \gamma_j P_{0j} \left(\frac{2}{\gamma_j + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma_j - 1}} \left[\frac{1}{\gamma_j^2 - 1} \left(1 - \left(\frac{P_j}{P_{0j}} \right)^{\frac{\gamma_j - 1}{\gamma_j}} \right) \right] \end{aligned} \quad 3-42$$

L'équation 3-42 est une équation de deuxième degré en h , la solution positive de cette équation nous donne directement la hauteur de la marche équivalente utilisée dans le traitement du modèle axisymétrique.

$$\Delta = b^2 - 4ac$$

$$\begin{aligned} \Delta &= \left(\frac{2}{3} q_0 C_{p_{\max}} + p_0 - p_{av} \right)^2 y_j^2 \varphi^2 \\ &- 8A_j \gamma_j P_{0j} \left(\frac{\pi}{4} q_0 C_{p_{\max}} + \frac{p_0 - p_{av}}{2} \pi \right) \left(\frac{2}{\gamma_j + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma_j - 1}} \left[\frac{1}{\gamma_j^2 - 1} \left(1 - \left(\frac{P_j}{P_{0j}} \right)^{\frac{\gamma_j - 1}{\gamma_j}} \right) \right] \end{aligned}$$

La hauteur h s'exprime alors par la relation suivante :

$$h = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$$

$$h = \frac{- \left(\frac{2}{3} q_0 C_{p_{\max}} + p_0 - p_{av} \right) y_j \varphi + \sqrt{\Delta}}{2 \left(\frac{\pi}{4} q_0 C_{p_{\max}} + \frac{p_0 - p_{av}}{2} \pi \right)} \quad 3-43$$

3.2.2 Ligne de séparation et évaluation de la pression en aval

La ligne de séparation, dans le présent modèle tridimensionnel, désigne la ligne de décollement de la couche limite due à l'obstacle présenté par le fluide injecté. La littérature et les calculs numériques nous ont fourni plusieurs indications pour modéliser cette ligne qui est au cœur de notre modèle. Elle sera répartie en plusieurs sections : devant, autour et derrière la fente d'injection. La modélisation de cette ligne dépend aussi du régime de fonctionnement de la tuyère.

On s'appuie, pour déterminer la position de la ligne de séparation devant la fente d'injection, sur les considérations théoriques du modèle 2D. On considère que la position du décollement sur une génératrice passant par le milieu de l'injecteur ($\psi=0^\circ$) est similaire au cas 2D. On utilise ainsi la même méthode de recherche du point de séparation en fonction de la hauteur h , du critère de décollement et des relations des chocs obliques (voir Fig. 3-4). L'abscisse de la position du décollement x_s est supposée constante sur un angle φ , cela induit une pression plateau constante devant la fente d'injection, (Fig. 3-12).

On peut distinguer trois zones différentes dans le calcul des forces latérales sur la paroi de la tuyère :

La zone 1 est située devant l'injecteur : La répartition des pressions sur une ligne A située dans cette zone montre une évolution similaire à celle du cas plan précédemment décrite. La longueur de séparation L_s est donnée comme étant la distance entre l'injecteur (point m) et le point de la séparation (point s). Sa largeur varie de $L_{is} = \varphi \cdot y_{is}$ au point s à $L_{im} = \varphi \cdot y_{im}$ au point m , où φ est l'angle d'injection et y_i le rayon de la tuyère à l'abscisse x_i .

La zone 2 est située de part et d'autre de la zone 1 ($\psi > \varphi/2$). La répartition de la pression p_b dans cette zone est évaluée par interpolation elliptique faisant passer sa valeur de la pression plateau à la pression de détente isentropique sur la ligne de séparation ($\psi = \psi_b$). La détermination de la ligne de séparation dans cette zone est obtenue par la formule de Billig [20].

La zone 3 caractérise la zone aval de l'injecteur. La pression y est supposée constante et égale à la pression ambiante dans le cas de sur-détente (présence du décollement libre, cas illustré sur la Fig. 3-12) et suit l'évolution de la pression en tuyère non perturbée dans les autres régimes de fonctionnement de la tuyère.

A partir de x_d , la ligne de séparation continue suivant l'angle de Mach (voir paragraphe suivant), la pression passe de sa valeur en tuyère non perturbée jusqu'à la pression ambiante. Il est évident que cette zone n'existe pas dans le cas d'une tuyère adaptée ou sous détendue, la ligne de séparation s'arrête, dans ces cas au niveau de l'injecteur (point d).

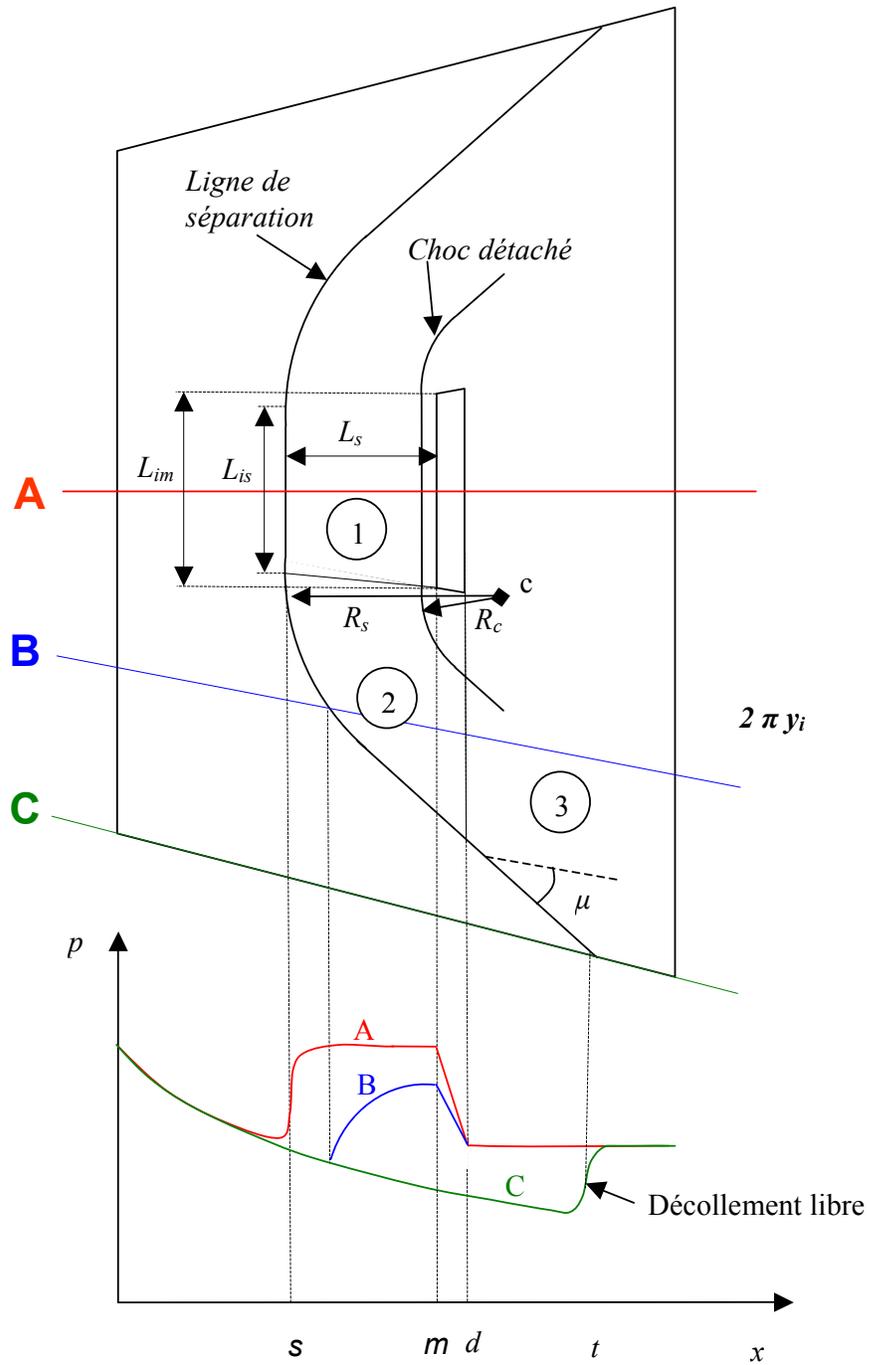


Fig. 3-12 Schématisation de la ligne de séparation et des pressions dans le cas d'une injection annulaire dans une tuyère sur-détendue ayant un décollement libre

3.2.2.1 Utilisation de la formule de Billig

Billig [20] a étudié l'écoulement supersonique face à un obstacle de forme cylindrique ou sphérique. A partir des expériences, il a bâti des relations caractérisant deux paramètres principaux : le rayon de courbure R_c de la trace du choc détaché induit dans l'écoulement et la distance Δ du choc au point d'arrêt (Shock Stand off). Ces deux paramètres, qui dépendent fortement de la physique de l'écoulement, sont déterminés expérimentalement en utilisant des techniques optiques telles que l'ombroscopie et les images de type Schlieren.

Dans cette méthode, il est supposé que la forme du choc détaché est une hyperbole de rayon de courbure R_c pour $y=0$ et dont l'asymptote est définie par l'angle de Mach de l'écoulement libre, Fig. 3-13.

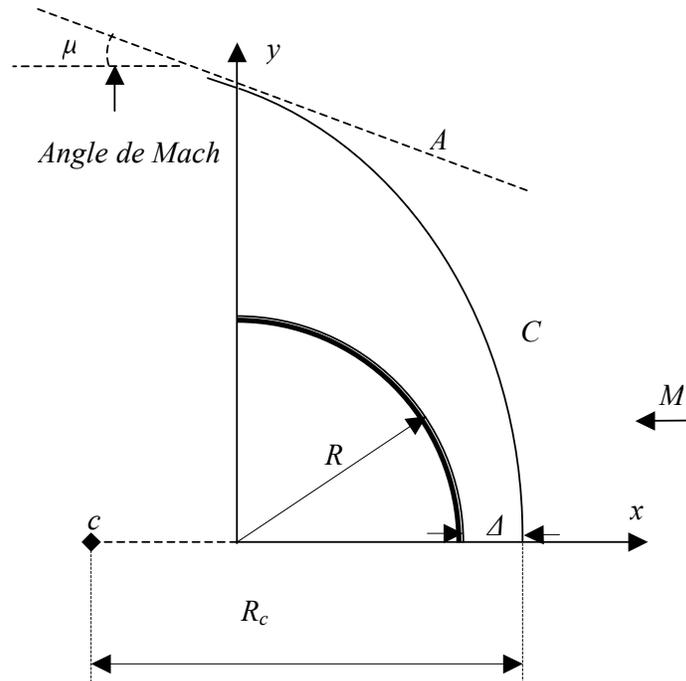


Fig. 3-13 Choc détaché autour d'un obstacle sphérique, théorie de Billig [20]

La relation définissant l'hyperbole du choc détaché est donnée par l'équation suivante :

$$x = R + \Delta - \frac{R_c}{\tan^2 \mu} \left[\left(1 + \frac{y^2 \tan^2 \mu}{R_c^2} \right)^{0.5} - 1 \right] \quad 3-44$$

où Δ est la distance du choc au point d'arrêt

R_c est le rayon de courbure de l'hyperbole

R est le rayon de la sphère ou du cylindre

Les paramètres principaux qui caractérisent l'hyperbole (rayon de courbure du choc détaché et distance du choc au point d'arrêt) sont obtenus par des équations déduites des données expérimentales. Pour la distance du point d'arrêt, on utilise les équations suivantes, Billig [20] :

$$\text{Sphère:} \quad \Delta / R = 0.143 \exp(3.24 / M^2) \quad 3-45$$

$$\text{Cylindre:} \quad \Delta / R = 0.386 \exp(4.67 / M^2) \quad 3-46$$

Et pour la courbure à $y=0$ (Fig. 3-13) :

$$\text{Sphère :} \quad R_c / R = 1.143 \exp\left[0.54 / (M - 1)^{1.2}\right] \quad 3-47$$

$$\text{Cylindre :} \quad R_c / R = 1.386 \exp\left[1.8 / (M - 1)^{0.75}\right] \quad 3-48$$

où M est le nombre de Mach de l'écoulement principal.

L'angle de Mach caractérisant l'asymptote de l'hyperbole est donné par la relation classique :

$$\mu = \arcsin(1 / M) \quad 3-49$$

Nous proposons de définir la ligne de séparation de notre modèle analytique en nous inspirant de la formule de Billig du choc détaché. La ligne de séparation suit donc la même tendance hyperbolique sur les deux bords, avec un rayon de courbure donnée par l'équation suivante par rapport au centre c (Fig. 3-12):

$$R_s = L_s + R_c - \Delta \quad 3-50$$

Pour développer l'équation précédente, on utilise la formule de Billig pour une sphère. Le rayon de la sphère R est remplacé ici par la hauteur de la marche équivalente h . Le rayon de courbure de la ligne de séparation est donc défini par l'équation suivante :

$$R_s = L_s + h \left[1.143 \exp\left(\frac{0.54}{(M-1)^{1.2}}\right) - 0.143 \exp\left(\frac{3.24}{M^2}\right) \right] \quad 3-51$$

Ce rayon R_s permettra de tracer la ligne de séparation de part et d'autre de la zone de séparation principale devant l'injecteur jusqu'à l'abscisse x_d représentant l'abscisse à l'arrière de l'injecteur.

5.2.2.2 Etat de l'écoulement en aval de l'injecteur

Dans une tuyère en régime de sur-détente, comme nous l'avons déjà précisé, la ligne de séparation suit une droite définie par l'angle de Mach, mais pour les autres régimes de fonctionnement de la tuyère, la présence de la ligne de séparation est négligée en aval de l'injecteur. En revanche, un recollement du jet injecté peut exister sur la paroi dans les autres régimes de fonctionnement de la tuyère. Ce recollement provoque une dépression par rapport au niveau de la pression dans une tuyère non perturbée. Le point de recollement sera défini par le même critère de recollement utilisé dans le cas plan, Mangin [11]).

$$\psi_r = 32.6 - \frac{29.2}{M_1} \quad 3-52$$

L'abscisse du point r définit la zone de recollement en aval de l'injecteur. Il est supposé constant sur un angle égal à celui de l'injection. La force de dépression issue de ce recollement sera déduite des autres efforts latéraux.

Le diagramme présenté sur la Fig. 3-14 résume les éléments principaux qui interviennent dans l'élaboration de notre modèle analytique 3D.

3.3 Calcul des efforts dans une tuyère axisymétrique avec injection par une fente

En général, on calcule la poussée dans les tuyères axisymétriques par l'équation suivante :

$$F = \dot{m} V_e + (p_e - p_a) A_e \quad 3-53$$

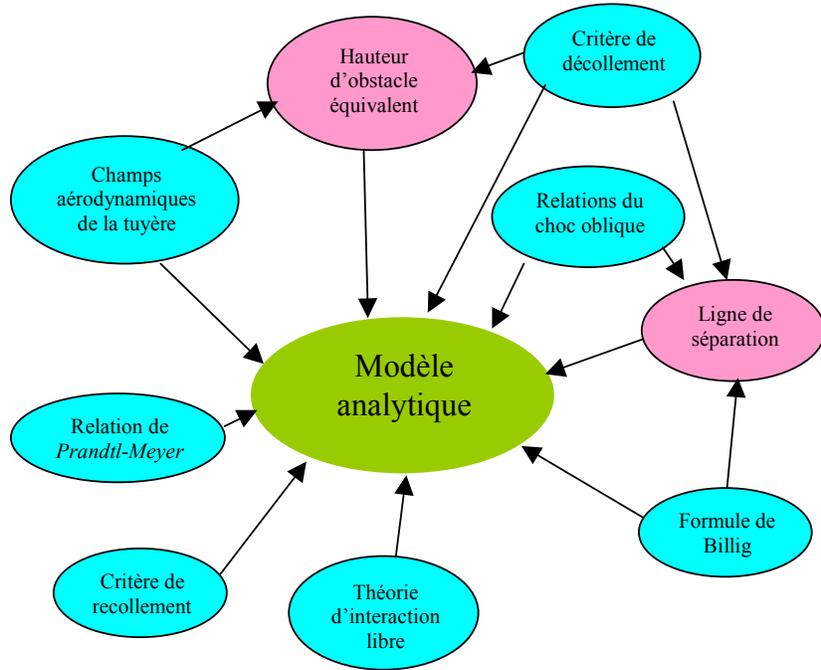


Fig. 3-14 Diagramme des différents éléments du modèle analytique

Mais en présence de l'injection secondaire, ces calculs sont plus difficiles en raison de l'asymétrie des efforts latéraux. La poussée est, dans ce cas, estimée à partir du calcul des composantes des différents efforts de pression et de la quantité de mouvement sur les trois axes. On suppose encore que les efforts visqueux sont négligeables, la poussée totale est écrite de la façon suivante :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad 3-54$$

Le calcul des composantes de la poussée s'effectue par la différence de pressions entre les zones concernées et l'évaluation des pressions dans la tuyère non-perturbée. Les différents efforts sur z sont opposés par rapport au plan de symétrie xy :

$$F_z = \sum dF_z = 0 \quad 3-55$$

Les autres composantes (axiales et normales) de la poussée permettent d'évaluer l'angle de la vectorisation δ :

$$\delta = \tan^{-1} \frac{F_y}{F_x} \quad 3-56$$

Le programme du modèle analyse les différentes sources d'efforts axial et normal. La force axiale est donc la résultante des efforts appliqués sur les différentes zones, (Fig. 3-16) :

$$F_x = F_{col} + F_{xtuy} + F_{xs} + F_{xb} + F_{xj} + F_{xd} + F_{xr} \quad 3-57$$

et la force normale :

$$F_y = F_{ytuy} + F_{ys} + F_{yb} + F_{yj} + F_{yd} + F_{yr} \quad 3-58$$

où :

- F_{col} : Flux de dynalpie traversant la section du col de la tuyère (composante majeure de la poussée totale). Ce flux est calculé de la manière suivante :

$$F_{col} = p_c A_c + \rho_c u_c^2 A_c = \pi r_c^2 p_c (1 + \gamma M_c^2) \quad 3-59$$

où r_c est le rayon du col de la tuyère.

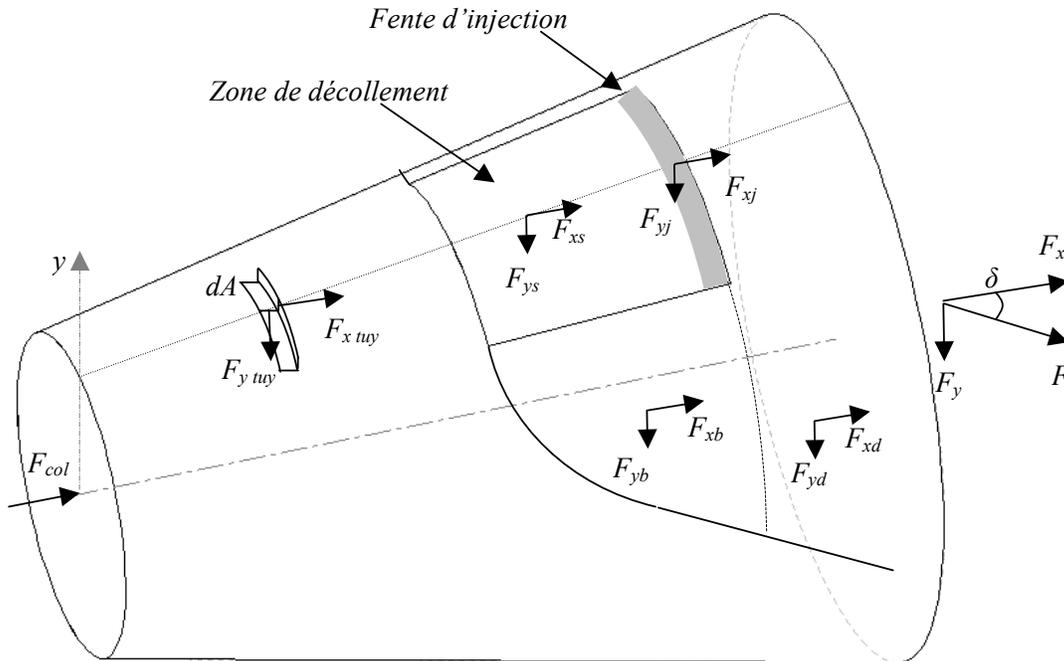


Fig. 3-15 Efforts latéraux de la tuyère axisymétrique avec injection secondaire

- F_{xtuy}, F_{ytuy} : Efforts axial et normal sur la paroi de la tuyère non perturbée par l'injection (avant la ligne de séparation). Les forces normales sont égales et de sens opposés dans ce cas par rapport au plan de symétrie :

$$F_{ytuy} = \sum dF_{ytuy} = 0$$

- F_{xs}, F_{ys} : Efforts axial et normal dans la région de décollement qui subit une pression constante égale à la pression plateau en amont de l'injecteur (zone en gris).
- F_{xb}, F_{yb} : Efforts axial et normal sur les bords de zone de décollement, marqués par une diminution de la pression selon une loi elliptique de la valeur plateau aux valeurs dans la tuyère non perturbée (zone en vert).

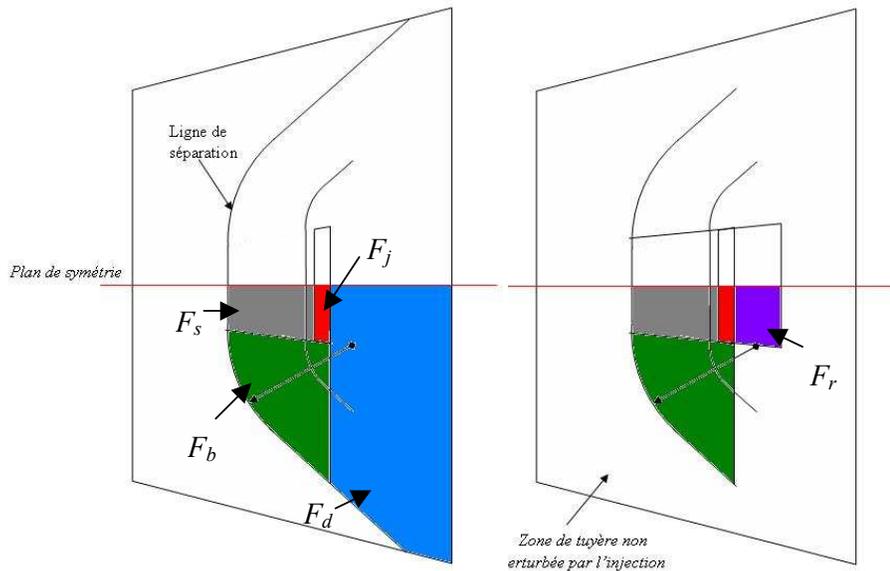


Fig. 3-16 Distribution de la pression dans une tuyère sur-détendue (gauche) et sous-détendue (droite)

- F_{xj}, F_{yj} : Flux de dynalpie du gaz injecté (zone en rouge).
- F_{xd}, F_{yd} : Efforts axial et normal dus à la dissymétrie de la pression ambiante régnant derrière la zone d'injection (zone en bleu). Ces efforts existent uniquement dans le cas des tuyères sur-détendues ayant un décollement libre.
- F_{xr}, F_{yr} : Efforts axial et normal dus à la dépression en aval de l'injecteur, caractérisés par la ligne de recollement (zone en violet) et la pression p_r . Ces efforts n'existent que dans le cas de recollement du jet secondaire à la paroi.

L'organigramme suivant, Fig. 3-17, présente le schéma suivi dans le calcul des efforts dans le modèle analytique.

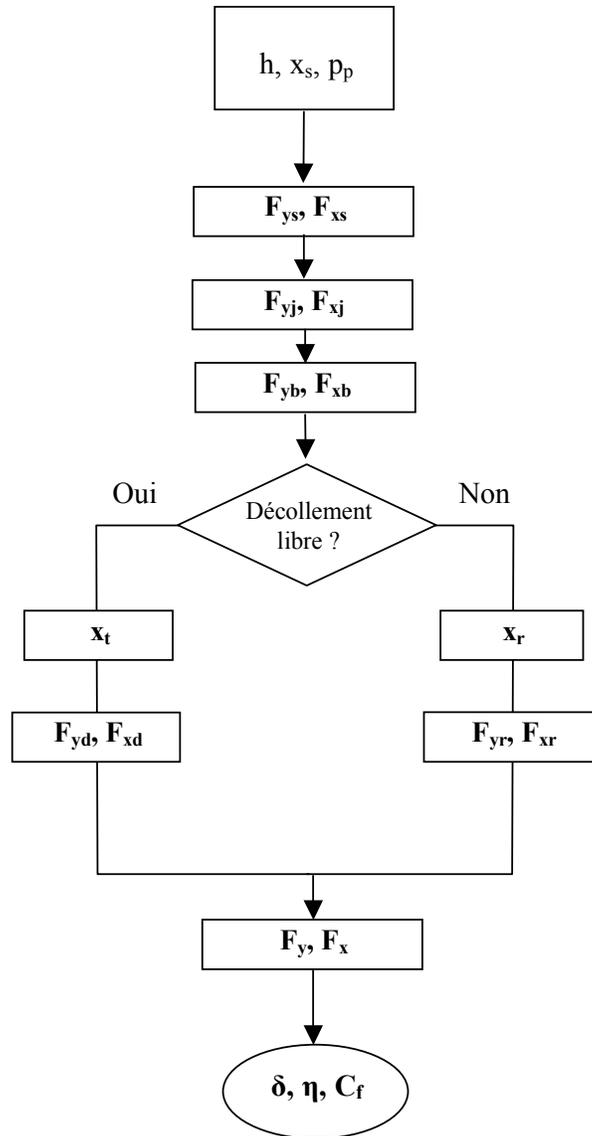


Fig. 3-17 Organigramme de calcul des efforts et des caractéristiques

Le programme, écrit en Fortran, calcule tous les efforts en faisant l'intégration des pressions sur chaque zone (force de pressions). Des éléments de surfaces sont définis pour chaque zone et des équations discrétisées sont donc utilisées. Finalement, il convient de noter que tous les efforts normaux calculés sont comptés positivement tant que l'angle ψ ne dépasse

pas 90° . Au-delà de cet angle (l'autre moitié de la tuyère), leur contribution devient négative par rapport aux autres ($\psi < 90^\circ$).

3.3.1 Efforts sur la zone de séparation devant l'injecteur

Les calculs des efforts exercés dans cette zone sont rendus possibles une fois calculées l'abscisse du point de séparation s et la hauteur de la marche équivalente. L'écoulement étant supposé parallèle à la ligne de glissement issue du point de séparation et tangente au cercle du jet injecté. La ligne de séparation est située parallèlement à l'injecteur sur un arc angulaire $\psi = [\frac{\varphi_{inj}}{2}, -\frac{\varphi_{inj}}{2}]$ à une distance $x = x_s$ du col ($r = r_s$), d'une largeur circonférentielle correspondant à l'angle de l'injecteur φ_{inj} , $Lr_s = \varphi_{inj} r_s$.

La force axiale s'exerçant sur un élément de surface à l'abscisse x_i s'écrit :

$$\Delta F_{xs} = (p_p - p_i) \Delta A_i \quad 3-60$$

Avec : $\Delta A_i = \frac{r_{i+1} - r_{i-1}}{2} \varphi_{inj} r_i$

La force totale F_{xs} de cette zone sera calculée par :

$$F_{xs} = \sum_{i=is}^{im} (p_p - p_i) \frac{r_{i+1} - r_{i-1}}{2} \varphi_{inj} r_i \quad 3-61$$

im étant l'indice relatif à l'abscisse x_m , abscisse du début de l'injecteur.

L'élément de force normale à l'abscisse x_i s'écrit :

$$\Delta F_{ysi} = (p_p - p_i) \Delta A_j = (p_p - p_i) \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2} r_i \frac{\sin(\psi_{j+1}) - \sin(\psi_{j-1})}{2} \quad 3-62$$

où l'indice j fait référence au pas angulaire.

La force normale au pas i s'écrit:

$$F_{ysi} = 2 \sum_{j=0}^{\varphi_{inj}/2} (p_p - p_i) \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2} r_i \frac{\sin(\psi_{j+1}) - \sin(\psi_{j-1})}{2} \quad 3-63$$

La force normale sur toute la zone de séparation F_{ys} est calculée par sommation :

$$F_{ys} = \sum_{i=is}^{im} F_{ysi} \quad 3-64$$

3.3.2 Efforts sur les bords de la zone de séparation

La deuxième partie de la zone de décollement correspond à celle située de part et d'autre de la zone de séparation principale devant l'injecteur. Elle est modélisée, comme nous l'avons vu précédemment, par une forme hyperbolique C inspirée de la formule de Billig avec un rayon de courbure R_s donné par l'équation 3-51. Un point k se trouvant sur C est repéré par ses paramètres x_k , r_k et ψ_k tel que $\varphi/2 < \psi_k < \psi_{kmax}$ (l'indice i est remplacé dans cette zone par l'indice k). Dans cette zone, la pression varie de sa valeur de "pression plateau" p_p à $\psi_k = \varphi/2$ jusqu'à la pression de la détente isentropique de la tuyère non perturbée par l'injection à $\psi_k = \psi_{kmax}$. L'angle ψ_{kmax} est déterminé par rapport au centre c en calculant L_{rk} à partir l'équation de l'hyperbole définissant la ligne C , Fig. 3-18.

On extrait alors l'angle ψ_{kmax} :

$$\psi_{kmax} = \frac{L_{rk}}{r_k} \quad 3-65$$

On obtient, à partir de cette équation, les autres coordonnées cartésiennes du point k (Fig. 3-18):

$$z_k = r_k \sin(\varphi_{inj} / 2 + \psi_{kmax}) \quad y_k = r_k \sin(\varphi_{inj} / 2 + \psi_{kmax}) \quad 3-66$$

La pression p_b à chaque (k,j) est calculée par une interpolation elliptique, elle est donnée par l'équation suivante :

$$p_{bk,j} = (p_p - p_k) \left(1 - \frac{(\psi_j r_k)^2}{L_{rk}^2} \right)^{0.5} \quad 3-67$$

On utilise la même démarche que la précédente pour calculer les efforts axial et normal. L'indice k varie de $k=kb=ib$ sur la courbe C à $k=kd=id$ (kd étant l'indice à l'abscisse x_d à l'arrière de l'injecteur).

Pour la force axiale :

$$\Delta F_{xb} = p_{bk,j} \frac{r_{k+1} - r_{k-1}}{2} \Delta \psi_j r_k \quad 3-68$$

$$F_{xb} = 2 \sum_{k=kb}^{kd} \sum_{j=\varphi_{inj}/2}^{\psi_{kmax}} \Delta F_{xb} \quad 3-69$$

Et pour la force normale :

$$\Delta F_{yb} = p_{bk,j} \frac{x_{k+1} - x_{k-1}}{2} r_k \frac{\sin(\psi_{j+1}) - \sin(\psi_{j-1})}{2} \quad 3-70$$

$$F_{yb} = 2 \sum_{k=kb}^{kd} \sum_{j=\varphi_{mj}/2}^{\psi_{kmax}} \Delta F_{yb} \quad 3-71$$

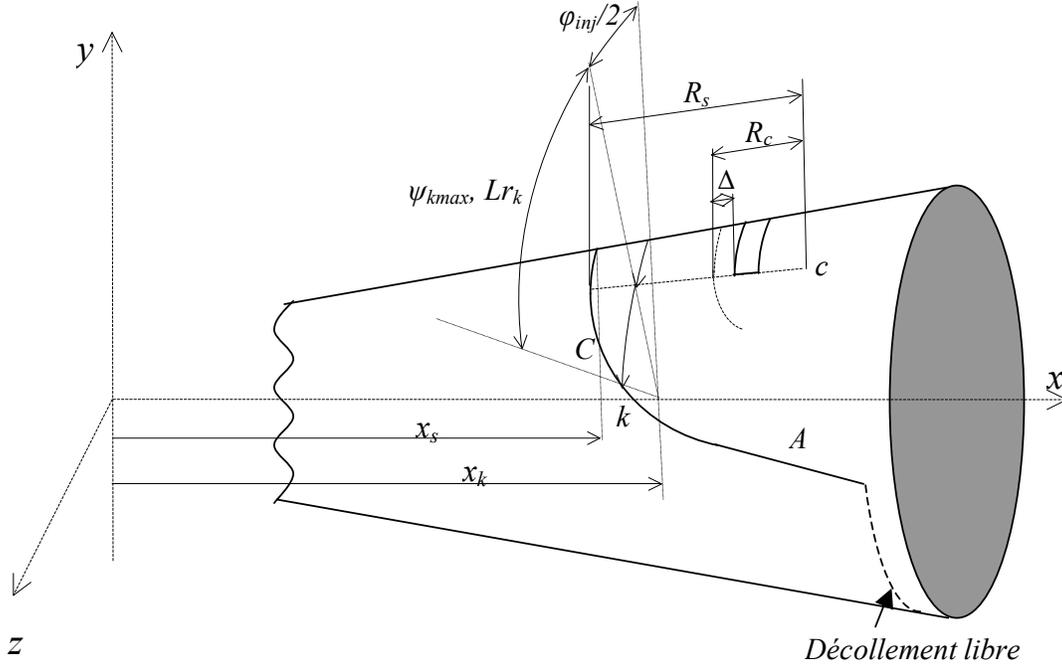


Fig. 3-18 Schéma du calcul analytique des efforts

3.3.3 Efforts en aval de l'injecteur

3.3.3.1 Cas des tuyères sur-détendues (avec un décollement libre)

La ligne de séparation continue à se développer vers l'arrière de la tuyère suivant la forme de l'asymptote A à la courbe C définie par l'angle de Mach de l'écoulement libre avant la ligne de séparation M_d (équation 3-49). La ligne A sert à faire passer l'écoulement de la pression dans la tuyère non perturbée à la pression ambiante p_a derrière l'injecteur.

Un point k appartenant à la ligne A (Fig. 3-18) est repéré par les coordonnées suivantes : x_k , r_k et ψ_k tel que $0 < \psi_k < \psi_{kmax}$, $k=i$

L'élément de force axiale s'écrit :

$$\Delta F_{xd} = (p_a - p_k) \Delta A_k = (p_a - p_k) \frac{r_{k+1} - r_{k-1}}{2} \psi_{k \max} r_k \quad 3-72$$

La force axiale F_{xd} s'écrit :

$$F_{xd} = 2 \sum_{k=kd}^{kt} \Delta F_{xd} \quad 3-73$$

où kt est l'indice à l'abscisse x_t (abscisse du point de décollement libre calculé pour un NPR donné).

L'élément de force normale :

$$\Delta F_{yd} = (p_a - p_k) \Delta A_j = (p_a - p_k) \frac{x_{k+1} - x_{k-1}}{2} r_k \frac{\sin(\psi_{j+1}) - \sin(\psi_{j-1})}{2} \quad 3-74$$

Et la force normale derrière l'injecteur :

$$F_{yd} = 2 \sum_{k=kd}^{kt} \sum_{j=0}^{\psi_{k \max}} \Delta F_{yd} \quad 3-75$$

3.3.3.2 Cas des tuyères adaptées et sous-détendues

Le fait de passer au régime d'adaptation ou de sous-détente fait disparaître la zone de séparation en aval de l'injecteur, le calcul des efforts s'arrête au niveau du point d de l'injecteur, mais il met en évidence une zone de recollement où une dépression règne sur la paroi juste derrière l'injecteur. On suppose que cette zone couvre un angle $-\varphi_{inj} / 2 < \psi < +\varphi_{inj} / 2$. La ligne de recollement est fixée à $x=x_r$.

Les efforts axial et normal sont donnés par la suite :

Elément de force axiale ΔF_{xr} :

$$\Delta F_{xr} = (p_r - p_i) \Delta A_i = (p_r - p_i) \frac{r_{i+1} - r_{i-1}}{2} \varphi_{inj} r_i \quad 3-76$$

Et la force F_{xr}

$$F_{xr} = 2 \sum_{i=id}^{ir} (p_r - p_i) \frac{r_{i+1} - r_{i-1}}{2} \varphi_{inj} r_i \quad 3-77$$

L'élément de force normale au pas i ΔF_{yri} :

$$\Delta F_{yri} = (p_r - p_i) \Delta A_j = (p_r - p_i) \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2} r_i \frac{\sin(\psi_{j+1}) - \sin(\psi_{j-1})}{2} \quad 3-78$$

La force normale au pas i F_{yri} et la force normale F_{yr} s'écrivent

$$F_{yri} = 2 \sum_{j=0}^{\varphi_{mj}/2} (p_r - p_i) \frac{x_{i+1} - x_{i-1}}{2} r_i \frac{\sin(\psi_{j+1}) - \sin(\psi_{j-1})}{2} \quad 3-79$$

$$F_{yr} = \sum_{i=id}^{ir} F_{yri} \quad 3-80$$

où ir est l'indice à l'abscisse x_r , abscisse du point de recollement.

3.4 Modélisation de l'injection par un orifice circulaire

Dans le modèle d'injection circulaire simplifié, un corps solide remplace l'interaction jet primaire/jet secondaire et produit un comportement similaire au choc provoqué par le jet injecté. On va suivre les mêmes principes et étapes que pour les modèles bidimensionnel et tridimensionnel développés pour une fente annulaire. On suppose que l'injection est sonique et l'interface entre les fluides primaire et secondaire forme un quart de sphère, (Fig. 3-19), le rayon de cette sphère h sera utilisé comme paramètre équivalent à la hauteur d'une marche montante. Le calcul du bilan de quantité de mouvement sur cette interface est identique à celui abordé lors de l'injection par une fente (partie sphérique du volume de contrôle).

Dans ce cas, la force totale appliquée au volume de contrôle, (Fig. 3-19), s'exprime par :

$$F_x = \left(\frac{\pi}{4} q_0 C_{p\max} + \frac{p_0 - p_{av}}{2} \pi \right) h^2 \quad 3-81$$

Et la quantité de mouvement traversant le volume de contrôle :

$$m_j v_j = \pi c_d \frac{b^2}{2} \gamma_j P_{0j} \left(\frac{2}{\gamma_j + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma_j - 1}} \left[\frac{1}{\gamma_j^2 - 1} \left(1 - \left(\frac{p_j}{P_{0j}} \right)^{\frac{\gamma_j - 1}{\gamma_j}} \right) \right]^{1/2} \quad 3-82$$

En appliquant le bilan de la quantité de mouvement, on trouve la relation suivante :

$$\left(\frac{\pi}{4} q_0 C_{p_{\max}} + \frac{P_0 - P_{av}}{2} \pi \right) h^2 = \pi c_d \frac{b^2}{2} \gamma_j P_{0j} \left(\frac{2}{\gamma_j + 1} \right)^{\frac{1}{\gamma_j - 1}} \left[\frac{1}{\gamma_j^2 - 1} \left(1 - \left(\frac{P_j}{P_{0j}} \right)^{\frac{\gamma - 1}{\gamma}} \right) \right]^{1/2} \quad 3-83$$

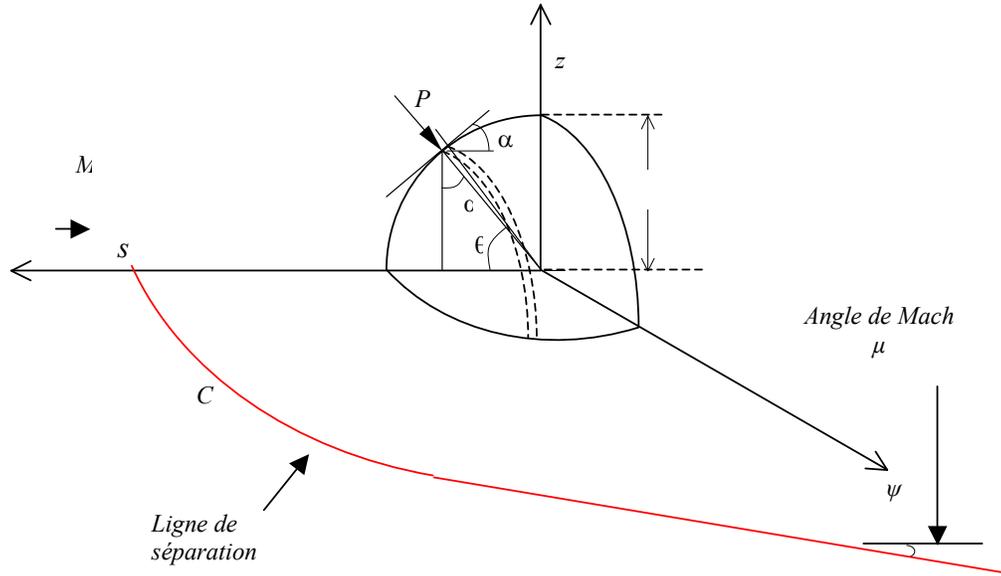


Fig. 3-19 Calcul du bilan de quantité de mouvement sur une interface sphérique.

Le paramètre h issu de l'équation précédente sert à tracer une ligne de séparation à l'aide de formule de Billig. La recherche du point s de séparation dans le plan de symétrie xy , passant par le milieu de l'injecteur, se comporte comme dans le cas plan. A partir du point s , la ligne de séparation se développe sur la paroi autour de l'injecteur, selon la formule de Billig (cas d'une sphère), Fig. 3-19. La pression dans la zone de séparation est évaluée par interpolation elliptique depuis la pression plateau (calculée par un des critères de décollement au point s) jusqu'à la pression de la tuyère non perturbée par l'injection. La Fig. 3-20 présente le schéma de l'injection circulaire et la trace de la ligne de séparation sur la paroi de la tuyère. Dans ce cas, la zone de séparation devant l'injecteur n'est pas caractérisée par une valeur constante de la pression comme dans le cas d'une injection par une fente.

Au delà, la ligne de séparation continue en suivant une droite raccordée à la courbe précédente par la tangente de l'angle de Mach $\mu = \arcsin(1/M_0)$. La trace du front de séparation s'arrête au point de décollement libre de la tuyère dans le cas de sur-détente, tandis

qu'elle s'arrête au niveau de l'injecteur dans les autres cas de fonctionnement de la tuyère. L'effet du recollement derrière l'injecteur est négligé dans cette configuration.

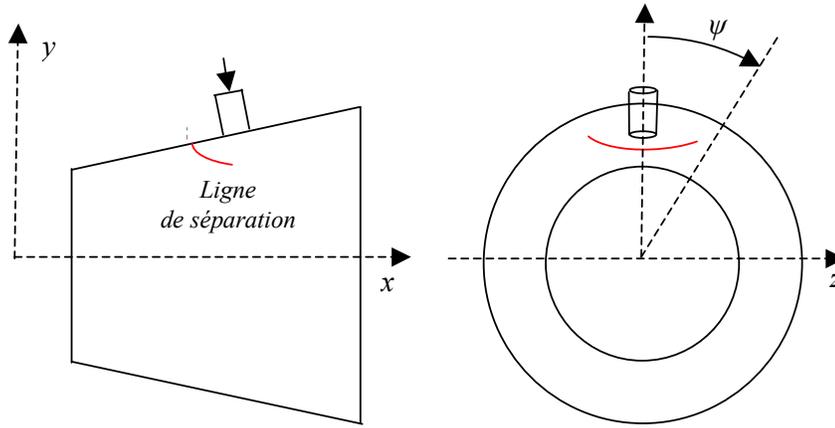


Fig. 3-20 Schéma d'injection circulaire dans une tuyère axisymétrique

Chapitre 4

Méthodes et calculs numériques

Ce chapitre est consacré en premier lieu à la présentation des modèles physiques et mathématique de la mécanique des fluides à travers un rappel des équations de Navier-Stokes compressibles instantanées puis moyennées. La discrétisation de ces équations est ensuite illustrée en utilisant la méthode des volumes finis, utilisée dans le code de calcul numérique (FASTRAN). En deuxième lieu, nous exposerons les modèles de turbulence utilisés dans notre étude : Baldwin-Lomax, Spalart-Allmaras, $k-\varepsilon$ et $k-\omega$. Enfin, nous présenterons les différentes étapes suivies lors des simulations numériques (maillage, conditions initiales et aux limites, propriétés du gaz, convergence et post-traitement).

4.1 Equations fondamentales des fluides compressibles

Pour un fluide compressible, visqueux et supposé parfait, les équations fondamentales de l'écoulement peuvent être données par les lois de conservations suivantes :

Equation de conservation de la masse :

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_j) = 0 \quad 4-1$$

où ρ est la masse volumique du fluide et u_j la composante j du vecteur vitesse.

Equation de conservation de quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho u_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\rho u_i u_j) = \frac{\partial}{\partial x_j} (-p \delta_{ij} + \tau_{ij}) \quad 4-2$$

où p est la pression statique, δ_{ij} le tenseur de Kronecker et τ_{ij} le tenseur des contraintes visqueuses.

Equation de conservation de l'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho E_t) + \frac{\partial}{\partial x_j} [u_j(\rho E_t + p)] = -\frac{\partial q_j}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j}(u_i \tau_{ij}) \quad 4-3$$

où q_j est le flux de chaleur dans la direction j , E_t est l'énergie totale par unité de masse, qui s'exprime par la relation suivante, à partir de l'énergie interne et de l'énergie cinétique :

$$E_t = e + \frac{1}{2} u_k u_k \quad 4-4$$

Il faut ajouter aussi l'équation d'état du gaz parfait :

$$p = \rho r T \quad 4-5$$

r étant la constante du gaz parfait.

Pour un fluide supposé newtonien, le tenseur des contraintes visqueuses prend la forme suivante :

$$\tau_{ij} = \mu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \lambda \delta_{ij} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \quad 4-6$$

Le flux de chaleur q_j en fonction de la température s'écrit :

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad 4-7$$

k est la conductivité thermique qui s'exprime en fonction de la viscosité dynamique par le nombre de Prandtl Pr :

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k} = \gamma \frac{\mu c_v}{k} \quad 4-8$$

c_p et c_v représentent respectivement les chaleurs spécifiques à pression et à volume constants. En supposant que le fluide est calorifiquement parfait (l'énergie interne $e = c_v T$ et l'enthalpie $h = c_p T$), le flux de chaleur peut s'écrire :

$$q_j = -k \frac{\partial T}{\partial x_j} = -\frac{\mu}{Pr} \frac{\partial h}{\partial x_j} \quad 4-9$$

4.2 Equations moyennées

Une quantité instantanée ϕ de l'écoulement peut être décomposée selon Reynolds en une partie moyenne $\bar{\phi}$ et une partie fluctuante ϕ' :

$$\phi = \bar{\phi} + \phi' \text{ où } \bar{\phi} = \lim_{\Delta t \rightarrow \infty} \left(\frac{1}{\Delta t} \right) \int_{t_0}^{t_0 + \Delta t} \phi(t) dt \quad 4-10$$

Les équations de Navier-Stokes moyennées peuvent contenir des termes additionnels comme les tenseurs des contraintes de Reynolds. Ces équations moyennées sont simplifiées pour les écoulements compressibles en utilisant la formule de Favre.

La méthode de Favre consiste à décomposer la quantité instantanée, par exemple la composante de la vitesse u_i , en une partie moyenne \bar{u}_i pondérée par la masse et une partie fluctuante u_i'' , où :

$$\bar{u}_i = \frac{\overline{\rho u_i}}{\bar{\rho}} = \frac{1}{\bar{\rho}} \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_t^{t+T} \rho(x, \tau) u_i(x, \tau) d\tau \quad 4-11$$

La formule de Favre élimine les fluctuations de la densité, elle est donc considérée comme une simplification mathématique. On présente dans ce paragraphe la dérivation de ces équations moyennées de Favre (Favre-averaged Navier-Stokes equations) et ses discrétisations basées sur la méthode de volumes finis, utilisée dans le code FASTRAN.

Les grandeurs de fluide sont écrites selon la moyenne de Favre par la suite :

$$u_i = \bar{u}_i + u_i'', \rho = \bar{\rho} + \rho', p = \bar{p} + p', h = \bar{h} + h'' \text{ et } e = \bar{e} + e'' \quad 4-12$$

En remplaçant les quantités précédentes dans les équations de Navier-Stokes, nous obtenons, pour l'équation de continuité :

$$\frac{\partial \bar{\rho}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{u}_j) = 0 \quad 4-13$$

pour l'équation de la quantité de mouvement :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\bar{\rho} \bar{u}_i) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{\rho} \bar{u}_i \bar{u}_j) = -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\bar{\mu} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} + \frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \bar{u}_m}{\partial x_m} \delta_{ij} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x_i} (-\bar{\rho} u_i'' u_j'') \quad 4-14$$

où le terme $-\overline{\rho u_i} "u_j"$ représente les contraintes de Reynolds (flux turbulents de la quantité de mouvement). Pour achever la fermeture du système d'équations, ce terme doit être modélisé. Les modèles de turbulence utilisés dans le code FASTRAN utilisent le concept de la viscosité turbulente de Boussinesq, dans lequel la contrainte de Reynolds est supposée être une fonction linéaire des taux de déformation :

$$-\overline{\rho u_i} "u_j" = \mu_t \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \overline{u_m}}{\partial x_m} \delta_{ij} \right) - \frac{2}{3} \overline{\rho k} \delta_{ij} \quad 4-15$$

où μ_t est la viscosité turbulente et k l'énergie turbulente $k = \frac{1}{2} \overline{u_i} "u_j"$

Les équations moyennées de FANS (Favre-averaged Navier-Stokes equations) sont obtenues en remplaçant l'équation 4-15 dans l'équation 4-14 :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho u_i}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u_i u_j}) = -\frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[(\overline{\mu} + \mu_t) \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \overline{u_m}}{\partial x_m} \delta_{ij} \right) \right] - \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} (\overline{\rho k}) \quad 4-16$$

De même pour l'équation d'énergie :

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{\rho h}) + \frac{\partial}{\partial x_j} (\overline{\rho u_j h}) = \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_i} + \overline{u_j} \frac{\partial \overline{p}}{\partial x_j} + \tau_{ij} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} + \tau'_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(k \frac{\partial \overline{T}}{\partial x_j} \right) - \frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\rho u_j} "h" \quad 4-17$$

Des termes additionnels sont apparus. Le premier terme est l'enthalpie fluctuante, elle peut être écrite sous la forme :

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \overline{\rho u_j} "h" = \Gamma_t \frac{\partial \overline{h}}{\partial x_j} = c_p \Gamma_t \frac{\partial T}{\partial x_j} \quad 4-18$$

où Γ_t est la diffusivité turbulente $\Gamma_t = \frac{\mu_t}{Pr_t}$

Pr_t est le nombre turbulent de Prandtl fixé à 0.9.

Le deuxième terme est le taux de dissipation de l'énergie turbulente ε qui dépend du choix du modèle de turbulence. On obtient le taux de dissipation par la résolution de l'équation de ε . Pour le modèle de $k-\varepsilon$, ce terme est défini par :

$$\tau'_{ij} \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \overline{\rho \varepsilon} \quad 4-19$$

Si l'équation de ε n'est pas résolue (comme dans le modèle de Baldwin-Lomax), le terme est exprimé par :

$$\overline{\tau'_{ij} \frac{\partial u_i''}{\partial x_j}} = \mu_t \frac{\partial \overline{u_i''}}{\partial x_j} \left(\frac{\partial \overline{u_i''}}{\partial x_j} + \frac{\partial \overline{u_j''}}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial \overline{u_m''}}{\partial x_m} \delta_{ij} \right) \quad 4-20$$

Finalement, l'équation d'état moyennée :

$$p = \overline{\rho} R \overline{T} \quad 4-21$$

4.3 Discrétisation des équations par la méthode des volumes finis

Les équations de Navier-Stokes moyennées suivant Favre sont discrétisées en utilisant la méthode des volumes finis. Dans cette approche, le domaine de calcul est discrétisé en volumes de contrôle dans lesquels les équations gouvernant l'écoulement sont intégrées numériquement. Une cellule de volume de contrôle est illustrée sur la Fig. 4-1, P désigne le centre géométrique de la cellule.

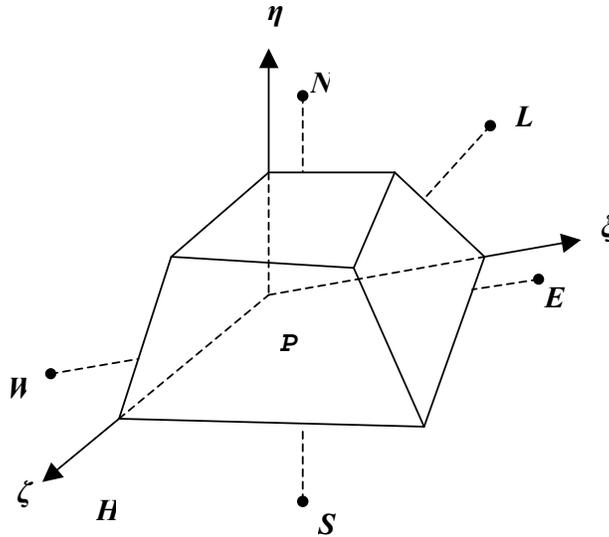


Fig. 4-1 Volume de contrôle dans une configuration tridimensionnelle

L'équation de continuité dans le système de coordonnées ξ, η, ζ est donnée par l'équation :

$$\frac{1}{J} \frac{\partial J \overline{\rho}}{\partial t} + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} (J \overline{\rho} \varepsilon^k) = 0 \quad 4-22$$

L'intégration de l'équation 4-22 sur le volume de contrôle nous donne :

$$\frac{\bar{\rho}^n V_P^n - \bar{\rho}^{n-1} V_P^{n-1}}{\Delta t} + G_e - G_w + G_n - G_s + G_h - G_l = 0 \quad 4-23$$

G représente le flux de la masse à travers les faces du volume de contrôle, n et $n-1$ représentent respectivement le pas actuel de temps et le pas précédent. Les indices $w, e, s, n, l,$ et h sont relatifs aux six faces du volume de contrôle.

Toutes les équations gouvernant le problème, à l'exception de l'équation de continuité, peuvent être écrites sous la forme généralisée suivante :

$$\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} (J \bar{\rho} \phi) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left[J \bar{\rho} \left(\bar{V} \varepsilon^k \right) \phi \right] = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left[J \Gamma g^{ik} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_k} \right] \quad 4-24$$

où ϕ est une variable de l'écoulement, Γ la diffusivité effective, J la matrice jacobienne et $\xi_k = \xi_k(x, y, z)$. Le premier et le deuxième terme du membre de gauche de l'équation sont appelés respectivement terme transitoire et convectif et le troisième terme dans le membre de

droit de l'équation est le terme diffusif : $\Gamma = \frac{\mu}{\sigma} + \frac{\mu_t}{\sigma_t}$

La méthode des volumes finis repose sur l'intégration de l'équation 4-24 sur le volume de contrôle :

$$\iiint_v \left[\frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial t} (J \bar{\rho} \phi) + \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left\{ J \bar{\rho} \left(\bar{V} \varepsilon^k \right) \phi \right\} \right] J d\xi d\eta d\zeta = \iiint_v \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left[J \Gamma g^{ik} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_k} \right] J d\xi d\eta d\zeta \quad 4-25$$

où \bar{V} est le vecteur vitesse.

Il est préférable d'effectuer l'intégration terme par terme, d'où :

L'intégration du terme transitoire :

$$\frac{\partial}{\partial t} \iiint_v (J \bar{\rho} \phi) J d\xi d\eta d\zeta = \frac{\bar{\rho}^n \phi^n V^n - \bar{\rho}^{n-1} \phi^{n-1} V^{n-1}}{\Delta t} \quad 4-26$$

Le terme convectif est donné par :

$$C = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left\{ J \bar{\rho} \left(\bar{V} \varepsilon^k \right) \phi \right\} \quad 4-27$$

L'intégration du terme convectif sur le volume de contrôle donne :

$$C_e - C_w + C_n - C_s + C_h - C_l = G_e \phi_e - G_w \phi_w + G_n \phi_n - G_s \phi_s + G_h \phi_h - G_l \phi_l \quad 4-28$$

Le terme diffusif dans l'équation peut être divisé en deux parties : la première est la diffusion principale ($i=k$) tandis que la deuxième partie est la diffusion transversale ($i \neq k$).

Pour la première partie :

$$D_m^k = \frac{1}{J} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \left[J \Gamma g^{kk} \frac{\partial}{\partial \xi_k} \right] \quad k = 1, 2, 3 \quad 4-29$$

Pour $k=1$ l'intégration de l'équation donne :

$$\iiint_v D_m^1 J d\xi d\eta d\zeta = \left[J \Gamma g^{11} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_k} \right]_e - \left[J \Gamma g^{11} \frac{\partial \phi}{\partial \xi_k} \right]_w \quad 4-30$$

4.4 Modèles de turbulence

Plusieurs modèles de turbulence sont disponibles dans le code de FASTRAN, du modèle à zéro équation (algébrique) au modèle à deux équations de transport. Le modèle à zéro équation utilise des relations algébriques pour relier les fluctuations de l'écoulement aux grandeurs moyennes des variables en utilisant des constantes expérimentales. Les modèles à une et à deux équations utilisent des équations aux dérivées partielles pour atteindre le même but.

L'écoulement au voisinage des parois est composé de trois couches : une sous-couche visqueuse où l'effet de la viscosité est plus grand que l'effet de la turbulence, une couche tampon où les effets visqueux et turbulent sont du même ordre et une couche inertielle (turbulente). L'épaisseur des deux premières couches et les profils de vitesse au voisinage de la paroi sont des paramètres importants pour les modèles de turbulence. On utilise souvent une distance y^+ et une vitesse U^+ adimensionnées pour définir les couches au voisinage de la paroi :

$$y^+ = \frac{\rho y U_\tau}{\mu} \quad 4-31$$

$$U^+ = \frac{U}{U_\tau} \quad 4-32$$

Où U_τ est la vitesse de frottement $U_\tau = \left(\frac{\tau_w}{\rho} \right)^{0.5}$.

4.4.1 Modèle de Baldwin-Lomax

Ce modèle est un modèle algébrique (ou modèle à zéro équation de turbulence). Il utilise des relations algébriques pour lier la vitesse et la longueur caractéristique aux grandeurs moyennes de l'écoulement. La prévision de la turbulence et des discontinuités sur les parois est donc difficile dans ce modèle. Le modèle de Baldwin-Lomax utilise différentes expressions de la viscosité turbulente relatives aux régions interne et externe de la couche limite.

$$\bar{\mu}_t = \begin{cases} \left(\bar{\mu}_t \right)_{in} & \text{pour } (y \leq y_c) \\ \left(\bar{\mu}_t \right)_{out} & \text{pour } (y \geq y_c) \end{cases} \quad 4-33$$

où y est la distance normale de la paroi et y_c est le point où les valeurs de la viscosité des couches interne et externe sont égales. La viscosité turbulente dans la couche interne est obtenue par l'équation :

$$\left(\bar{\mu}_t \right)_{in} = \bar{\rho} l^2 \left| \omega \right| \quad 4-34$$

l est l'échelle de la longueur caractéristique $l = \kappa y \left[1 - \exp(-y^+ / A^+) \right]$ et ω la vorticité

$\omega = \nabla \times \mathbf{V}$ est reli e à l'échelle du temps turbulent par $\tau = \omega^{-1}$

κ, A^+ valent 0.4 et 26.0 respectivement.

L'échelle caractéristique de la vitesse est donc :

$$q = l \left| \omega \right| = l \left| \nabla \times \mathbf{U} \right| \quad 4-35$$

La viscosité turbulente dans la couche externe est estim e par l'équation :

$$\left(\bar{\mu}_t \right)_{out} = \bar{\rho} K F_w F_k (y) \quad 4-36$$

où les expressions $F_w, F_k (y)$ sont estim es par les fonctions :

$$F_w = \min \left(\frac{y_{\max} q_{\max}}{\kappa}, \frac{C_\omega y_{\max} U_{dif}^2}{q_{\max}} \right) \quad 4-37$$

$$F_k(y) = \frac{1}{\left[1 + 5.5 \left(\frac{C_k y}{y_{\max}}\right)^6\right]} \quad 4-38$$

q_{\max} est la valeur maximale de la vitesse turbulente obtenue par l'équation 4-35 et y_{\max} la valeur maximale de y quand q est maximale. La quantité U_{dif} est la différence entre la vitesse maximale et la vitesse minimale dans le profil :

$$U_{dif} = \sqrt{(2u + v^2 + w^2)_{\max} - (u^2 + v^2 + w^2)_{\min}} \quad 4-39$$

Avec les constantes :

$$\begin{aligned} C_k &= 0.3 \\ C_\omega &= 0.1 \\ \text{et } K &= 0.0269 \end{aligned}$$

4.4.2 Modèle de k-ε

Le modèle de k - ε est un modèle à deux équations de transport pour évaluer la viscosité tourbillonnaire. Il résout deux équations aux dérivées partielles pour obtenir l'énergie cinétique turbulente k et sa dissipation ε , ces équations sont les suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}u_j'k) = \bar{\rho}P - \bar{\rho}\varepsilon + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{P_{rk}} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad 4-40$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\varepsilon) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}u_j'\varepsilon) = C_{\varepsilon 1} \frac{\bar{\rho}P\varepsilon}{k} - C_{\varepsilon 2} \frac{\bar{\rho}\varepsilon^2}{k} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{P_{r\varepsilon}} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right] \quad 4-41$$

où P est le taux de production de l'énergie cinétique turbulente donnée par l'équation :

$$P = \bar{v}_t \left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} - \frac{2}{3} \frac{\partial u_m'}{\partial x_m} \delta_{ij} \right) \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} - \frac{2}{3} k \frac{\partial u_m'}{\partial x_m} \quad 4-42$$

Avec les constantes :

$$\begin{aligned} C_\mu &= 0.09, C_{\varepsilon 1} = 1.44 \\ C_{\varepsilon 1} &= 1.92, P_{rk} = 1.0 \text{ et } P_{r\varepsilon} = 1.3 \end{aligned}$$

Les effets visqueux sont plus importants que les effets turbulents au voisinage de la paroi. Une loi de paroi (wall fonction) est par conséquent appliquée dans cette région et le modèle de turbulence résout le champ dans le reste du domaine de l'écoulement. Dans la loi de paroi, l'échelle de la vitesse est prise comme $q = k^{0.5}$ et l'échelle de la longueur est modélisée par $l = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\varepsilon}$. k et ε sont reliés par des expressions semi-empiriques à la vitesse de frottement U_τ :

$$k = \frac{U_\tau^2}{\sqrt{C_\mu}} \quad 4-43$$

$$\varepsilon = \frac{C_\mu^{3/4} k^{3/2}}{\kappa y} \quad 4-44$$

La viscosité turbulente est exprimée par $\nu_t = \frac{C_\mu k^2}{\varepsilon}$

Dans l'approche standard de la loi de paroi, le profil de la vitesse est estimé depuis la paroi jusqu'à la première maille par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} U^+ &= y^+ \quad \text{pour } y^+ < 11.5 \\ U^+ &= \frac{1}{\kappa} \ln(Ey^+) \quad \text{pour } y^+ > 11.5 \end{aligned} \quad 4-45$$

où les constantes κ, E sont déterminées expérimentalement, et valent : 0.4 et 9.0 respectivement. Le concept de loi de paroi est valable dans le cas où la valeur de la distance au centre de la première cellule voisine à la paroi est telle que $y^+ > 30$.

4.4.3 Modèle de k- ω

Le modèle de k - ω est un modèle à deux équations de transport. Les équations à résoudre sont : l'équation de l'énergie cinétique turbulente k et le taux de dissipation spécifique ω . La viscosité turbulente est exprimée par $\nu_t = C_\mu \frac{k}{\omega}$ et les équations de transport sont illustrées par les équations suivantes :

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}u_j k) = \bar{\rho}P - \bar{\rho}\omega k + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{\sigma} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] \quad 4-46$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\bar{\rho}\omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\bar{\rho}u_j\omega) = C_{\omega 1} \frac{\bar{\rho}P\omega}{k} - C_{\omega 2} \bar{\rho}\omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\left(\bar{\mu} + \frac{\bar{\mu}_t}{\sigma_\epsilon} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] \quad 4-47$$

avec les constantes :

$$C_\mu = 0.09, C_{\omega 1} = 0.555 \\ C_{\omega 1} = 0.833, P_{rk} = 2.0 \text{ et } P_{r\omega} = 2.0$$

Les conditions de k et ω sur la paroi sont :

$$k = 0 \quad \text{pour } y = 0 \\ \omega = 7.2 \frac{\nu}{y^2} \quad \text{pour } y = y_1 \quad 4-48$$

où y_1 est la distance normale, depuis la paroi jusqu'au centre de la première maille. Pour avoir des solutions précises, le centre de la première maille doit être positionné plus près de la paroi. Ce modèle exige donc un maillage très fin au voisinage des surfaces solides. Une distance adimensionnée proche de l'unité $y^+ = 1$ est généralement préconisée.

4.4.4 Modèle de Spalart-Allmaras

Le modèle de Spalart-Allmaras est un modèle à une équation. Il résout en général une équation de transport liée à la viscosité turbulente μ_t . Cette dernière est donnée pour ce modèle par l'équation :

$$\mu_t = \rho \nu \mathcal{G}_v \quad 4-49$$

Et l'équation de transport :

$$\frac{D\mathcal{G}_v}{Dt} = c_{b1} \mathcal{G}_v \frac{\partial \mathcal{G}_v}{\partial x_j} \frac{1}{\sigma} \left[\frac{\partial}{\partial x_j} (\nu + \mathcal{G}_v) \frac{\partial \mathcal{G}_v}{\partial x_j} + c_{b2} \frac{\partial \mathcal{G}_v}{\partial x_j} \frac{\partial \mathcal{G}_v}{\partial x_j} \right] - c_{w1} f_w - \left(\frac{\mathcal{G}_v}{d} \right)^2 \quad 4-50$$

Les coefficients de fermeture et les relations auxiliaires utilisés dans ce modèle sont présentés en détail dans les références [70], [71] et [72]. Le modèle de Spalart-Allmaras exige comme le modèle k - ω un maillage raffiné sur les paroi, avec une valeur de $y^+ \approx 1$.

4.5 Maillage

La réalisation d'un maillage approprié au problème traité est l'une des étapes les plus importantes dans les simulations numériques. L'adaptation du maillage aux conditions aux

limites du problème est primordiale dans ce type de calcul. Un maillage structuré est utilisé dans tous les calculs 2D et 3D réalisés. Ce type de maillage permet de contrôler de façon rigoureuse l'épaisseur des mailles dans des endroits précis (au voisinage des parois par exemple). Le seul problème que l'on rencontre dans ce type de maillage par rapport au maillage non structuré est l'augmentation du nombre de mailles lors de son raffinement dans les zones sensibles à étudier. Le domaine total de calcul est subdivisé en plusieurs blocs, le raffinement de chaque bloc dépend de l'importance des zones étudiées. Dans notre étude par exemple, on s'intéresse à l'écoulement dans la partie divergente de la tuyère où l'injection secondaire sera localisée. Dans ce cas, le divergent de la tuyère contient entre 60% et 70% du nombre total des cellules.

4.6 Propriété du gaz et conditions aux limites

Le code CFD FASTRAN intègre un solveur volumes finis destiné à simuler les écoulements à hautes vitesses avec prise en compte de multiples corps en mouvement ainsi que l'aérothermochimie, en régime stationnaire ou instationnaire.

L'écoulement est supposé turbulent et calorifiquement parfait. Le fluide suit la loi des gaz parfaits avec des chaleurs spécifiques C_p , C_v supposées constantes. La viscosité dynamique est donnée par la loi de Sutherland :

$$\mu = \frac{1.458 \cdot 10^{-6} T^{3/2}}{110.4 + T} \quad 4-51$$

La condition d'entrée du fluide dans la tuyère est supposée subsonique avec des valeurs de M , p et T spécifiées pour chaque configuration. Les conditions de sortie externe sont supposées à pression imposée ($1bar$). Les parois des tuyères et des injecteurs sont considérées comme adiabatiques.

4.7 Approche numérique

L'approche numérique du code CFD-FASTRAN est basée sur la résolution des équations de Navier-Stokes par la méthode des volumes finis. Le champ d'écoulement est subdivisé en petits volumes de contrôle. Les équations de conservation sont appliquées à chaque volume en prenant en compte les flux des variables à travers chaque face du volume

de contrôle. Chaque variable est calculée au centre de chaque cellule et supposée constante dans tout le volume de contrôle.

Le calcul des flux convectifs est basé sur deux schémas décentrés (Upwind) : Le schéma de Roe - FDS (flux difference splitting) et le schéma de Van Leer - FVS (flux vector splitting).

Une précision spatiale d'ordre supérieur à deux peut être obtenue par l'utilisation d'un limiteur de flux approprié. Ces limiteurs de flux sont utilisés pour prévenir des oscillations numériques, en particulier pour les écoulements sièges de fortes zones d'interaction chocs/surfaces de discontinuité.

Pour l'intégration temporelle, trois schémas sont intégrés dans le code : le schéma explicite de Runge-Kutta, le schéma semi implicite (point implicit) et le schéma totalement implicite (fully implicit).

Les calculs numériques présentés dans ce mémoire ont été réalisés en optant pour le schéma de Roe - FDS, moins dissipatif au voisinage de la couche limite, associé au limiteur Minmod basé sur le calcul de la pente minimale des gradients associés aux grandeurs physiques de l'écoulement prises sur les faces du volume de contrôle. Le schéma implicite a été par ailleurs utilisé pour l'intégration en temps.

Le pas de temps est contrôlé par le nombre de CFL (Courant-Fredrichs-Lewy). L'accélération de la convergence est obtenue en faisant varier ce nombre de CFL linéairement de sa valeur initiale généralement faible (dépendant du raffinement du maillage utilisé) à une valeur finale, sur un nombre de pas de temps spécifié.

La convergence des calculs itératifs est obtenue (solution quasi stationnaire) lorsque la valeur spécifiée des grandeurs résiduelles (L2Norm) est atteinte. D'autres contrôles de la convergence peuvent être également obtenus en comparant les courbes donnant l'évolution de certaines variables, telle que le frottement pariétal (par l'intermédiaire de la grandeur y^+) en fonction du nombre d'itérations.

Chapitre 5

Résultats et discussions

Ce chapitre est consacré essentiellement à l'exploitation des résultats des modèles et des simulations numériques. Ces résultats seront confrontés aux résultats expérimentaux existants dans la littérature. Les performances de chaque configuration seront ensuite analysées.

Les résultats pour une tuyère bidimensionnelle sont analysés dans un premier temps. On abordera dans la suite le sujet principal de notre étude : l'injection dans une tuyère axisymétrique. Dans le cas d'une injection annulaire, deux profils de tuyère sont utilisés. Le premier profil représente un cas-test réalisé par la NASA tandis que le second profil est tiré des travaux de Masuya [21].

A la fin de ce chapitre, on présente la comparaison des résultats numériques et du modèle pour l'injection circulaire. Les résultats prenant en compte un seul injecteur circulaire seront traités en premier lieu. Le problème d'une double injection (deux orifices circulaires placés à 120° l'un de l'autre) sera ensuite abordé et analysé du point de vue numérique.

5.1 Injection dans une tuyère plane

L'étude a été menée sur un cas-test de la NASA. La tuyère simulée est une tuyère convergente divergente 2D avec un rapport de section de 1.8 , un nombre de Mach en sortie de 2.2 et un demi-angle de divergence de 11.01° . La longueur de la partie divergente est $L=0.0577$ m. L'injection a lieu à une distance de 0.04 m du col et la largeur de la fente d'injection b est de 0.002 m.

Les calculs numériques sont réalisés pour un écoulement turbulent et stationnaire. Les entrées de la tuyère et de la chambre d'injection sont des conditions d'entrée subsoniques avec un nombre de Mach $M=0.1$ tandis que les conditions de sorties externes des zones sont

fixées à une pression ambiante de *1bar* et une température de *297 k°*. La Fig. 5-1 présente le profil de la tuyère utilisée dans les calculs 2D.

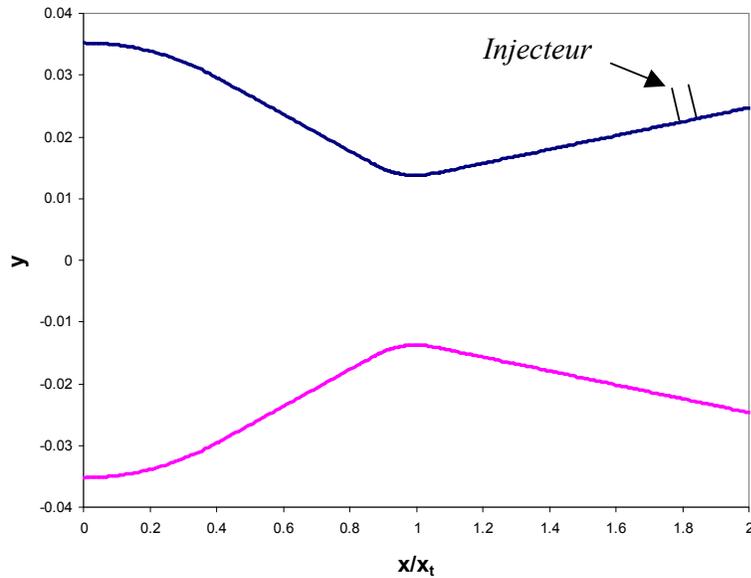


Fig. 5-1 Profil de la tuyère plane utilisée dans les calculs

5.1.1 Optimisation de la simulation numérique

5.1.1.1 Etude de sensibilité au maillage

Réalisation du maillage

Tous les maillages ont été réalisés à l'aide du logiciel CFD-GEOM. On utilise pour nos calculs des maillages structurés à base de quadrilatères. Ce type de maillage permet en général d'obtenir une bonne résolution numérique. Il permet en outre un raffinement homogène au voisinage des parois afin de résoudre la sous-couche laminaire de la couche limite turbulente. Celle-ci est généralement décrite en utilisant la variable réduite y^+ définissant la hauteur de la première maille adjacente à la paroi.

$$y^+ = \frac{\rho U_\tau y}{\mu} \quad 5-1$$

où U_τ est la vitesse de frottement défini par ($U_\tau = \sqrt{\frac{\tau_w}{\rho}}$) et y est l'épaisseur de la première maille sur la paroi.

La valeur de y^+ varie entre 30 et 90 pour les modèles de turbulence en $k-\varepsilon$ et doit être proche de l'unité pour les modèles en $k-\omega$ et Spalart-Allmaras [71].

Le maillage est composé de plusieurs zones (voir Fig. 5-2) :

- Une première zone maillant l'intérieur de la tuyère (1), elle contient le nombre de cellules le plus important.

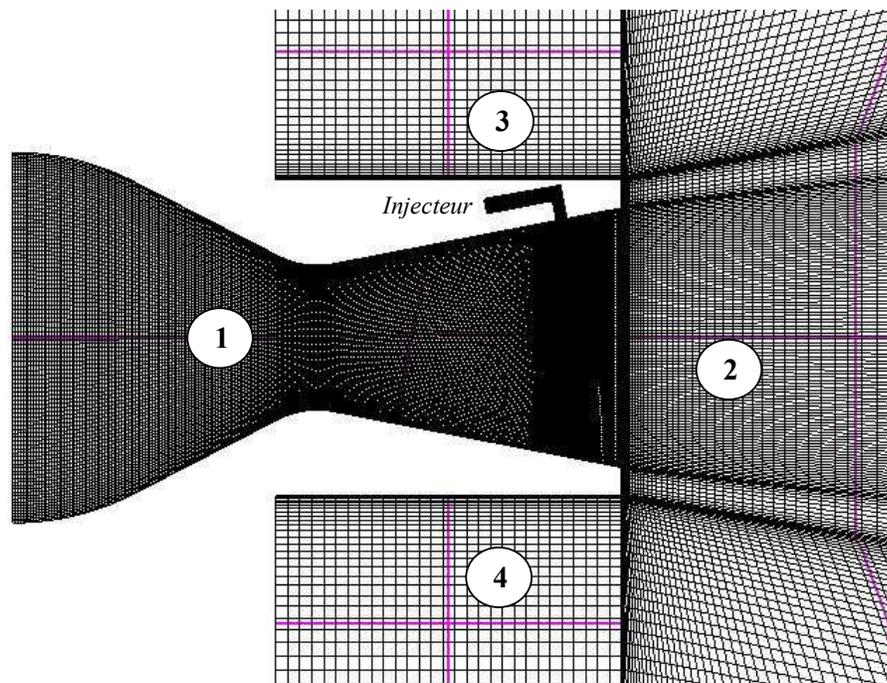


Fig. 5-2 Maillage structuré de la tuyère de la NASA

- La zone (2) couvre le champ externe en aval de la tuyère.
- Les zones (3) et (4) situées en haut et en bas de la tuyère respectivement.
- Une cinquième zone représentant l'injecteur. Celle-ci est composée de deux parties, la première caractérisant une chambre rectangulaire de tranquillisation et la deuxième l'injecteur, (Fig. 5-3). Cette configuration de l'injecteur est conforme à l'expérience

de la NASA. Le raffinement du maillage est également pris en compte sur les parois internes de l'injecteur afin de mieux simuler les couches limites.

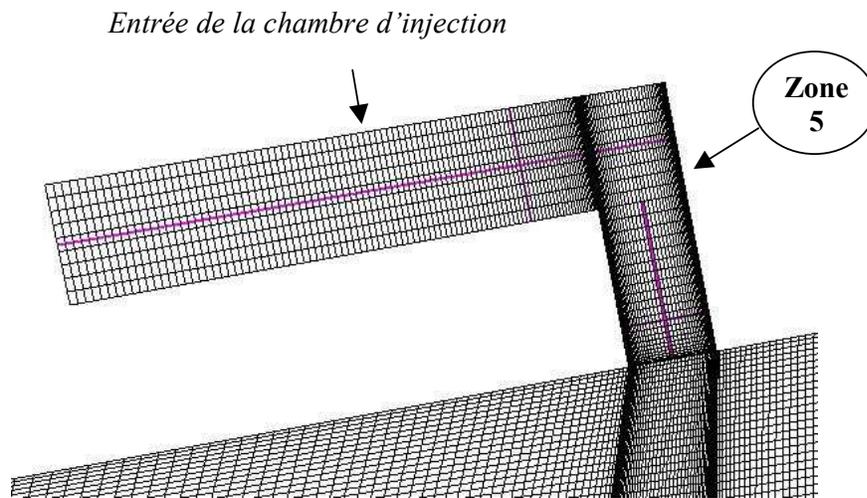


Fig. 5-3 Maillage de l'injecteur pour la tuyère plane

Sensibilité au maillage

Afin d'étudier la sensibilité des solutions, trois maillages structurés avec différentes densités de mailles ont été testés : maillage *A* composé de 65 800 cellules, maillage *B* de 97 500 cellules et maillage *C* de 144 500 cellules.

Le Tableau 1 montre la répartition des cellules dans les trois maillages. Dans les trois cas, 70% des cellules sont distribuées dans le divergent de la tuyère, avec un traitement particulier en amont et en aval de l'injecteur. La Fig. 5-4 présente la répartition des pressions le long du divergent de la tuyère. Les calculs numériques sont réalisés à $NPR=4.6$ et $SPR=0.7$ avec $k-\omega$ comme modèle de turbulence. On remarque que le saut de pression détecté pour les trois maillages est similaire. Le maillage *A* prédit un point de séparation en amont des maillages *B* et *C*. La zone d'interaction qui en résulte (plus longue) produit une déviation de 11.7° plus importante que les maillages *B* et *C*, 8° et 7.8° respectivement. Ces deux derniers résultats sont plus proches de l'expérience de la NASA (7° de déviation). Ainsi, le maillage *B* sera retenu dans la suite de notre étude paramétrique.

	Nombre de cellules	I Tuyère (Zone 1)	J Tuyère (Zone 1)	I Porte d'injection	I Aval de l'injecteur
Maillage A	65800	270	150	30	30
Maillage B	97500	340	200	50	50
Maillage C	144500	410	250	70	70

Tableau 1 Nombres de points dans les maillages bidimensionnels

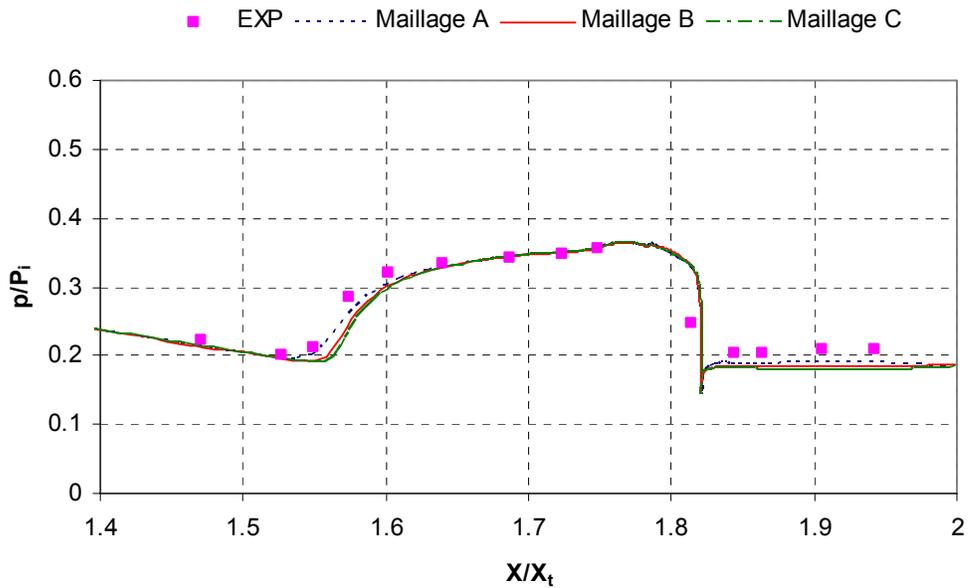


Fig. 5-4 Répartition de la pression le long de la tuyère pour différents maillages à $NPR=4.6$ et $SPR=0.7$

5.1.1.2 Influence des modèles de turbulence

Dans les calculs numériques, le choix du modèle de turbulence affecte notablement les résultats. Plusieurs modèles ont été testés : le modèle algébrique de Baldwin-Lomax, le modèle à une équation de Spalart-Allmaras et les modèles à deux équations de transports ($k-\varepsilon$ et $k-\omega$).

La Fig. 5-5 montre l'influence des modèles de turbulence sur la répartition de la pression pariétale. On remarque que la zone d'interaction présente une montée en pression plus raide dans le cas du modèle $k-\varepsilon$. Le modèle de Spalart-Allmaras prédit une plus longue

zone d'interaction. En revanche, les autres modèles de Balwin-Lomax et de $k-\omega$ reproduisent convenablement la zone de décollement par rapport à l'expérience. Compte tenu de ces résultats, le modèle $k-\omega$ sera utilisé dans la suite des calculs 2D.

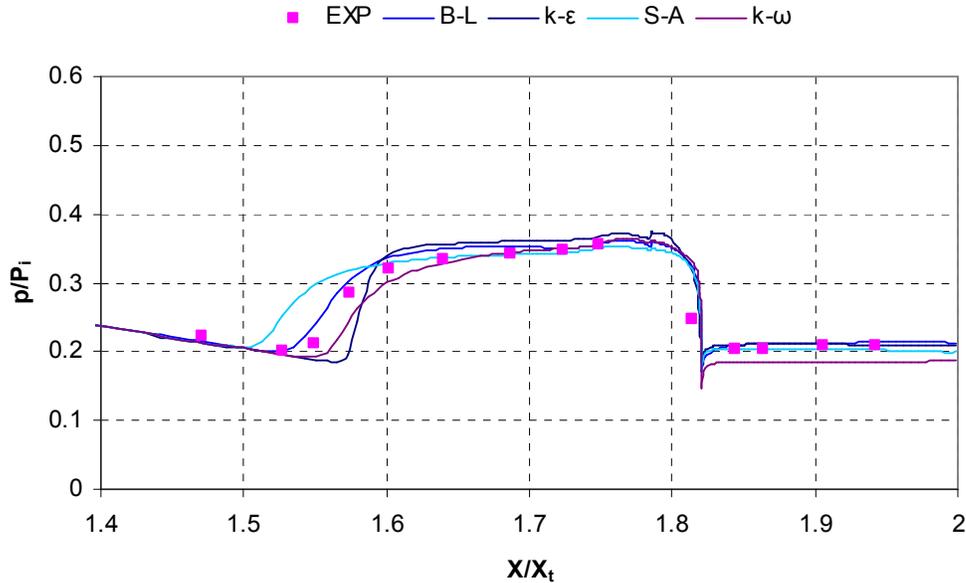


Fig. 5-5 Influence du modèle de turbulence sur la répartition de la pression à $NPR=4.6$ et $SPR=0.7$

5.1.2 Influence des critères de décollement

Le rôle du critère de décollement dans le modèle est d'évaluer le saut de pression (pression plateau) derrière un choc de décollement. La Fig. 5-6 présente l'évaluation du saut de pression en utilisant quelques uns de ces critères établis pour le cas plan. La configuration traitée est celle de $NPR=4.6$ et $SPR=0.7$. Les critères se rapprochant le plus des résultats expérimentaux sont ceux de Zukoski et de Chapman. Le critère de Schmuker prédit une position du décollement plus en amont par rapport aux autres et une pression plateau légèrement inférieure.

Le Tableau 2 présente l'angle de vectorisation et la position du décollement (adimensionnée par rapport à la position du col) pour les critères de Zukoski, Chapman et Schmuker en comparaison avec l'expérience et la simulation numérique. On remarque un faible écart des résultats concernant la position du décollement en fonction du rapport de détente NPR (4.6 ou 8.78). Dans la suite des calculs bidimensionnels, on utilisera principalement le critère de Zukoski.

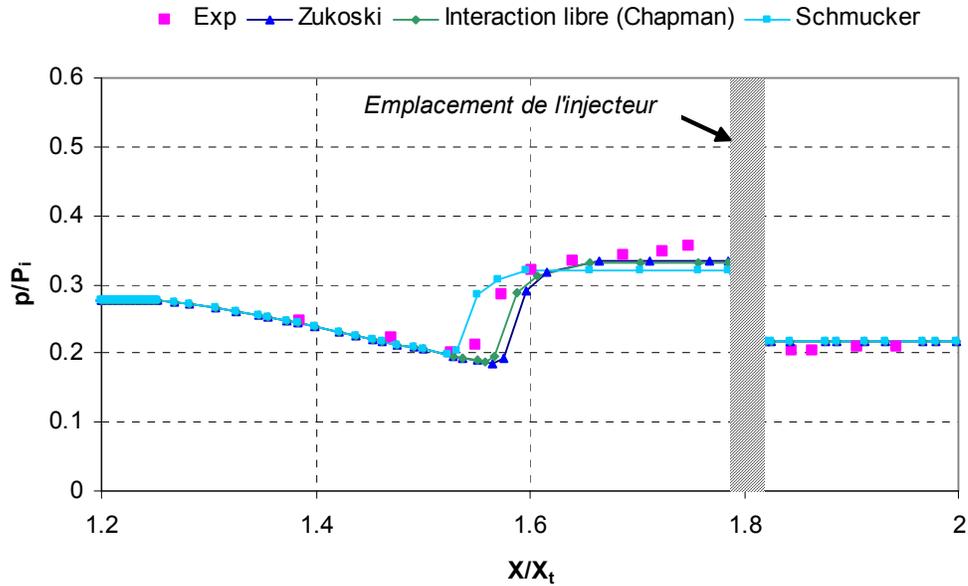


Fig. 5-6 Effet du critère de décollement sur la distribution de la pression ($NPR=4.6$)

	Exp		CFD $k-\omega$		Modèle analytique					
					Zukoski		Interaction libre		Schmucker	
NPR	4.6	8.78	4.6	8.78	4.6	8.78	4.6	8.78	4.6	8.78
δ°	7	4	8	4.3	7.6	5.6	7.9	5.9	8.2	6
x/x_t	1.55	1.59	1.57	1.6	1.6	1.59	1.59	1.59	1.55	1.55

Tableau 2 Performances de la tuyère (expérience, calcul numérique et modèle)

5.1.3 Influence des rapports des pressions (NPR et SPR)

Dans les expériences de la NASA, on a étudié plusieurs cas avec des taux de détente allant de $NPR=4.6$ (régime de sur-détente) à $NPR=10$ (régime de sous-détente). L'adaptation est obtenue à $NPR_d=8.78$. Pour $NPR=4.6$, on a étudié les cas de $SPR=0$ (non injection), 0.4, 0.7 et 1.0 correspondant à des taux d'injection respectifs de 0%, 2%, 4% et 6%. La Fig. 5-7 présente une comparaison des champs du nombre de Mach avec l'expérience de la NASA. La simulation est réalisée pour le cas $NPR=4.6$ et $SPR=0.7$ avec un modèle de turbulence $k-\omega$, tandis que la Fig. 5-8 présente une image Schlieren numérique de la configuration étudiée. On

remarque la présence d'un choc oblique en amont de la fente d'injection sur la paroi haute. Un autre choc sur la paroi opposée proche de la lèvre de la tuyère est dû au phénomène de décollement provoqué par la sur-détente, et situé à $x/x_t = 1.97$ (la position du décollement correspond à un frottement pariétal nul $\tau_w=0$).

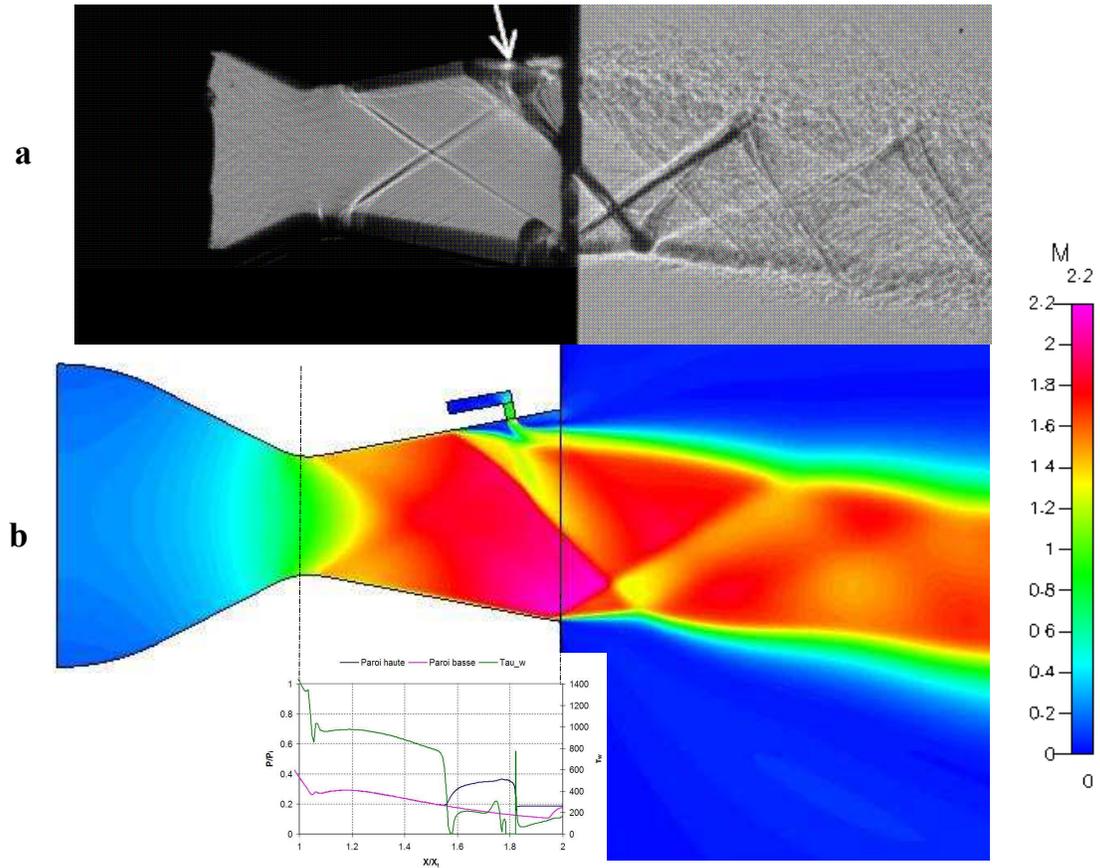


Fig. 5-7 Comparaison entre l'expérience de la NASA (a) et le calcul numérique (b) à $NPR=4.6$ et $SPR=0.7$

On montre sur la Fig. 5-9 une comparaison de la distribution de la pression entre l'expérience, le modèle et la simulation numérique (pour le régime de sur-détente, $NPR=4.6$ et $SPR=0.7$). On utilise le critère de Zukoski pour déterminer le saut de pression et la théorie de l'interaction libre pour prédire la montée de pression dans la zone d'interaction.

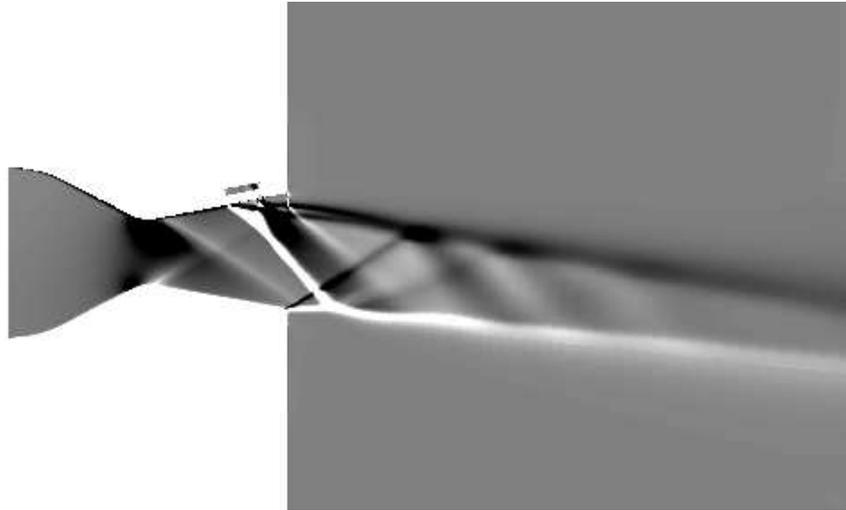


Fig. 5-8 Schlieren numérique à NPR=4.6 et SPR=0.7

Le modèle donne une position de décollement à $x/x_t=1.6$ alors que l'expérience et la simulation prédisent cette position à 1.55 et 1.57 respectivement. Le saut de pression est en accord entre les trois méthodes. Un pic de pression peut être néanmoins observé sur la courbe de simulation numérique tout près de la porte d'injection traduisant la présence du choc détaché (Bow Shock).

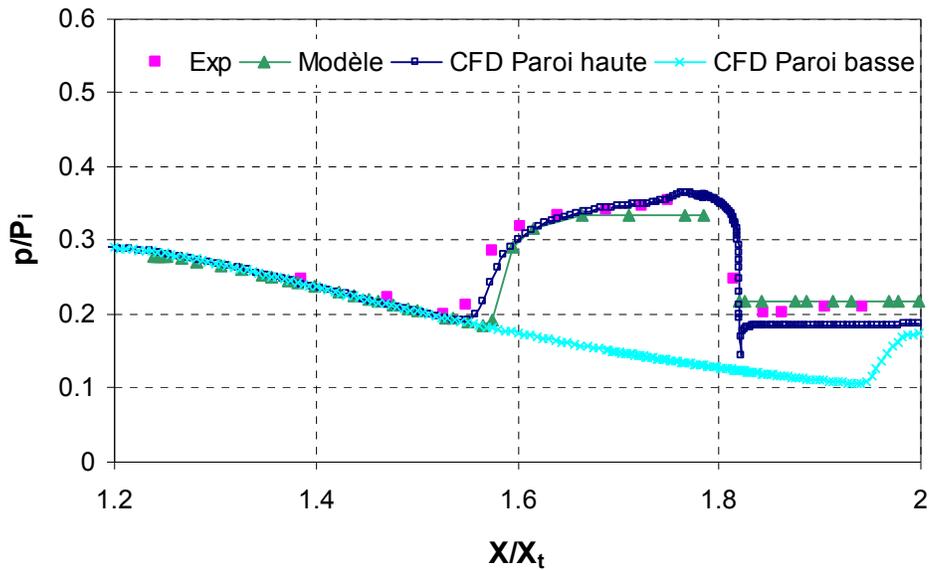


Fig. 5-9 Répartition de la pression à NPR=4.6 et SPR=0.7

La Fig. 5-10 montre les lignes de courant pour le régime sur-détendu, $NPR=4.6$, et pour le régime d'adaptation, $NPR=8.78$. Une aspiration du fluide ambiant se manifeste dans la zone aval de l'injecteur dans le premier cas tandis que cette zone présente une poche de dépression et le jet injecté recolle à la paroi de la tuyère, dans le second cas.

Une comparaison de la distribution des pressions au régime d'adaptation entre les trois méthodes est présentée sur la Fig. 5-11. On peut constater un bon accord concernant la position du décollement et le saut de pression. Le modèle prédit également une zone de recollement en aval de l'injecteur. On remarque par ailleurs une dépression par rapport à la distribution de pression sur la paroi opposée en aval de l'injecteur. Le modèle estime le point de recollement à $x/x_t=1.93$. La simulation numérique surestime la zone de dépression en comparaison aux résultats du modèle et de l'expérience.

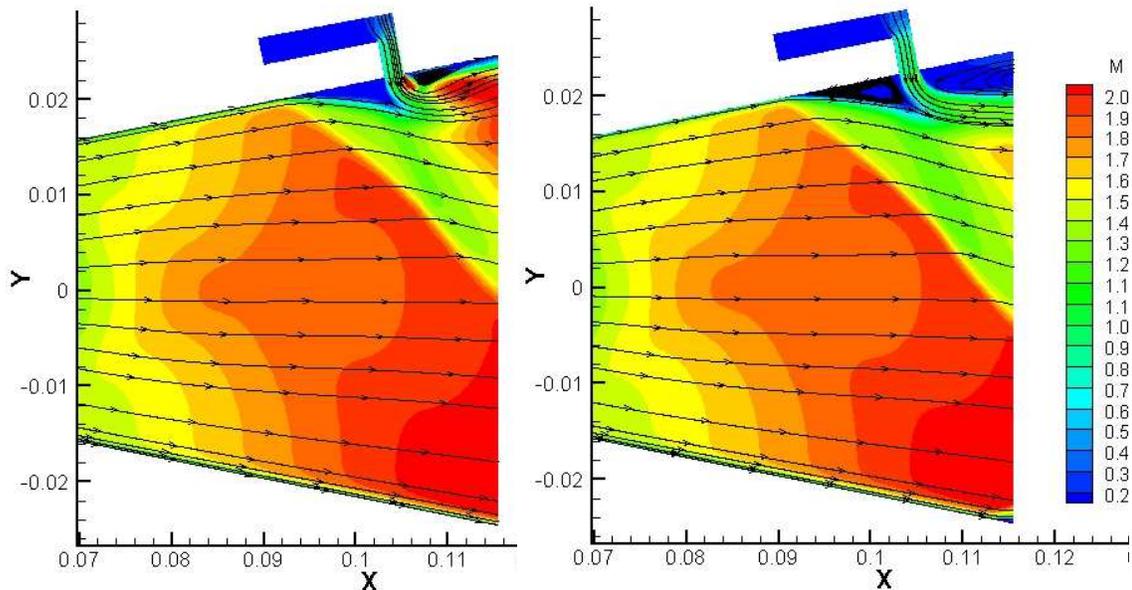


Fig. 5-10 Lignes de courant pour le cas de l'adaptation $NPR_d=8.78$ (gauche) et de la sur-détente $NPR=4.6$ (droite)

La déviation de la poussée dépend donc du taux de détente (NPR) mais elle dépend aussi du rapport des pressions totales (SPR). La sensibilité de la déviation est faible aux grands nombres de NPR (porche de l'adaptation ou en régime de sous-détente) mais elle devient importante dans le régime de sur-détente en raison de l'augmentation des forces dissymétriques en aval de l'injecteur.

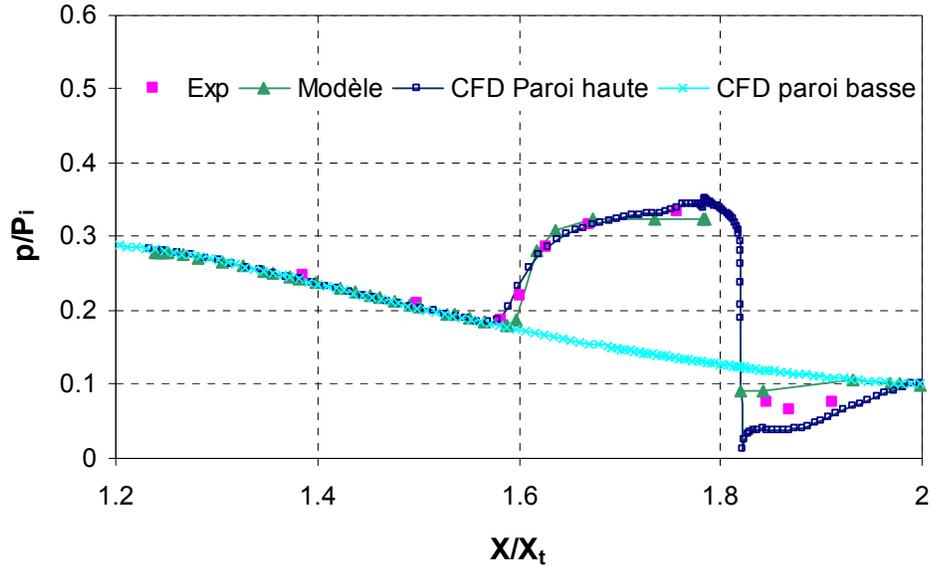


Fig. 5-11 Répartition de la pression à $NPR_d=8.78$ et $SPR=0.7$

La Fig. 5-12 montre le nombre de Mach au voisinage de l'injecteur pour différents SPR et NPR . On constate le déplacement du choc de décollement en amont de la tuyère en augmentant SPR . Cette augmentation affecte la valeur de la hauteur du jet injecté (obstacle fluide) dont dépend la longueur de la zone de séparation. Le modèle donne : $h=1.85$, 2.91 et 4.52 mm pour $SPR=0.5$, 0.7 et 1.0 respectivement.

Par ailleurs, on remarque un recollement du jet de plus en plus accentué à la paroi quand on augmente NPR . L'amorçage de l'injecteur est mis en évidence par la position de la ligne sonique de plus en plus proche du col de l'injecteur pour les grands nombres de SPR et de NPR (en particulier pour les configurations à $SPR=1.0$ et $NPR=8.78$).

On présente sur la Fig. 5-13 une comparaison de l'angle de déviation entre l'expérience, le modèle (critère de Zukoski) et la simulation numérique (modèle de turbulence en $k-\omega$) en fonction du rapport de détente. Un bon accord entre les résultats des trois méthodes est obtenu pour $NPR < 7$. L'efficacité de l'injection est maximale à $NPR=4.6$, elle est de $\eta=1.6$, 1.72 et 1.86 % pour les trois méthodes respectivement. Par contre, le modèle surestime la déviation au régime de sous-détente ($NPR=10$) par rapport à l'expérience et à la simulation numérique.

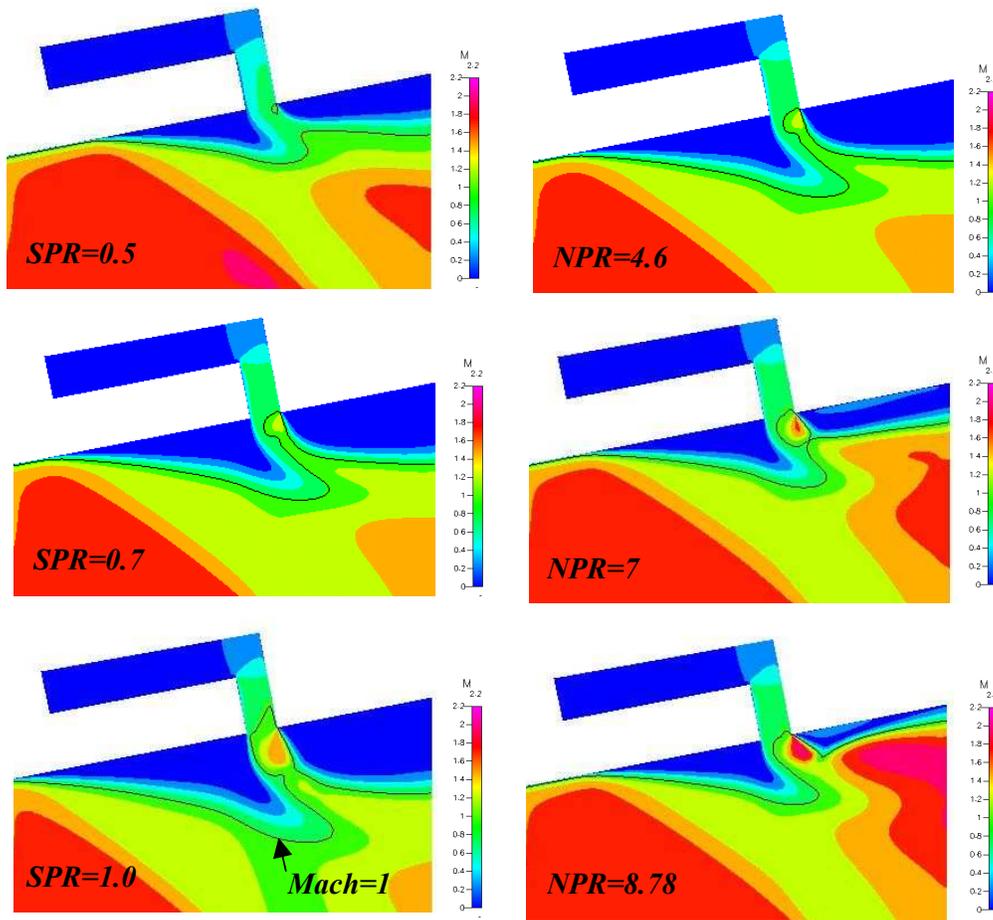


Fig. 5-12 Nombres de Mach pour différents SPR à NPR=4.6 (gauche) et pour différents NPR à SPR=0.7 (droite)

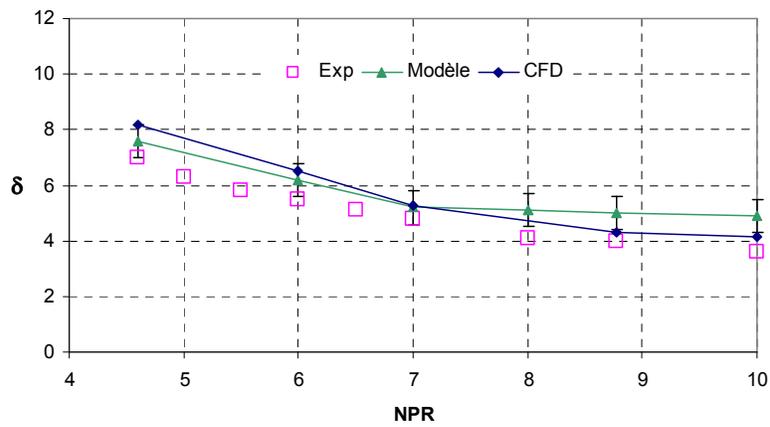


Fig. 5-13 Angle de vectorisation en fonction du rapport de détente à SPR=0.7

La Fig. 5-14 nous donne les valeurs de la déviation en fonction de SPR . Une augmentation de l'angle de vectorisation se voit clairement avec l'augmentation de SPR . La vectorisation est maximale à $SPR=1.0$, elle est de 11.3° pour le modèle, de 10.7° pour les calculs numériques et de 9.4° pour l'expérience.

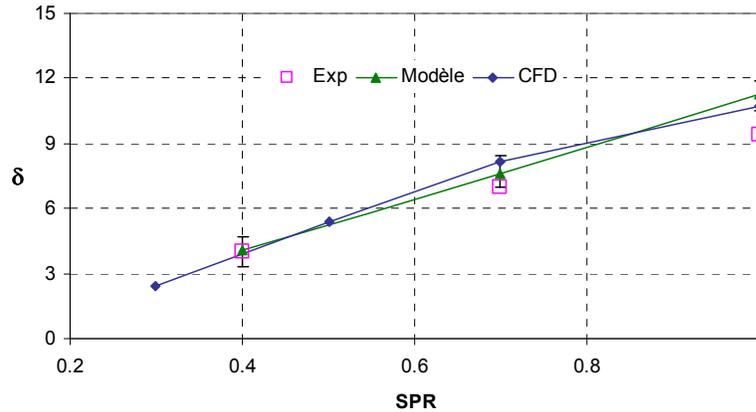


Fig. 5-14 Angle de vectorisation en fonction du rapport des pressions totales à $NPR=4.6$

5.1.4 Conclusion

Les résultats de la modélisation de l'injection secondaire dans le divergent ont été confrontés aux résultats de la simulation numérique et aux résultats expérimentaux de la NASA. Le modèle a montré son aptitude comme moyen simple et rapide d'optimisation et d'évaluation.

Par ailleurs, ces résultats mettent clairement en évidence que les régimes de sur-détente à des rapports de pressions totales assez grands sont ceux pour lesquels l'efficacité de la vectorisation est la plus importante. Pour un régime de sur-détente caractérisé par $NPR=4.6$ et $SPR=0.7$, nous avons obtenus une efficacité 2.1% . Les résultats ont montré en outre la prééminence du rôle important que joue la pression derrière l'injecteur sur la vectorisation de la poussée.

5.2 Injection par une fente dans une tuyère axisymétrique : profil de Wing

5.2.1 Introduction

Dans ce chapitre, nous allons présenter les résultats des simulations numériques, comparés aux résultats du modèle analytique. Ces résultats seront confrontés aux données expérimentales de la NASA pour la géométrie traitée. Les simulations numériques du cas axisymétrique nous permettent en outre de visualiser l'écoulement afin de comprendre finement les phénomènes mis en jeu dans le cas de l'injection annulaire et de bien définir les limites de validité du modèle développé. Les simulations numériques ont d'abord été réalisées pour le cas-test de la NASA, (Wing et al [12]). Lors de cette étape, plusieurs problèmes liés au profil de la tuyère utilisée ont été rencontrés.

L'étude expérimentale de Wing et Giuliano [12] a été réalisée à la NASA, au centre de recherche de Langley. La Fig. 5-15 présente les principales caractéristiques de la tuyère utilisée lors de l'expérience de Wing. L'injection secondaire dans la tuyère axisymétrique est obtenue par un orifice annulaire de $\varphi=60^\circ$. L'injecteur est une pièce mécanique démontable à chaque essai afin de tester plusieurs types de géométrie (voir figure 1-10), des injections simples ou multiples peuvent être effectuées grâce à un tel dispositif. Les résultats expérimentaux sont présentés essentiellement pour la troisième configuration de l'orifice (Aft-slot), celle que l'on va utiliser dans notre étude numérique.

Les simulations numériques ont été réalisées avec le modèle de turbulence $k-\varepsilon$ pour une gamme de NPR de 3 à 10 (Wing présente dans ses expériences deux valeurs du rapport de détente : sur-détente à $NPR=3.0$ et adaptation à $NPR=8.26$), et pour des rapports de pression secondaire SPR allant de 0 (non injection) à 1.5, (la configuration de $SPR=1.0$ correspond à un taux d'injection de 7.2%). En plus des cas de l'expérience, nous avons fait varier l'angle du secteur d'injection de 60° à 180° afin d'étudier l'influence de cet angle sur la vectorisation de la poussée.

L'injecteur utilisé est un injecteur sonique, l'injection est supposée perpendiculaire à l'axe x (conformément à l'expérience de Wing) et situé à $x=3$ cm du col.

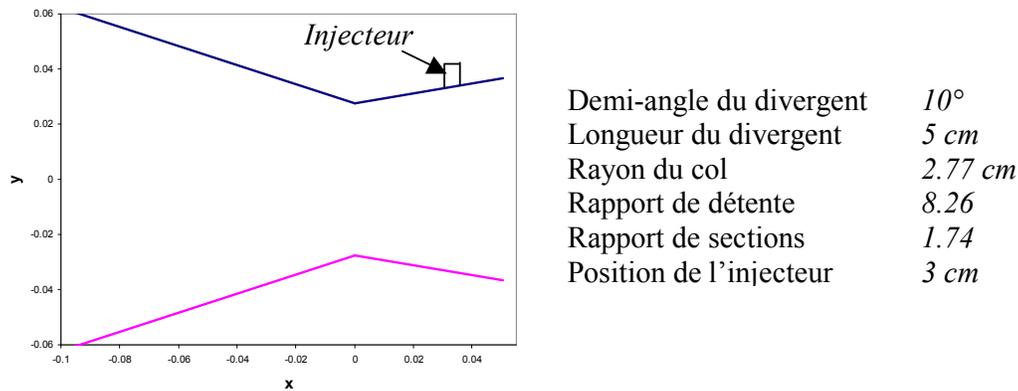


Fig. 5-15 Caractéristiques de la tuyère utilisée dans l'expérience de la NASA, Wing [12]

5.2.2 Optimisation de la simulation numérique

5.2.2.1 Maillage et conditions initiales

Le domaine de calcul a été discrétisé en maillage structuré à l'aide du mailleur CFD-GEOM. Chaque élément du maillage est constitué d'une cellule à six faces. La configuration tridimensionnelle de la tuyère axisymétrique nous a imposé l'adoption d'un traitement spécial quant à la construction du maillage de l'ensemble tuyère-injecteur-milieu ambiant. Le maillage du domaine entier de calcul est présenté sur la Fig. 5-16. Il est constitué de trois blocs principaux, repartis de la façon suivante :

Bloc 1. Il représente l'intérieur de la tuyère axisymétrique. Il est subdivisé en deux zones : La zone (1), de section carrée, est située au centre, le long de l'axe de la tuyère (Fig. 5-16). La zone (2) couvre le reste de la tuyère. Le maillage de la zone (2) s'appuie fortement sur le maillage de la zone (1). La forme carrée de la zone (1) permet de distribuer des lignes quasi circulaires parallèlement à la paroi dans le plan yz dans la zone (2), (Fig. 5-17). Cette construction facilite le raffinement du maillage vers la paroi et permet de contrôler l'épaisseur de la première maille proche de la paroi ou, d'une autre manière, de contrôler la valeur de y^+ qui dépend du choix du modèle de turbulence.

Bloc 2. Il représente l'extérieur de la tuyère et situé en aval du bloc (1). Ce bloc est construit sur le même principe que le bloc (1). Ces dimensions (40 cm de profondeur et 30 cm de rayon) ont été choisies afin d'éliminer l'influence des tourbillons indésirables fréquemment observés en aval de tuyère et qui affectent la stabilité des résultats.

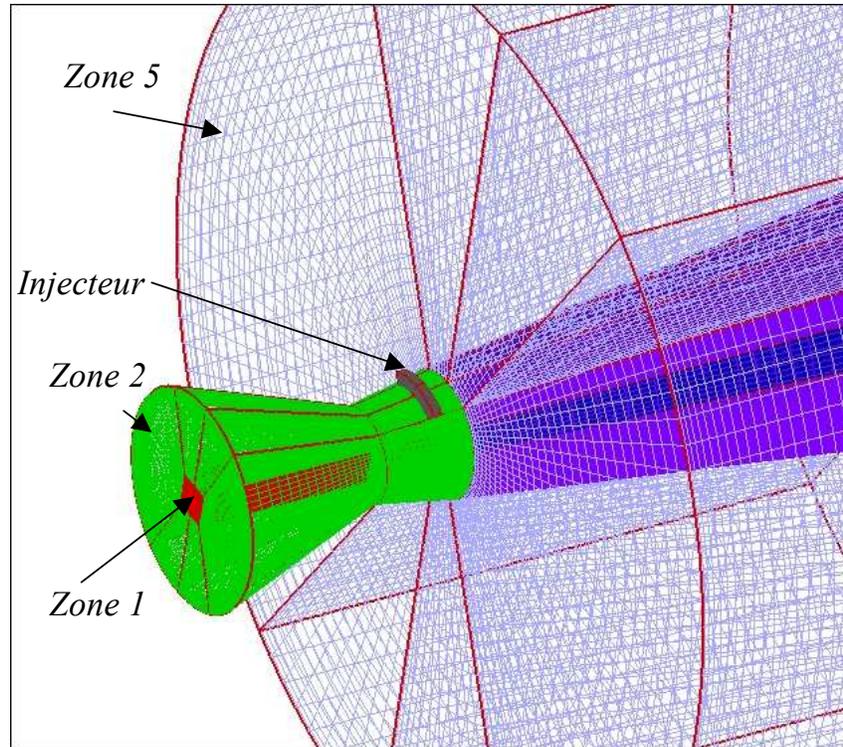


Fig. 5-16 Maillage de la tuyère de Wing

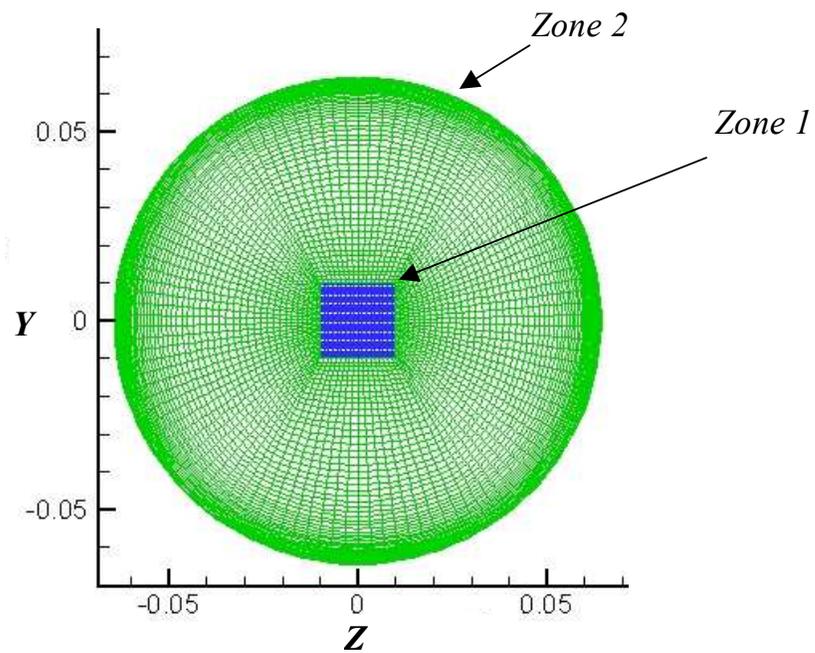


Fig. 5-17 Coupe transversale du maillage à l'entrée de la tuyère

Bloc 3. Il représente l’injecteur où le nombre de cellules dépend de l’angle du secteur d’injection.

Pour effectuer le calcul 3D, on utilise la propriété de symétrie de l’écoulement dans le plan *xy* pour mailler une seule moitié de la tuyère, ce qui réduit considérablement le temps de calculs. Le nombre total de cellules du domaine de calcul est de 800 000, soit 1 600 000 pour l’ensemble du domaine total, dont 70 % représentent le premier bloc. Le Tableau 3 montre la répartition des cellules dans chaque zone.

	Bloc 1		Bloc 2			Bloc 3
Zone	1	2	3	4	5	6 (injecteur de 60°)
I	122	122	40	40	40	10
J	40	80	40	80	30	15
K	10	58	10	58	58	20
Nombre de cellules	42 500	490 000	15 500	180 000	65 000	3000

Tableau 3 Distribution du maillage dans les différentes zones de la tuyère pour une porte d’injection d’angle $\varphi=60^\circ$

5.2.2.2 Conditions de calcul et convergence

L’écoulement est supposé stationnaire et calorifiquement parfait pour tous les tests. Les conditions d’entrée du fluide dans la tuyère sont fixées à un nombre de Mach de 0.1 et à une température de 297 K° (conformément à l’expérience). Les conditions soniques du gaz sont appliquées à l’entrée de l’injecteur, les parois internes et externes sont adiabatiques, les champs extérieurs sont supposés aux conditions ambiantes ($p_a=1 \text{ bar}$, $T=300 \text{ K}^\circ$).

La plupart des calculs ont été réalisés avec le modèle de turbulence *k-ε*. Ce modèle nécessite un temps de calcul nettement inférieur aux autres. Pour atteindre une convergence avec un même niveau de résidus, le calcul avec le modèle *k-ω*, par exemple, dure deux fois plus qu’un calcul avec le modèle *k-ε*. En fait, le modèle *k-ω* exige un raffinement accentué du maillage sur la paroi, ce qui impose un démarrage des calculs avec une très faible valeur initiale de CFL (0.01), contrairement au modèle *k-ε*, dont la CFL initiale peut être de 0.1 à 0.5. Tandis que le modèle *k-ε* permettait une convergence après 7000-10000 itérations, avec un

résidu de 10^{-4} , le modèle de $k-\omega$ atteint ce même niveau de convergence au bout de 15000 itérations au minimum.

5.2.3 Etude d'une tuyère sur-détendue

On présente dans ce paragraphe un exemple de résultats numériques obtenus pour une tuyère sur-détendue correspondant à $NPR=3$, $SPR=1.0$ et $\varphi=60^\circ$. Cette configuration correspond à un taux d'injection de 7.2% pour la tuyère de Wing [12]. La Fig. 5-18 présente le champ des nombres de Mach pour le domaine de calcul. On observe une nette déviation de l'écoulement dans la direction du jet injecté.

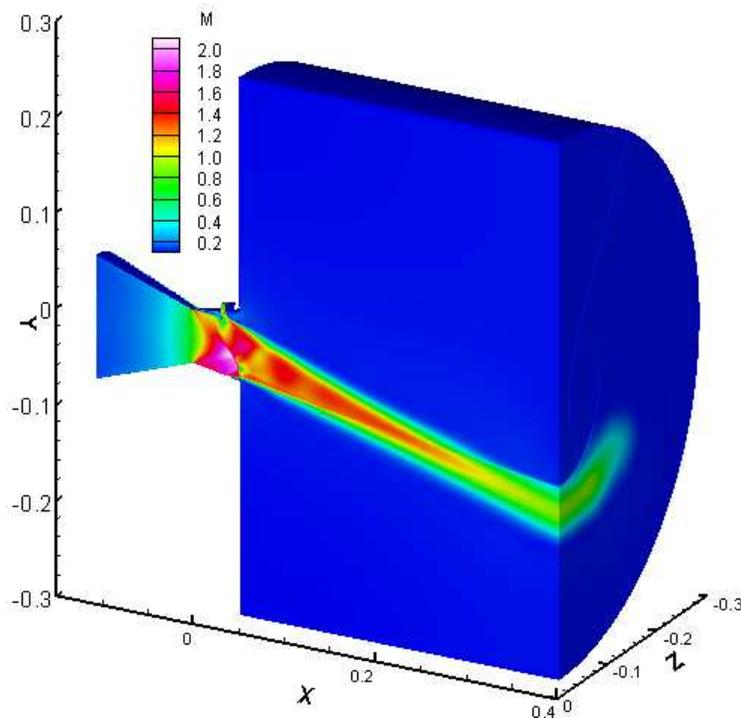


Fig. 5-18 Nombres de Mach à $NPR=3$ et $SPR=1.0$ dans la tuyère 3D

Les chocs provoqués par l'injection secondaire peuvent être rendus visibles sur l'image de type Schlieren numérique, (Fig. 5-19), dans un plan de symétrie de l'ensemble tuyère-injecteur-milieu extérieur. La déviation déduite des calculs numériques dans ce cas est de $\delta=15.5^\circ$ tandis que la valeur expérimentale est de $\delta=16^\circ$, alors que le modèle analytique estime la déviation à 16.9° .

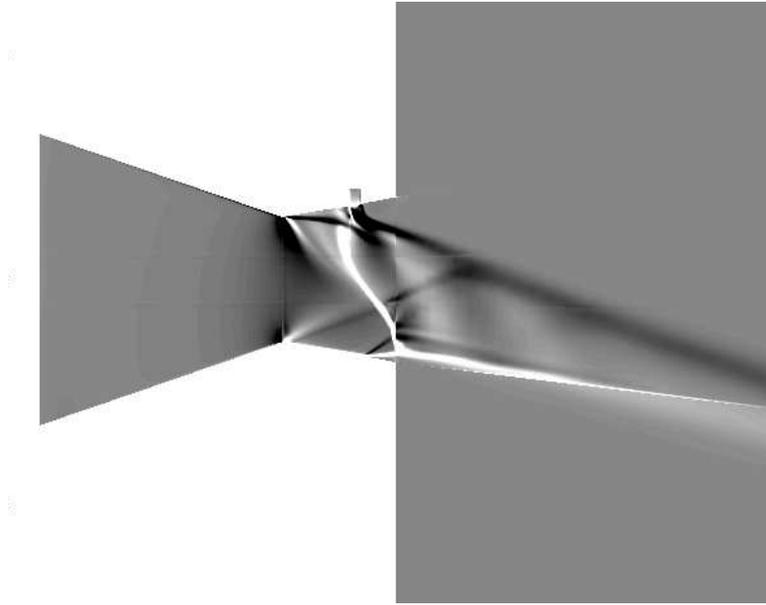


Fig. 5-19 Schlieren numérique de l'injection annulaire à NPR=3.0 et SPR=1.0

La structure de l'écoulement simulé, au voisinage de l'injecteur dans le plan de symétrie, est présentée sur la Fig. 5-20. On observe que la courbure du jet secondaire est quasi circulaire et proche de l'hypothèse adoptée pour l'élaboration du modèle. L'analyse des nombres de Mach et du Schlieren numérique met en évidence la présence de plusieurs ondes de choc dans le divergent, ces chocs sont représentés de la façon suivante :

1. Un premier choc interne au voisinage du col.
2. Un deuxième choc oblique, dit choc de décollement, peut être remarqué sur la paroi haute. Ce choc est provoqué par la présence de l'obstacle fluïdique formé par l'injection. Il fait dévier le jet primaire vers le côté opposé à l'injection en créant une zone de forte surpression devant l'orifice d'injection.
3. Un troisième choc du type "choc détaché" se situe juste en amont du jet injecté.
4. Le quatrième choc, sur la paroi opposée à l'injecteur, est un choc de décollement dû à l'effet de la sur-détente dans la tuyère. On voit nettement que le choc de sur-détente sur la paroi opposée croise le choc détaché dû à l'injection pour former un « disque » de Mach situé près de la sortie de la tuyère.

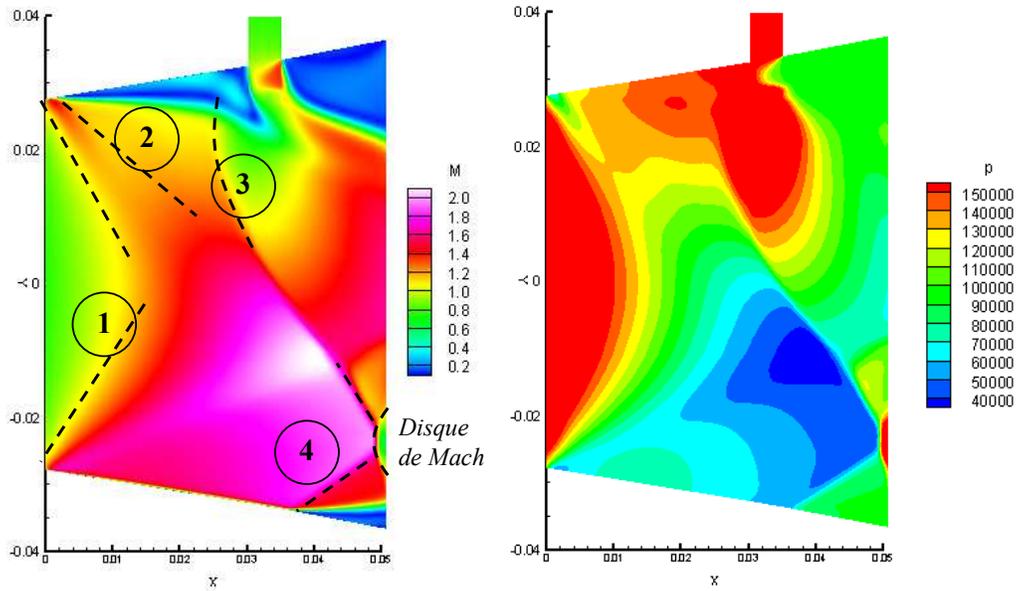


Fig. 5-20 Champs de nombre de Mach (gauche) et de pression (droite) dans le plan de symétrie

Les lignes de courant présentées sur la Fig. 5-21 montrent la présence d'une poche de surpression en amont de l'injecteur. Le fluide est caractérisé par une recirculation en aval de la séparation de la couche limite. La circulation du fluide dans cette zone s'inverse à nouveau et un autre tourbillon de fluide se manifeste en amont de l'orifice de l'injecteur.

La pression et le frottement, évalués sur la paroi de la tuyère, sont présentés sur la Fig. 5-22. Une zone de surpression se développe devant l'injecteur. Cette zone correspond à la zone de pression plateau définie dans le modèle.

La zone de surpression est limitée, en amont de l'injecteur, par une ligne de séparation caractérisée par un frottement pariétal nul au voisinage du col. La ligne de séparation quasiment rectiligne sur une largeur équivalente à l'angle de l'injection, se déploie sur les deux cotés de la tuyère en suivant une forme quasi hyperbolique.

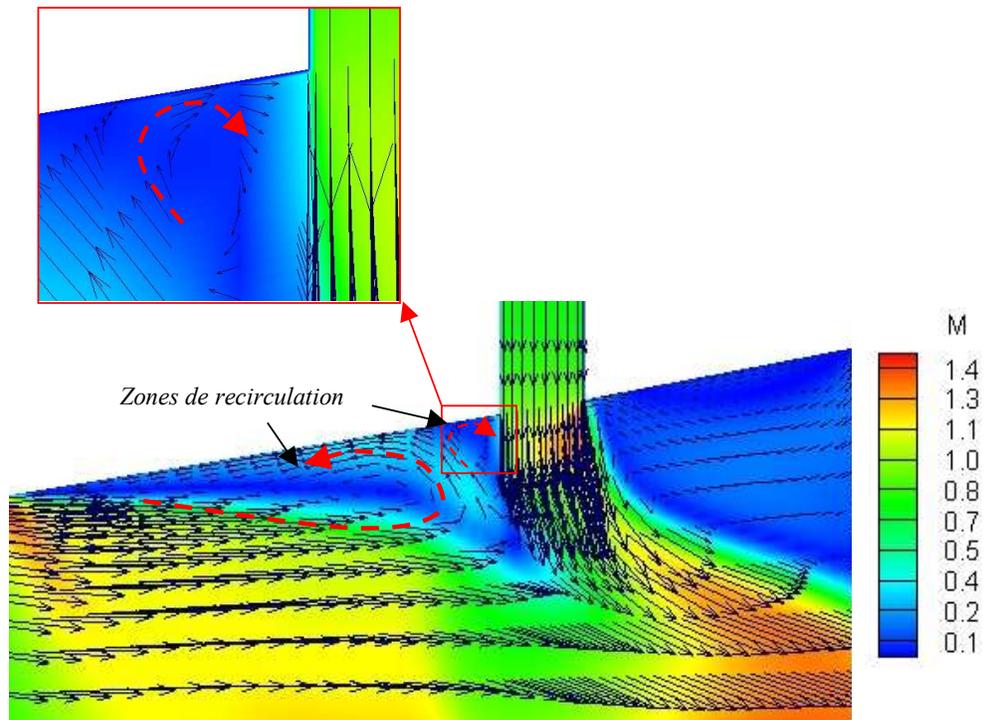


Fig. 5-21 Les recirculations à proximité de la zone d'injection

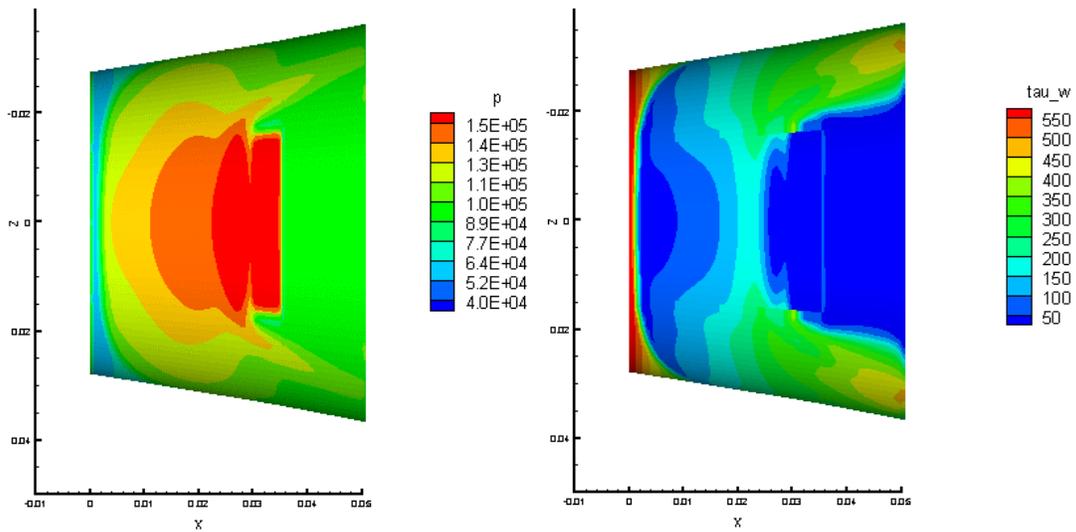


Fig. 5-22 Distribution de la pression et du frottement pariétal sur la paroi de la tuyère 3D

Plusieurs coupes prises dans un plan yz , Fig. 5-23, montrent les lignes de courant le long du divergent.

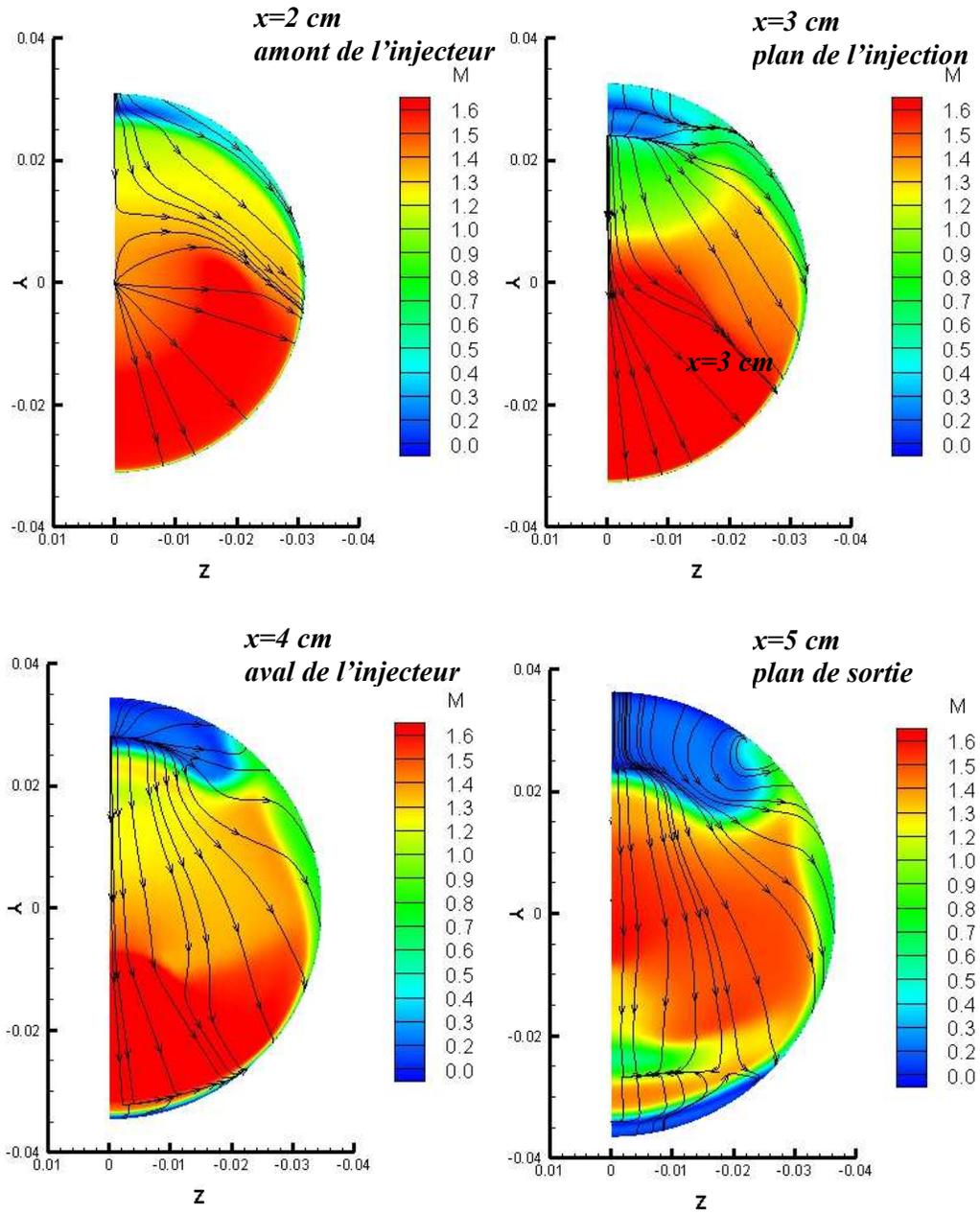


Fig. 5-23 Plan yz montrant les lignes de courant à différentes coupes pour $NPR=3.0$, $SPR=1.0$ et $\varphi=60^\circ$

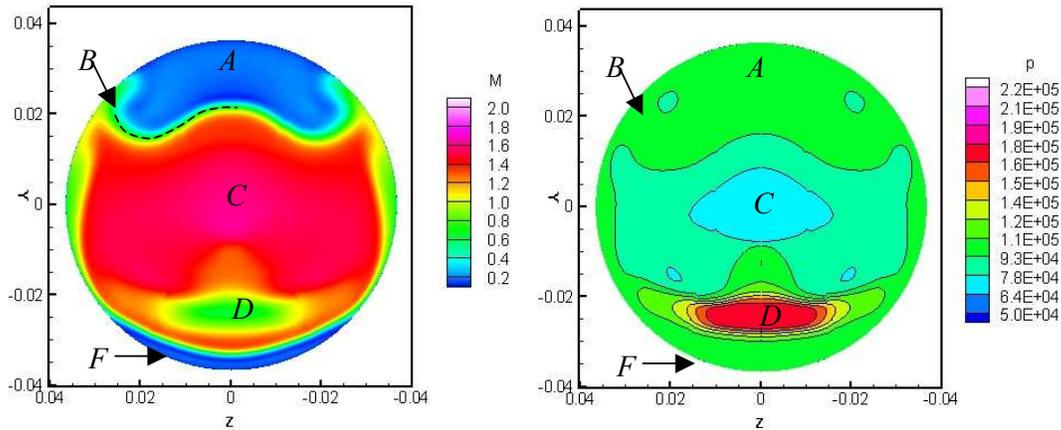


Fig. 5-24 Distribution du nombre de Mach (droite) et de la pression (gauche) au plan de sortie

Dans un plan yz à la sortie de la tuyère sur-détendue à $NPR=3.0$ (Fig. 5-24), on observe la forme de l'interaction du jet injecté avec l'écoulement primaire. La pression ambiante règne sur une importante zone en aval de l'injecteur (zone A), cette zone est délimitée par une zone de mélange entre l'écoulement aspiré de l'extérieur et le jet (zone B), le jet injecté se mélange avec le jet primaire sur une grande partie dans le plan de sortie (zone C). La zone D présente l'écoulement en aval du disque de Mach mentionné précédemment. La zone du décollement libre est marquée par la pression ambiante qui règne sur un grand secteur de la paroi opposée à l'injecteur (zone F).

La distribution de la pression et du frottement pariétal illustrés sur la Fig. 5-25 (pour la même configuration) nous suggèrent quelques remarques :

- La figure montre bien le décollement libre sur la génératrice ($\psi=180^\circ$), opposée à l'injection, ce qui fait passer la pression de sa valeur dans la tuyère à sa valeur d'ambiance p_a ($p_a/P_i=0.33$ pour $NPR=3.0$).
- On constate une chute importante de la pression au niveau du col, suivi par une augmentation en aval (à travers un choc de décollement situé tout près du col comme le montre la Fig. 5-19 et la Fig. 5-20). Cette chute n'est pas conforme à l'évaluation de la pression à partir des relations isentropiques. En effet, d'une part, les relations isentropiques, dans un cadre monodimensionnel, ne permettent d'évaluer le nombre de Mach et la pression qu'en dehors de la couche limite, d'autre part, le raccordement discontinu entre le convergent et le divergent au col

présente une cassure (point anguleux) anormale par rapport à celui des tuyères ayant un raccordement continu.

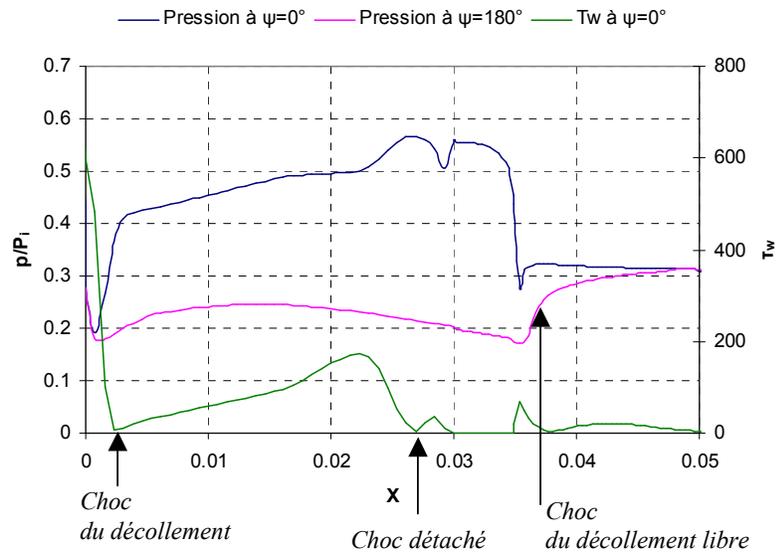


Fig. 5-25 Distribution de la pression et du frottement pariétal sur les parois au plan de symétrie à $NPR=3.0$, $SPR=1.0$ et $\varphi=60^\circ$

La position du premier choc de décollement provoqué par l'injection a lieu à 0.231 cm , celle du choc détaché est située à 2.69 cm tandis que la position du choc de sur-détente est à $x=3.73\text{ cm}$ du col (Fig. 5-25).

5.2.4 Confrontation des résultats : expérience - calcul numérique - modèle

Comme nous l'avons précisé, l'expérience de la NASA a été réalisée avec une seule géométrie d'angle du secteur d'injection ($\varphi=60^\circ$). Nous allons présenter deux configurations du cas sur-détendu pour $SPR=1.0$ et $SPR=0.5$. L'injecteur étant placé pour toutes les configurations à l'abscisse $x=0.03\text{ cm}$ du col.

La Fig. 5-26 montre les résultats de la distribution des pressions correspondant à la première configuration à $SPR=1.0$ et $NPR=3.0$. On constate un écart important entre la courbe du modèle et celles de l'expérience et de la simulation numérique.

Le modèle et les calculs numériques présentent un saut de pression en aval du col, alors que le manque de données expérimentales ne permet pas d'analyser la pression avec

précision dans cette région. La courbe expérimentale montre un plateau de pression ($p/P_i \approx 0.4$) sur une distance d'environ 0.01 m suivi d'une surpression jusqu'à ($p/P_i \approx 0.58$) environ juste en amont de l'injecteur. Dans l'expérience de la NASA, la pression sur la paroi est détecté par 9 sondes placées sur chaque génératrice le long de la tuyère sauf pour la première génératrice à $\psi=0^\circ$, présentée sur la Fig. 5-26. Celle-ci n'en contient que six en raison de la difficulté de l'installation au niveau de l'injecteur.

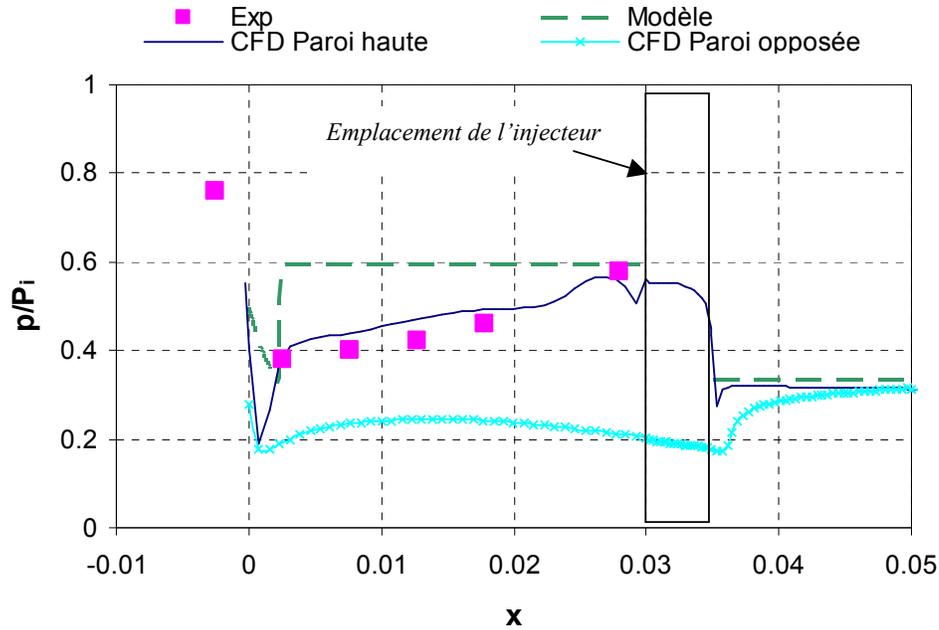


Fig. 5-26 Distribution de la pression sur les parois dans le plan de symétrie à $NPR=3.0$, $SPR=1.0$ et $\varphi=60^\circ$

La déviation obtenue est de $\delta=15.5^\circ$ pour les calculs numériques et de $\delta=16.9^\circ$ pour le modèle analytique tandis que la valeur expérimentale de la déviation est de $\delta=16^\circ$. On remarque que les valeurs de la déviation sont assez proches pour les trois méthodes malgré le fait que la pression plateau soit surestimée dans les résultats du modèle. Cela peut s'expliquer par le fait que les rapports de pression ($p_p/p_0 \approx 0.25$) sont quasi identiques pour les deux cas.

Pour bien appréhender les problèmes rencontrés, nous présentons dans la deuxième configuration du calcul le cas de $SPR=0.5$ (Fig. 5-27). Dans ce cas, le taux d'injection est réduit de moitié, ce qui nous donne une zone de plateau moins longue et une position de décollement loin du col de la tuyère. Ce cas n'est pas traité par les expériences. Lorsque le décollement s'éloigne du col, on remarque que le modèle et la simulation numérique sont en accord pour la pression plateau. Le point de séparation est estimé à 0.017 m du col de la

tuyère dans le cas du modèle et à 0.0154 dans l'évaluation par la simulation numérique. Nous remarquons encore que la zone d'interaction prévue par les calculs numériques est plus longue que celle estimée par le modèle.

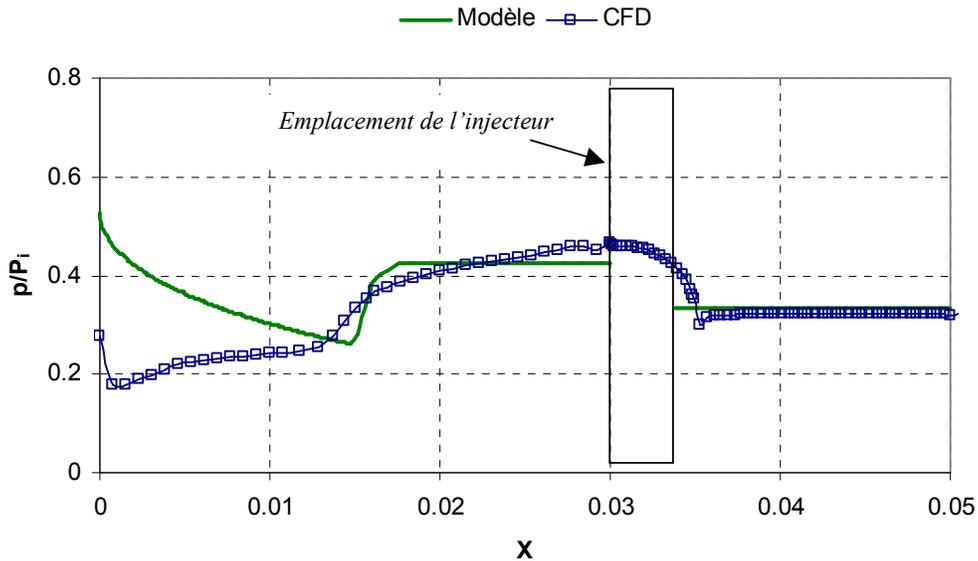


Fig. 5-27 Distribution de la pression pariétale dans le plan de symétrie à $NPR=3.0$ et $SPR=0.5$

5.2.5 Influence de l'angle du secteur d'injection

Bien que l'expérience de la NASA ne soit faite que pour un seul angle du secteur d'injection, $\varphi=60^\circ$, nous avons décidé de simuler plusieurs configurations en changeant l'angle φ . Cette démarche nous permet tout d'abord de valider le modèle et, par la même, de trouver l'éventuel secteur idéal qui présente les meilleures caractéristiques de déviation (à taux d'injection constant).

L'influence de la longueur du secteur d'injection (exprimée sous forme d'angle φ) sur la déviation de la poussée pour $SPR=1.0$ est présentée sur la Fig. 5-28. Les résultats montrent une meilleure déviation pour les secteurs à faible largeur ($\varphi < 90^\circ$), où l'obstacle du fluide injecté induit le maximum d'efforts latéraux. Ces efforts latéraux diminuent pour les raisons suivantes :

- En augmentant l'angle du secteur d'injection, la largeur de fente devient de plus en plus petite, pour le même débit du jet injecté. Ceci réduit proportionnellement la hauteur de l'obstacle fluide et la longueur de la zone de séparation devant l'injecteur.

- Pour les secteurs les plus grands, les composantes des efforts latéraux sur l'axe y dans la partie de paroi entre $\psi=90^\circ$ et $\psi=180^\circ$ s'opposent à ceux de la partie comprise entre $\psi=0^\circ$ et $\psi=90^\circ$, ce qui réduit la somme totale de ces efforts.

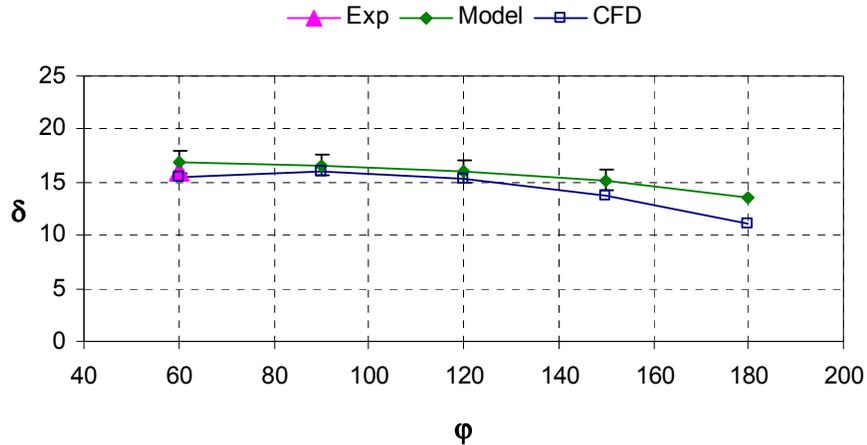


Fig. 5-28 Changement de la déviation en fonction de l'angle du secteur d'injection pour SPR=1.0

Les résultats des calculs numériques montrent une valeur maximale de la déviation à $\phi=90^\circ$, ($\delta=16.1^\circ$) tandis que le modèle prédit une déviation de 16.5° . On remarque par ailleurs un écart croissant entre le modèle et la simulation numérique pour $\phi > 120^\circ$. En fait, avec des secteurs d'injection à grand angle, un autre paramètre pouvant jouer un rôle important, qui n'est pas pris en compte dans ce modèle, est le coefficient de décharge. En effet, le rapport d'aspect de l'injecteur (longueur/largeur) devient de plus en plus grand et la section efficace de l'injecteur diminue. Ce phénomène affecte le rendement de l'injecteur qui résulte d'un frottement plus important sur les parois de l'injecteur et réduit sa section efficace, (Foster et al [31]).

Une comparaison des images 3D de différents angles du secteur d'injection (60° , 90° , 120° et 150°) est présentée sur la Fig. 5-29.

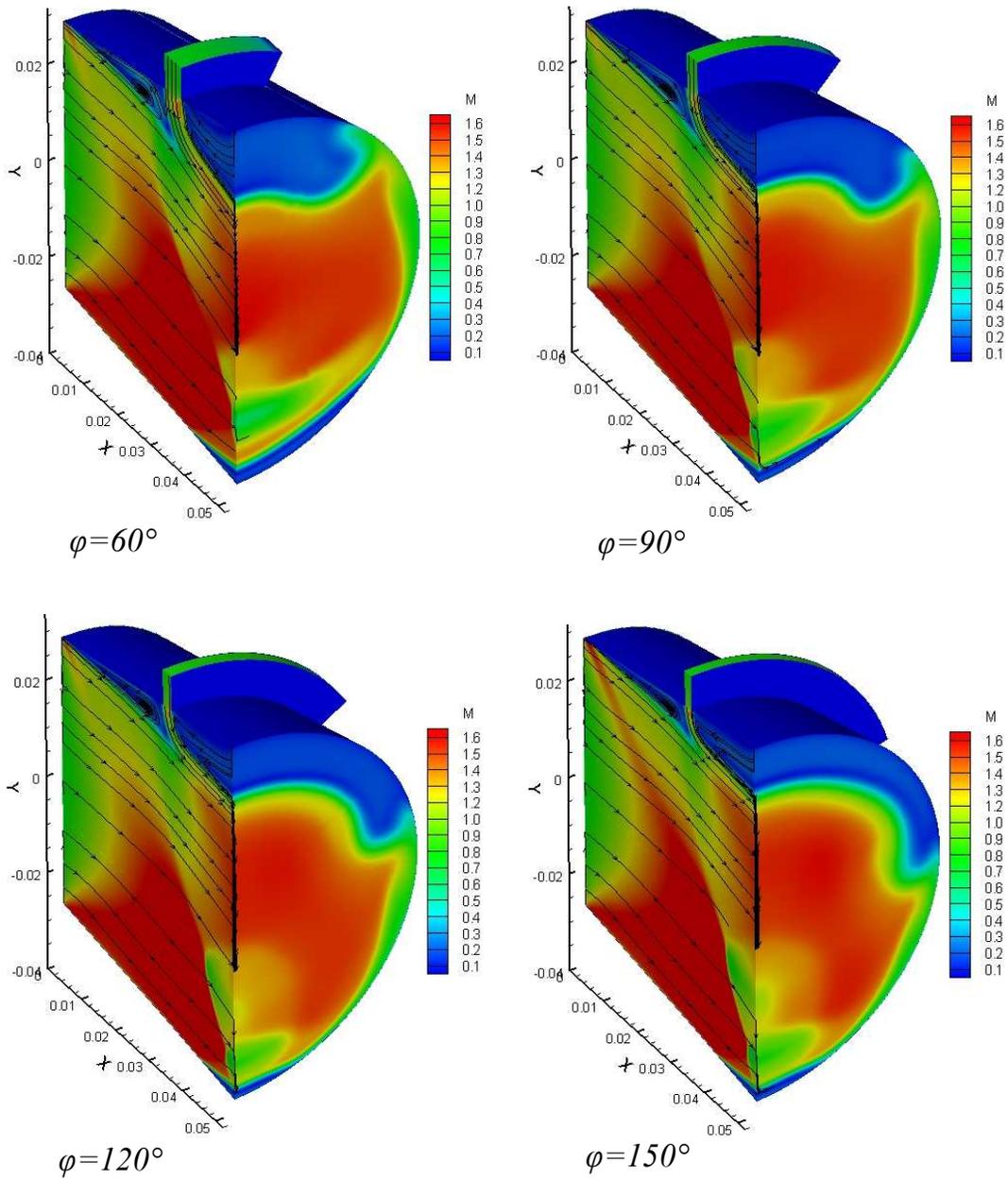


Fig. 5-29 Images 3D présentant différents angles du secteur d'injection à NPR=3.0 et SPR=1.0

5.3 Injection par une fente dans une tuyère axisymétrique : profil de Masuya

Les premiers résultats obtenus avec le modèle 3D, comparés avec l'expérience de Wing, n'étaient pas totalement satisfaisants mais nous ont encouragé à poursuivre notre démarche en choisissant une autre tuyère ayant un profil conique au divergent et un raccordement idéal au col. Ce nouveau profil a été tiré des travaux de Masuya et al [21] et de Ko et al [25]. Le choix de ce profil a été motivé par l'étude expérimentale réalisée par ses auteurs sur une injection par un orifice circulaire dont les résultats seront abordés plus loin (voir paragraphe 5.4). En plus du choix du profil, la position de l'orifice de l'injection dans le divergent est un autre paramètre de grande importance. En effet, un injecteur placé bien en aval du col de la tuyère évite quelques problèmes rencontrés précédemment :

- Le décollement provoqué par le fluide injecté n'intervient pas très près du col, là où le fluide subit des changements importants de son état ; des chocs internes peuvent exister près du col.
- Un injecteur placé suffisamment en aval permet à la ligne de séparation et au choc induit de sortir de la tuyère avant d'atteindre la paroi opposée à l'injecteur ce qui produit une dissymétrie plus importante des charges latérales.

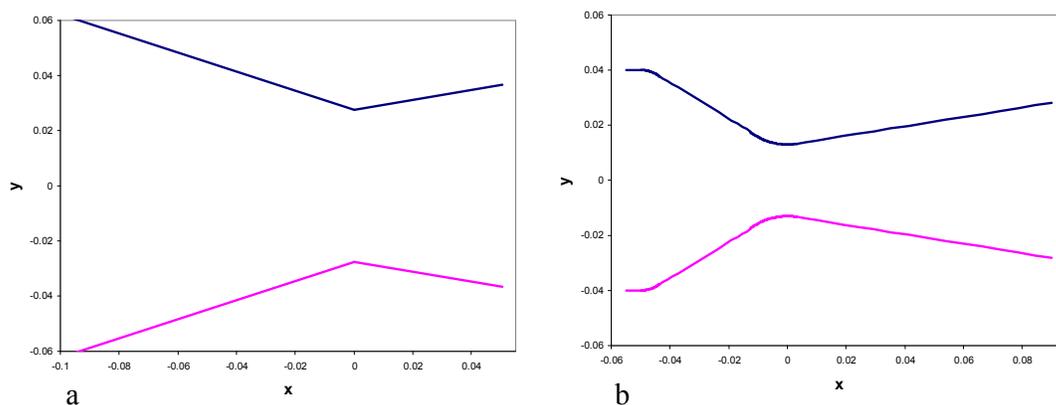


Fig. 5-30 Profils des tuyères : a- profil de Wing, b- profil de Masuya

La Fig. 5-30 illustre une comparaison entre les profils de deux tuyères étudiées dans le cas axisymétrique tandis que le Tableau 4 présente leurs caractéristiques principales.

	<i>Profil de Wing</i>	<i>Profil de Masuya</i>
Longueur du divergent (<i>m</i>)	0.05044	0.09
Rayon du col r_c (<i>m</i>)	0.0277	0.013
NPR_d	8.26	42.1
Rapport de section A_s/A_c	1.74	4.6
Mach en sortie de la tuyère	2.04	3.1
Position de l'injecteur (<i>m</i>)	0.03	0.05
Demi-angle du divergent Φ(°)	10	9.6

Tableau 4 Caractéristiques des tuyères utilisées dans le calcul

5.3.1 Mise en œuvre du calcul numérique

Une étude paramétrique est réalisée avec un rapport de détente NPR allant de 10 à 42, et de SPR allant de 0.3 à 1.0 ($SPR=1.0$ correspond à un taux d'injection de 5%, ce qui est la limite inférieure de ce type d'injection). L'étude est faite sur trois types de maillages avec le modèle de turbulence $k-\epsilon$. Plusieurs angles du secteur d'injection sont testés allant jusqu'à $\varphi=180^\circ$. L'injection se fait à 0.05 m du col. Un calcul réalisé sur une configuration d'une tuyère prolongée de 3 cm permet de comparer l'influence de l'impact du choc sur la paroi opposée. La condition d'entrée dans la tuyère est fixée à un nombre de Mach de 0.2 et à une température totale de 616 K°, conformément aux essais réalisés sur cette tuyère par Masuya [21].

5.3.1.1 Effet du maillage

Le maillage est constitué de trois blocs, identique dans sa construction à celui de la tuyère de Wing. Une extension longitudinale et radiale plus importante du maillage en sortie a été adoptée. La longueur sur x est de 70 fois la hauteur du col et radialement de 100 fois, (Fig. 5-31).

Trois maillages sont testés (Tableau 5) pour l'étude de la sensibilité des résultats au maillage. Dans ces calculs, 60% des cellules sont attribuées au divergent de la tuyère. L'influence du maillage sur l'angle de la vectorisation est donnée au Tableau 5. L'écart sur

l'angle de déviation est de 22 % entre les maillages *A* et *B* et de 1% entre les maillage *B* et *C*. La Fig. 5-32 présente la distribution de la pression à $\psi=0^\circ$ pour les trois maillages pour un calcul avec $NPR=20$, $SPR=1.0$ et $\varphi=60^\circ$. On constate que les profils de pression pour les maillages *B* et *C* sont identiques. Le maillage *B* (un million de cellules dans une seule moitié de la tuyère) sera retenu par souci de réduire le temps de calcul.

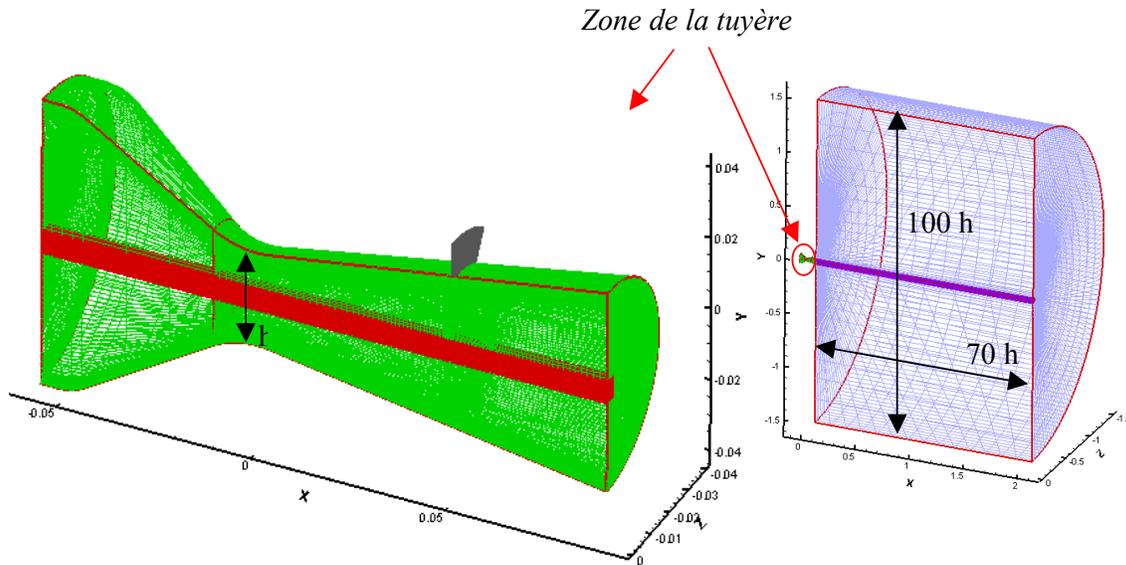


Fig. 5-31 Maillage de la tuyère de Masuya

	<i>Nombre de cellules</i>	δ°
<i>Maillage A</i>	0.5M (477 100)	7.5
<i>Maillage B</i>	1 M (944 350)	5.85
<i>Maillage C</i>	1.3 M (1 354 400)	5.8

Tableau 5 Nombre de cellules et angle de déviation des maillages testés sur la tuyère de Masuya

5.3.1.2 Effet du modèle de turbulence

Deux modèles de turbulence ont été également testés (le modèle de $k-\varepsilon$ et le modèle de $k-\omega$), les pressions pariétales données par ces deux modèles sont illustrées dans le plan de symétrie sur la Fig. 5-33. Les deux modèles donnent bien la même estimation de la pression

plateau, avec une légère différence sur le point de séparation. Les angles de déviation obtenus pour les deux modèles de turbulence sont très proches (5.9° et 5.8°). Comme précédemment, nous allons adopter le modèle $k-\varepsilon$ pour la suite des calculs.

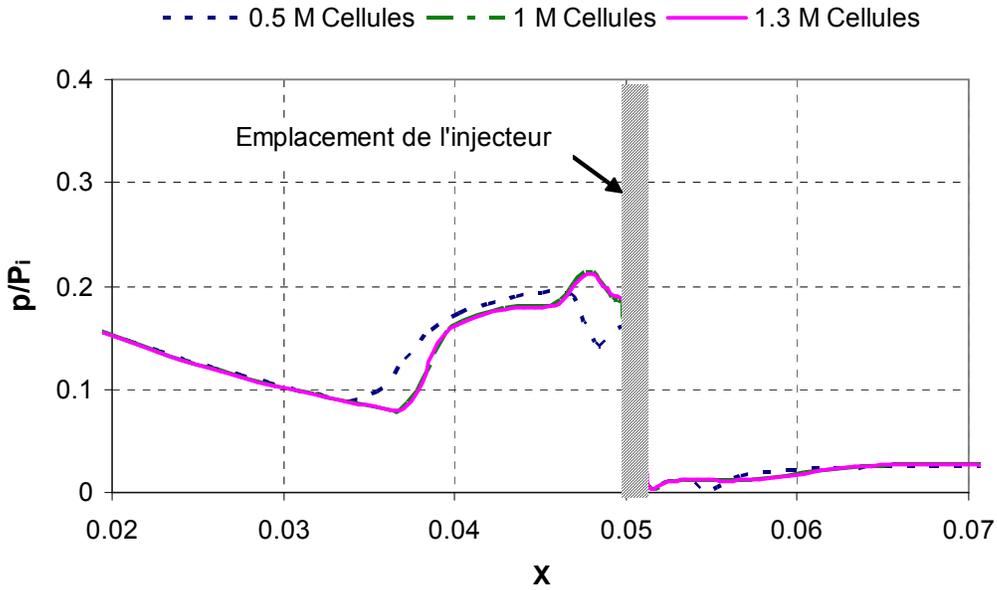


Fig. 5-32 Pression pariétale pour les trois maillages

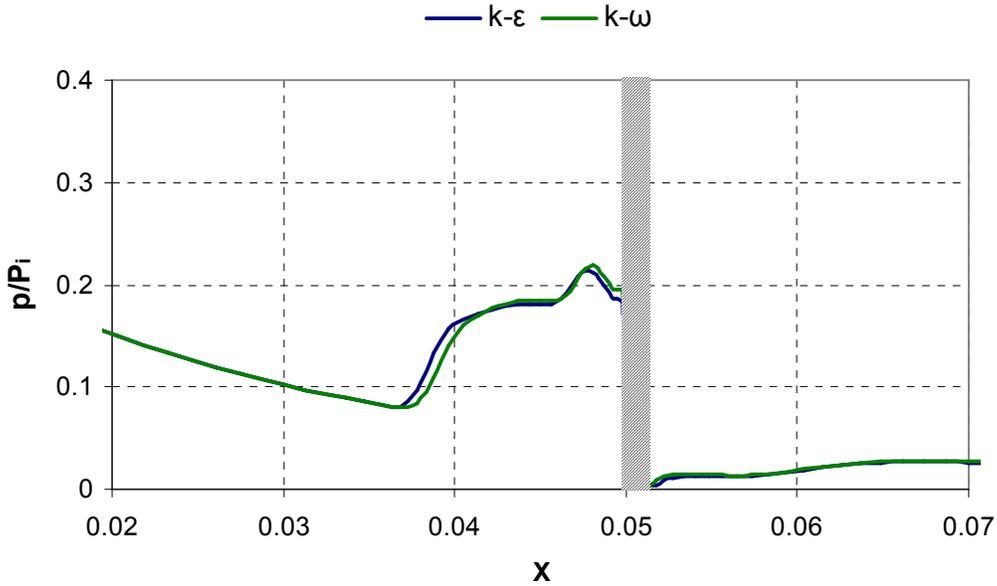


Fig. 5-33 Pression pariétale pour les modèles de turbulence $k-\varepsilon$ et $k-\omega$

5.3.2 Influence du critère de décollement

Plusieurs critères de décollement ont été testés pour évaluer le saut de pression en aval du choc de décollement. La Fig. 5-34 montre l'évolution de la pression pariétale à $\psi=0^\circ$ pour $NPR=42$, $SPR=1.0$ et $\varphi=60^\circ$ en fonction du critère de décollement choisi.

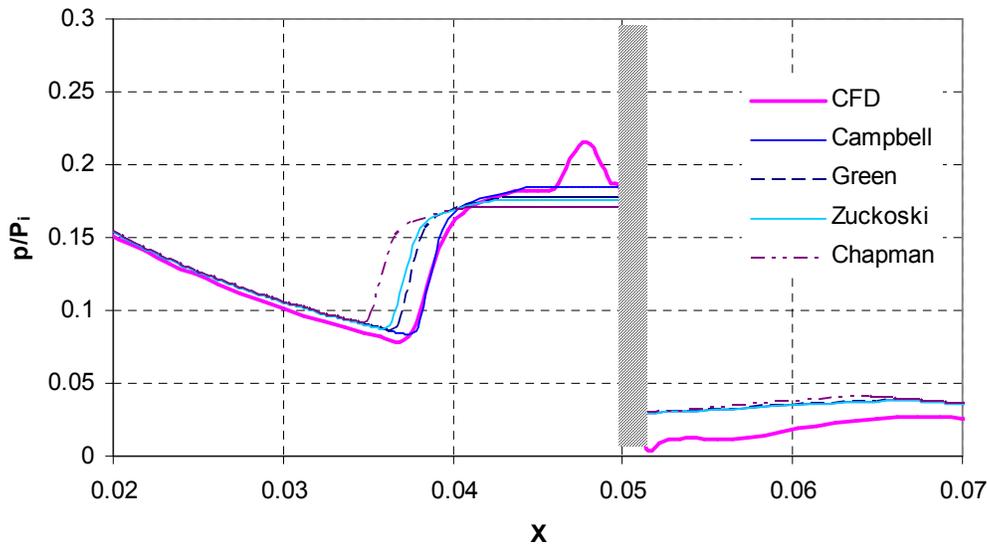


Fig. 5-34 Influence du critère de décollement sur la pression pariétale pour $NPR=42$, $SPR=1.0$, $\psi=0^\circ$ et $\varphi=60^\circ$

Les critères de Campbell et de Green ($\frac{M_1}{M_0} = 0.76$ et $\frac{M_1}{M_0} = 0.78$ respectivement), issus des expériences sur des tuyères coniques, semblent les plus cohérents avec la courbe issue de la simulation numérique. La déviation obtenue pour cette configuration (régime d'adaptation) est de 5.1° pour le critère de Green, de 5° pour le critère de Campbell tandis que le calcul numérique donne une valeur de 5.1° . En revanche, les critères tirés des expériences sur un écoulement plan (Zukoski et Chapman) estiment un saut de pression moins élevé et une position du point de séparation bien en amont par rapport à celle du calcul numérique. Le Tableau 6 présente les caractéristiques des différents critères de décollement pour deux autres configurations ($NPR=20$ et $NPR=11$).

	NPR=11, SPR=1.0		NPR=20, SPR=1.0	
	δ°	η %	δ°	η %
CFD	12.1	2.42	5.8	1.16
Zukoski	9.66	1.93	5.53	1.11
Chapman	9.73	1.95	5.67	1.13
Reshotko	9.65	1.93	5.38	1.07
Campbell	9.63	1.92	5.41	1.08
Green	9.64	1.93	5.49	1.1
Schilling	9.62	1.92	5.4	1.08

Tableau 6 Caractéristiques de la déviation en fonction de critère de décollement

5.3.3 La ligne de séparation

Lors d'une injection pariétale, la structure de l'écoulement sur les parois de la tuyère présente une ligne de séparation de la couche limite. En l'absence de données expérimentales nous avons eu recours aux résultats numériques et à la modélisation pour caractériser cette ligne de séparation. Dans les calculs analytiques cette ligne est modélisée par des corrélations inspirées des formules de Billig [20] (pour le choc détaché devant une sphère).

La force de frottement pariétal nous permet de bien définir les points de séparation dans les résultats numériques. La séparation de la couche limite se produit en un point où il y a annulation du frottement pariétal. La Fig. 5-35 montre la variation du frottement pariétal dans une tuyère en régime de sur-détente ($NPR=11$).

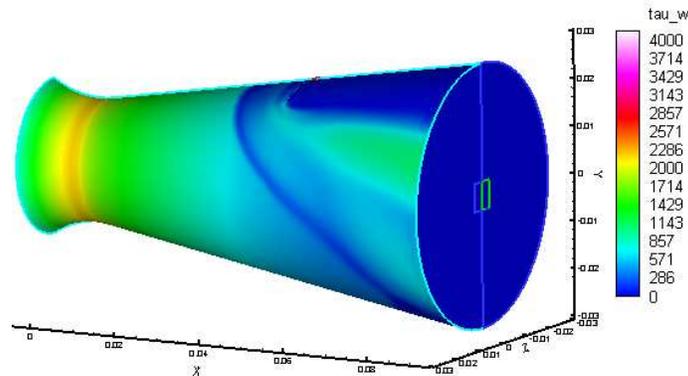


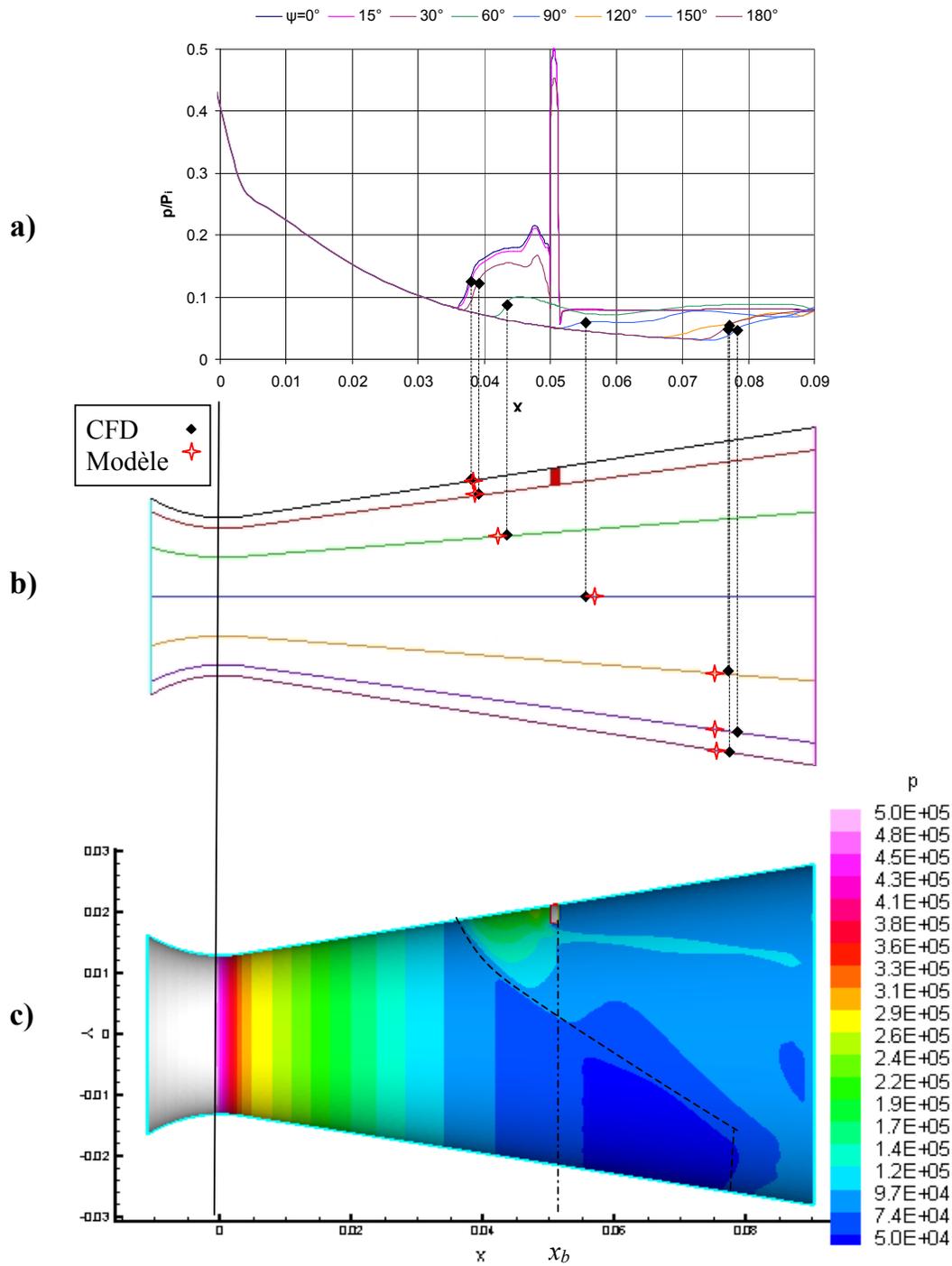
Fig. 5-35 Frottement pariétal sur les parois de la tuyère sur-détendue

La modélisation de la ligne de séparation dépend essentiellement du régime de fonctionnement de la tuyère. Dans ce paragraphe, on procède à la validation de cette modélisation (présentée au chapitre 3) à l'aide des résultats des simulations numériques. Deux configurations seront étudiées, l'une en régime de sur-détente ($NPR=11$) et l'autre en régime d'adaptation ($NPR=42$). La Fig. 5-36 illustre la répartition des pressions et de la ligne de séparation sur différentes génératrices sur la paroi pour la première configuration ($NPR=11$, $SPR=1.0$ et $\varphi=60^\circ$) tandis que la Fig. 5-37 illustre ceux du régime d'adaptation.

La pression pariétale est prise sur 8 génératrices réparties à $\psi=0, 15, 30, 60, 90, 120, 150$ et 180° , (Fig. 5-36), les points de décollement sont estimés en regardant l'annulation du frottement pariétal $\tau_w=0$. Les symboles noirs représentent l'estimation des points de la ligne de séparation calculés par la simulation numérique et les symboles rouges représentent ceux calculés avec le modèle en utilisant le critère de décollement de Campbell. Les deux premiers points situés sur les génératrices $\psi=0^\circ$ et $\psi=30^\circ$ représentent la ligne de séparation devant la zone de pression plateau. La simulation numérique prédit une légère baisse de pression à $\psi=30^\circ$ (extrémité de l'injecteur) par rapport à $\psi=0^\circ$ ce qui positionne la ligne de séparation légèrement en aval par rapport au modèle.

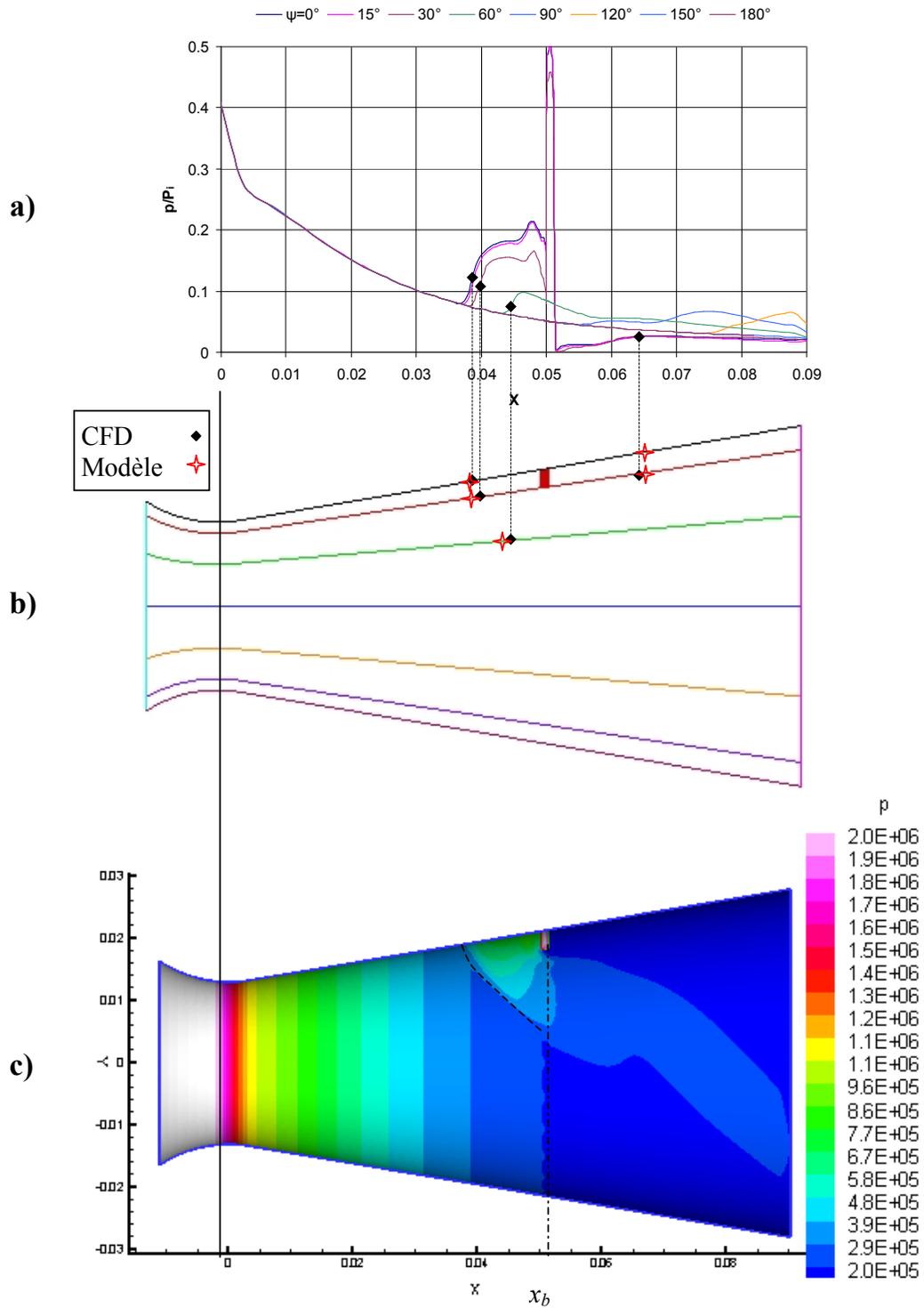
Dans le cas de la tuyère sur-détendue, $NPR=11$ (Fig. 5-36), la ligne de séparation s'incurve vers l'aval de la tuyère jusqu'à l'angle ($\psi \approx 120^\circ$). Comme on peut l'observer sur les courbes de pression, la zone d'interaction située au-delà de ($\psi > 90^\circ$) est une zone de compression faisant passer la pression de l'écoulement de sa valeur normale (détente sans injection) à la pression ambiante $p_a/P_{i0}=0.09$. La ligne de séparation croise ensuite celle engendrée par le choc de décollement libre. La position du point de séparation dans le décollement libre est estimée par le critère de décollement de Summerfield ($p_0/p_a=0.4$). Ce critère positionne le point de décollement libre légèrement en amont de la position obtenue par les calculs numériques.

Dans le cas de l'adaptation ($NPR=42$) (Fig. 5-37), la ligne de séparation apparaît aussi bien dans la simulation numérique que dans le modèle. Le modèle prédit une ligne de séparation jusqu'à un angle $\psi_b=79^\circ$ à l'abscisse x_b correspondant à l'arrière de l'injecteur. Le secteur de surpression induit dans ce cas s'étend jusqu'à $+49^\circ$ au-delà du secteur de l'injection.



a- pression pariétale sur plusieurs génératrices de la paroi
 b- trace du front de séparation sur chaque rangée
 c- pression pariétale sur l'ensemble de la paroi

Fig. 5-36 Ligne de séparation dans le régime de sur-détente (NPR=11)



a- pression pariétale sur plusieurs génératrices de la paroi
 b- trace du front de séparation sur chaque rangée
 c- pression pariétale sur l'ensemble de la paroi

Fig. 5-37 Ligne de séparation dans le régime d'adaptation (NPR=42)

Une image de Schlieren numérique 3D illustre les différents chocs internes dans les deux configurations étudiées (sur-détente et adaptation), Fig. 5-38. On peut très bien distinguer le choc de décollement libre sur la paroi opposée à l'injection dans le cas de sur-détente. Dans le cas d'adaptation, la zone de recollement est caractérisée par une zone de recompression et une surface de glissement en aval de l'injecteur.

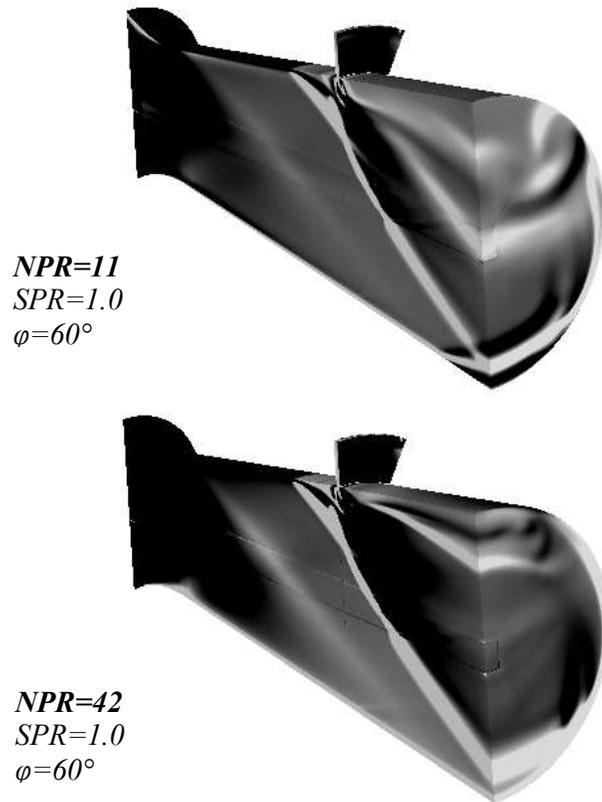


Fig. 5-38 Schlieren numérique du cas de sur-détente (Haut) et d'adaptation (Bas)

La Fig. 5-39 présente la distribution du nombre de Mach et les caractéristiques de l'interaction par rapport au modèle, calculées au régime d'adaptation $NPR=42$, $SPR=1.0$, $\varphi=60^\circ$ et en prenant en compte le critère de décollement de Campbell. Les caractéristiques du choc oblique sont calculées par rapport à l'origine de la séparation s .

Le Tableau 7 présente les différentes caractéristiques de la déviation à trois régimes ($NPR=11$, 20 et 42) obtenues par la simulation numérique et le modèle. Dans le régime à faible NPR , le modèle sous-estime la valeur de la déviation, un écart de 2.5° peut être

remarqué à $NPR=11$. En revanche, les résultats sont meilleurs pour les grandes valeurs de NPR . Pour le régime d'adaptation $NPR=42$, l'écart sur la déviation est de 3.9%. Néanmoins, l'efficacité de l'injection par une fente annulaire dans le cas de sur-détente est très bonne (2.61%% à partir des calculs numériques et 1.92 %% dans le cas du modèle), mais, elle se réduit pour le régime d'adaptation à presque 1° de déviation par pourcent de jet injecté.

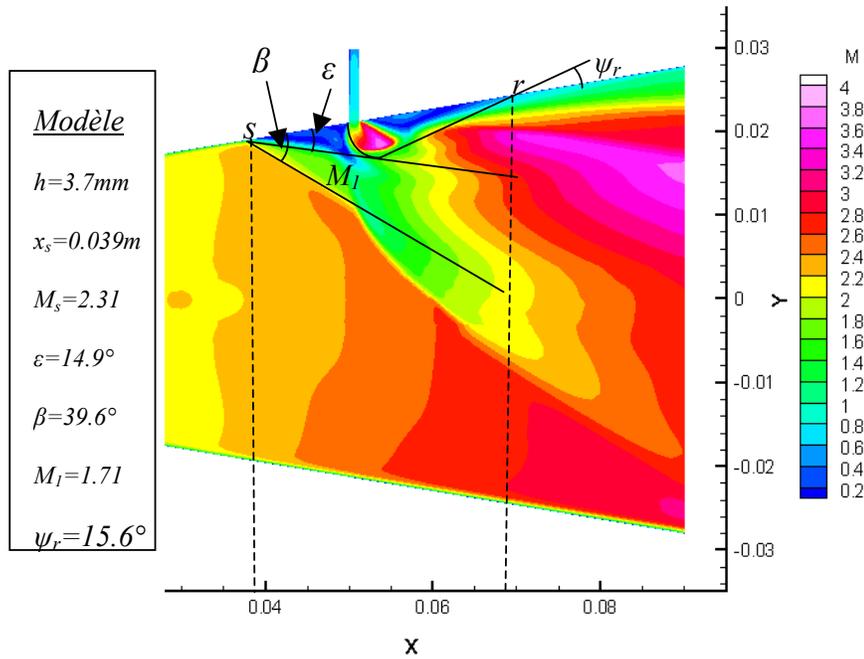


Fig. 5-39 Caractéristiques de l'interaction (Modèle et calcul numérique) à $NPR=42$

	$NPR=11$		$NPR=20$		$NPR=42$	
	CFD	Modèle	CFD	Modèle	CFD	Modèle
F_x	637.8	737	1303	1470	2998	3360
F_y	136.5	125	132.4	139	266	292
δ°	12.1	9.6	5.8	5.4	5.1	5
K	4.3	3.6	2.3	2.2	2.2	2.15
η	2.42	1.92	1.16	1.1	1.01	1.0
C_{fg}	0.7	0.76	0.77	0.83	0.84	0.9

Tableau 7 Caractéristiques de la déviation (Modèle et calcul numérique)

5.3.4 Influence de l'angle du secteur de l'injection

Des calculs numériques correspondant à plusieurs secteurs d'injection ont été effectués. La Fig. 5-40 présente la déviation obtenue en faisant varier l'angle φ . La déviation maximale de $\delta=5.8^\circ$ est obtenue à $\varphi=60^\circ$ avec une efficacité de 1.16% . Le modèle donne pour $\varphi=60^\circ$, $\delta=5.41^\circ$ et $\eta=1.08\%$. La déviation à $\varphi=90^\circ$ est de 5.4° pour le calcul numérique, tandis que le modèle sous-estime la déviation correspondante à ce secteur. Aux secteurs d'angle $\varphi>90^\circ$, les déviations obtenues par les calculs numériques et par le modèle montrent la même tendance, par conséquent, l'efficacité diminue pour ces angles car les efforts symétriques sur la paroi opposée de la tuyère ($\psi>90^\circ$) deviennent importants. Par contre, le coefficient de poussée reste constant quelque soit le secteur d'injection, $C_{fg}=0.77$ pour les simulation numériques et $C_{fg}=0.83$ pour le modèle

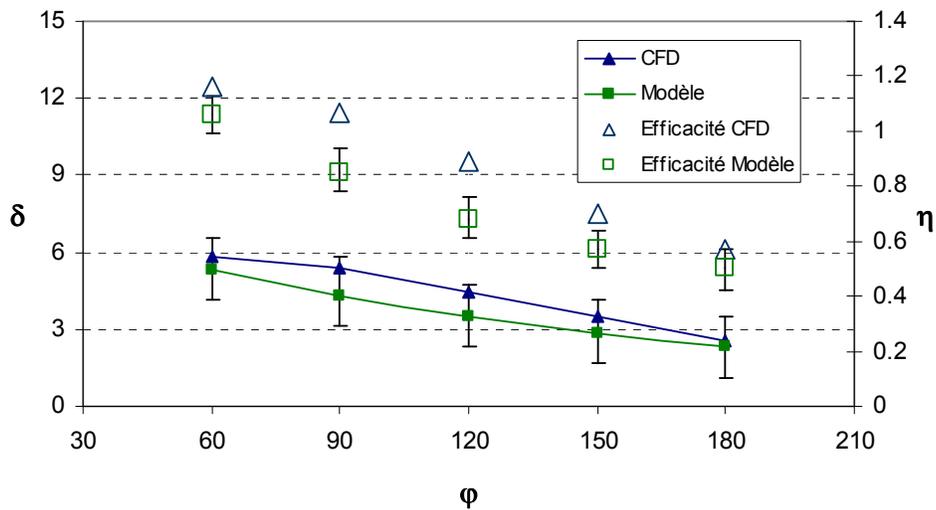


Fig. 5-40 La déviation en fonction de l'angle d'injection φ à $NPR=20$ et $SPR=1.0$

La Fig. 5-41 présente la répartition du frottement pariétal pour $\varphi=90^\circ$ et $\varphi=150^\circ$, tandis que la Fig. 5-42 présente la distribution de la pression sur les parois (vue du haut) pour les mêmes angles d'injections à $NPR=20$ et $SPR=1.0$. On constate, sur les deux figures, la présence bien marquée d'une zone de séparation devant l'injecteur dont la longueur est constante sur un angle équivalent à celui du secteur d'injection. Ceci montre que la méthode de prévision des efforts latéraux dans le modèle est bien adaptée en particulier pour les grands angles d'injection. L'écoulement à la sortie de l'injecteur se comporte comme un obstacle d'autant plus conforme à l'hypothèse d'une marche montante que l'angle d'injection est

grand. La difficulté réside dans le bon choix du critère de décollement le plus adapté à la configuration étudiée.

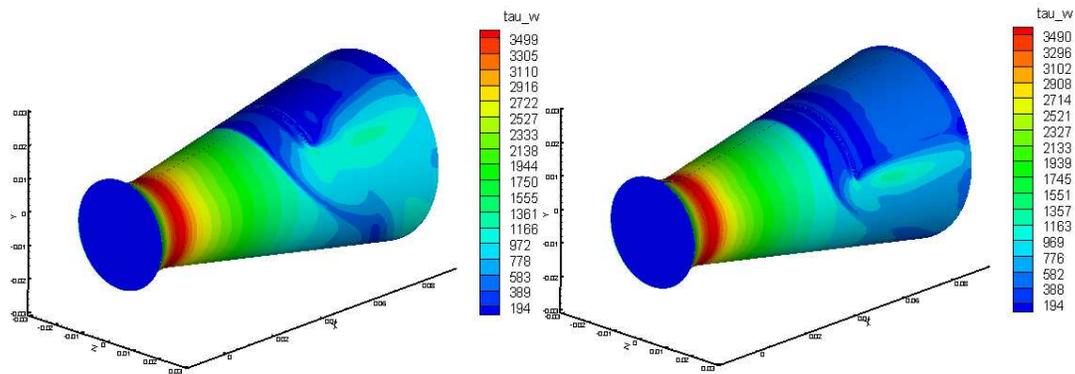


Fig. 5-41 Frottement pariétal pour injection à $\phi=90^\circ$ (Gauche) et $\phi=150^\circ$ (droite)

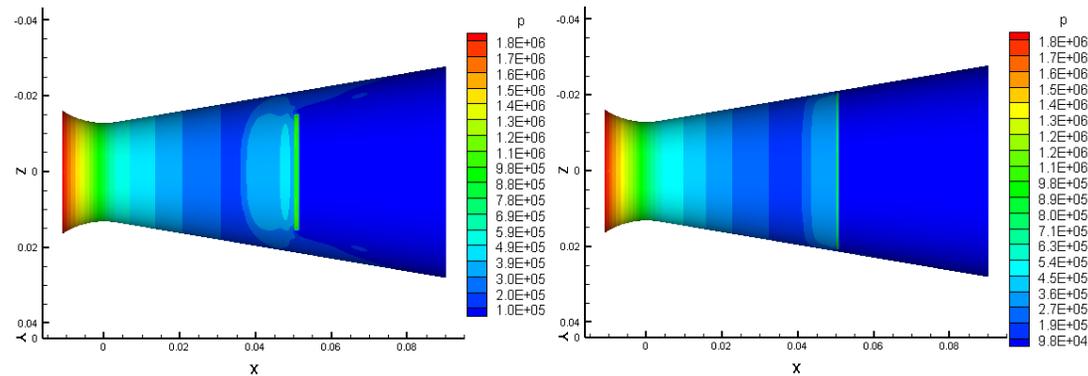


Fig. 5-42 Vue du haut de la distribution de pression pariétale pour injection à $\phi=90^\circ$ (Gauche) et $\phi=150^\circ$ (droite)

5.3.5 Effet des rapports de pressions

5.3.5.1 Effet du rapport de détente

Représenté par le nombre NPR , le rapport de détente indique le régime de fonctionnement de la tuyère. Cinq cas de calcul allant de $NPR=11$ jusqu'au régime d'adaptation ($NPR=42$) sont réalisés avec un taux d'injection de 5% et un secteur d'injection

de 60° . Aux nombres inférieurs à $NPR=11$, les simulations numériques (non présentées ici) ont montré que l'injecteur se retrouve plongé dans la zone de décollement libre. Le choc du décollement libre annulera l'efficacité de l'injection dans ces cas. La Fig. 5-43 montre la comparaison entre les déviations obtenues par le modèle et par la simulation numérique en fonction de NPR , tandis que la Fig. 5-44 montre la distribution des pressions dans le plan de symétrie pour les cinq cas de calculs numériques.

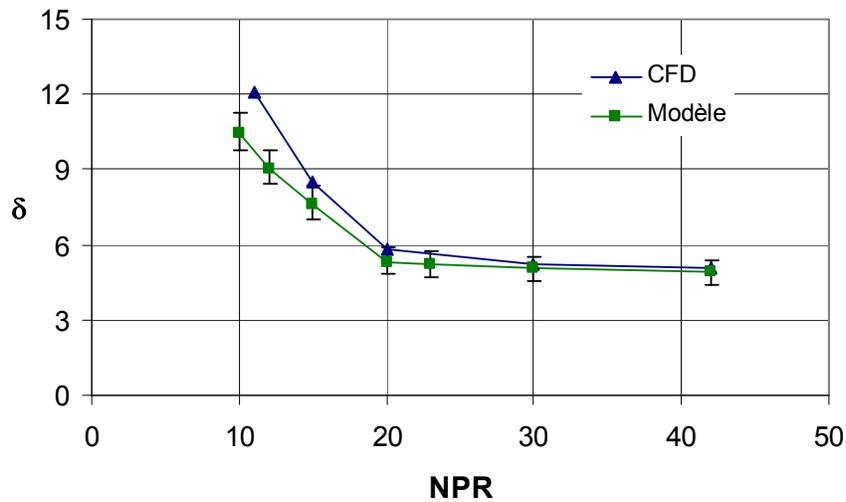


Fig. 5-43 La déviation en fonction du nombre de NPR à $SPR=1.0$ et $\varphi=60^\circ$

Dans les deux cas (modèle et simulation), la déviation δ diminue fortement jusqu'à $NPR=20$. Les effets de la sur-détente sont très importants dans cette plage de NPR . Au-delà ($NPR>20$), l'influence de la surdétente devient négligeable et l'on constate une très faible variation de δ jusqu'à $NPR=42$. On relève également une très légère variation dans la distribution des pressions en amont de l'injecteur, Fig. 5-44. Pour NPR le plus faible ($NPR=11$), on note un léger déplacement du point de séparation de la couche limite vers l'amont de la tuyère. On remarque aussi que la pression ambiante règne sur toute la section en aval de l'injecteur. L'effet de la pression ambiante devient de plus en plus faible dans les autres cas. Une zone claire de dépression peut être remarquée en aval de l'injecteur dans le cas de l'adaptation. Cette zone représente la zone de recollement, la distribution de la pression en aval de cette zone est proche de celle de la tuyère non perturbée par l'injection. Les performances de la vectorisation ont été illustrées dans le Tableau 7.

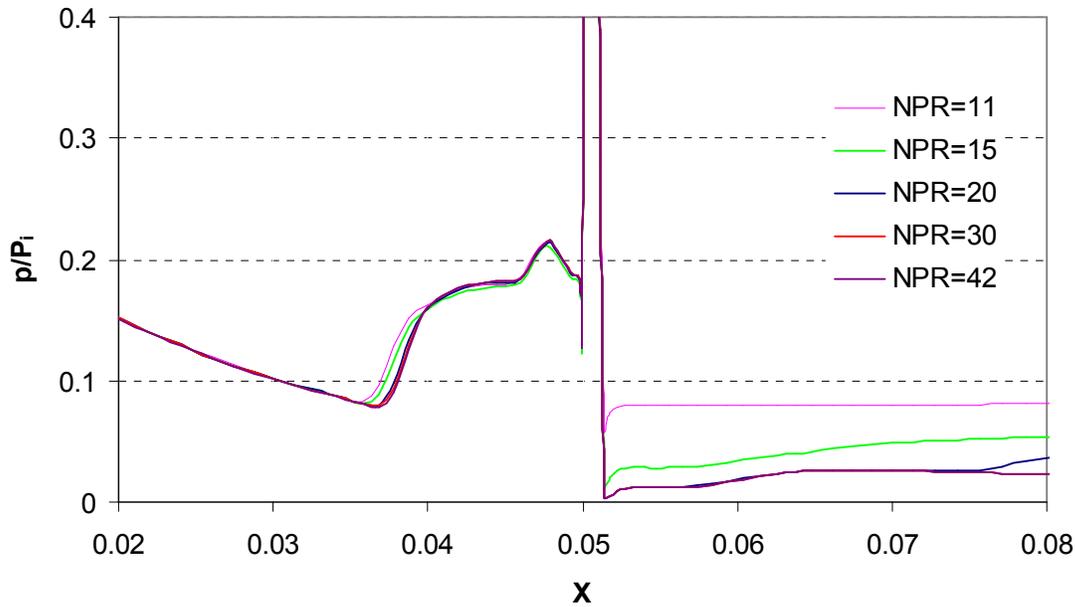


Fig. 5-44 Distribution des pressions obtenues par les calculs numériques dans le plan de symétrie en fonction de NPR, à $SPR=1.0$ et $\varphi=60^\circ$

5.3.5.2 Effet du rapport des pressions totales (SPR)

La pression totale de l'injection est caractérisée par le nombre SPR . A une géométrie fixe de la fente d'injection, le débit massique injecté augmente avec la pression totale de l'injection. La poussée donnée par l'injecteur est donc proportionnelle à la variation de SPR dans le cas d'un injecteur amorcé, (le cas présenté dans notre étude), Fig. 5-45. Une variation de SPR implique donc une variation de la hauteur de la marche montante estimée et de la longueur de la zone de séparation. Quatre cas de SPR sont présentés sur la Fig. 5-45 correspondant à $NPR=20$ et $\varphi=60^\circ$, la pression de l'injecteur étant adimensionnée par rapport à la pression totale de la tuyère. On constate sur la figure que le saut de pression est quasi proportionnel à SPR (pour la gamme de SPR étudiée). La déviation maximale est obtenue à $SPR=1$, ($\delta=5.8^\circ$). Le point de recollement est aussi fonction de SPR . Pour les SPR plus élevés, l'obstacle du fluide injecté est plus grand et le point de recollement est plus décalé vers l'aval du divergent.

5.3.6 Influence de l'impact du choc de décollement sur la paroi opposée

Le choc de décollement provoqué par l'injection latérale peut, dans certains cas, impacter la paroi opposée. Sa réflexion peut faire décoller à son tour la couche limite, une

surpression apparaît alors en aval du point de l'impact. Cela peut notablement affecter l'efficacité de la vectorisation. Pour aborder ce cas de figure, nous avons testé une seule configuration en prolongeant la tuyère précédemment étudiée de 3 cm en gardant la même position de l'injecteur par rapport au col de la tuyère. La comparaison est faite à $NPR=42$. Dans le modèle, le choc déduit du décollement provoqué par l'injection est prolongée linéairement pour vérifier s'il impacte la paroi opposée. En cas d'impact, une sur-pression fixe et égale au double de la pression plateau sera appliquée sur toute la paroi située au-delà de ce point d'impact, Mangin [11].

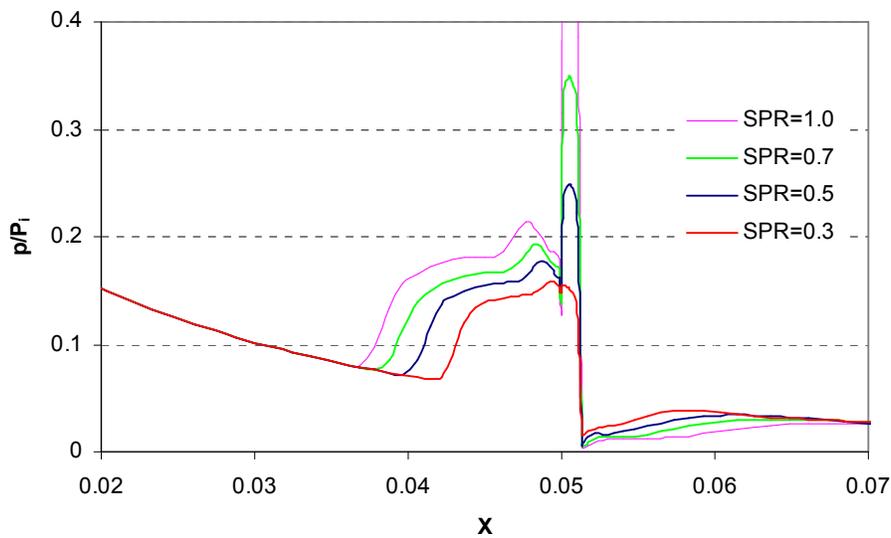


Fig. 5-45 Distribution des pressions obtenues par les calculs numériques dans le plan de symétrie en fonction de SPR, à $NPR=20$ et $\phi=60^\circ$

La Fig. 5-46 présente le nombre de Mach dans le plan de symétrie des deux tuyères utilisées pour le calcul. On remarque un comportement identique des deux tuyères jusqu'à $x=0.09\text{ m}$ (abscisse du plan de sortie de la tuyère courte). Le choc de décollement coupe bien la paroi opposée dans la tuyère longue. Le calcul numérique donne une déviation de 1.37° , soit 0.3% d'efficacité. La Fig. 5-47 présente la répartition des pressions dans le plan de symétrie sur les parois haute et basse de la tuyère longue. La courbe de pression estimée par le modèle est en bon accord avec le calcul numérique. Le modèle donne une position d'impact du choc à 0.105 m . En revanche, dans le modèle, nous avons eu des difficultés à estimer l'angle du secteur sur lequel la sur-pression due à l'impact sera appliquée. A titre d'exemple, en faisant l'hypothèse d'une sur-pression sur un secteur égal à l'angle d'injection (60°), nous

avons obtenu une déviation $\delta=3.3^\circ$. Cet écart par rapport au calcul numérique est probablement dû à l'hypothèse faite sur l'étendue de la zone d'application de cette surpression.

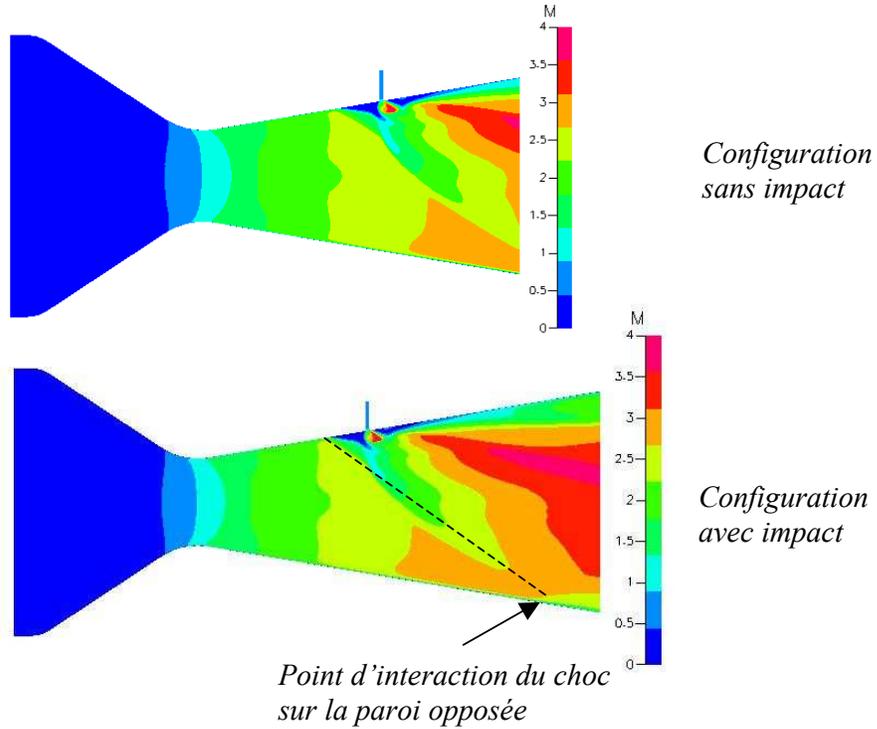


Fig. 5-46 Impact du choc sur la paroi opposée

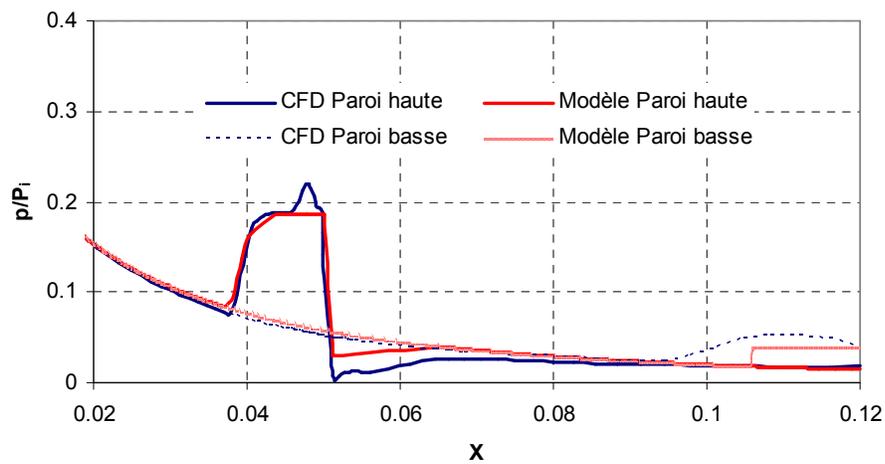


Fig. 5-47 Distribution des pressions sur les parois opposées dans le plan de symétrie

5.3.7 Conclusion

Les calculs numériques et l'expérience de la NASA sur la tuyère de Wing (à $NPR=3.0$, $SPR=1.0$ et $\varphi=60^\circ$) ont donné des valeurs importantes de la déviation allant jusqu'à 16° et une efficacité de 2% pour un régime de sur-détente à $NPR=3.0$. La comparaison avec les résultats du modèle a été difficile à cerner à cause des différents problèmes liés en particulier au profil de la tuyère et à la disposition du point d'injection proche du col, mais cela nous a guidé dans le choix d'un autre profil de tuyère permettant de comparer les résultats du modèle aux résultats numériques.

La comparaison des résultats numériques avec les résultats du modèle montre un accord satisfaisant. En dépit de la complexité du phénomène étudié, les points de décollement de la couche limite, les sauts de pression et les différentes sources d'efforts latéraux sont bien évalués ainsi que les performances de la vectorisation.

La meilleure déviation est obtenue lorsque la tuyère fonctionne en régime sur-détendu et avec un grand nombre de SPR , en gardant un taux d'injection suffisant de 5% . Les angles du secteur d'injection compris entre 60° de 90° donnent les meilleures performances. Les sources des efforts normaux, en particulier dans la zone de séparation devant l'injecteur, sont maximales et les effets de surpression de part et d'autre de l'injecteur n'atteignent pas l'autre moitié de la tuyère.

L'effet de l'injection secondaire et la prédiction du décollement de la couche limite dans le cas tridimensionnel, évalués en résolvant numériquement les équations de Navier-Stokes, exige une grande puissance de calcul. L'utilisation d'un ordinateur, type PC, nécessite des dizaines, voire quelques centaines, d'heures (suivant les cas étudiés) pour parachever ce type de calcul. En revanche, notre modèle, basé sur des critères et des approches simples, ne réclame que quelques secondes pour prédire les paramètres avec des précisions satisfaisantes.

5.4 Injection par un orifice circulaire

5.4.1 Configuration d'une seule injection

Le calcul numérique a été réalisé sur une tuyère ayant le même profil que celui de Masuya. La Fig. 5-48 montre le maillage structuré de la tuyère à injection circulaire.

Plusieurs rapports de détente, allant de $NPR=10$ à 42 , et de pressions totales SPR , allant de 0.3 à 1.0 , sont testés dans cette étude. La configuration à $SPR=1.0$ correspond à un rapport de débit de 5.3% . L'injection est réalisée par un orifice de 6 mm de diamètre et situé à 0.047 m du col. Le seul calcul reproduisant les conditions expérimentales de Masuya par injection circulaire a été réalisé pour un rapport de débit de 2.4% avec un diamètre d'injecteur de 4 mm . Le modèle de $k-\varepsilon$ a été utilisé dans tous les calculs.

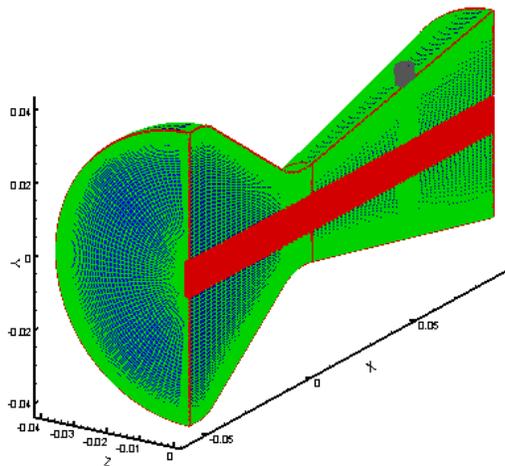


Fig. 5-48 Maillage de la tuyère à injection par un orifice circulaire

La Fig. 5-49 présente une comparaison du champ de nombres de Mach au niveau de l'injecteur entre les calculs numériques et l'expérience de Masuya. La structure de l'écoulement interne montre un bon accord pour le noyau du jet injecté (zone A sur la Fig. 5-49), le choc détaché (zone B), la zone d'expansion au-delà de la zone du choc détaché (zone C) et la zone non perturbée par la présence de l'injection (zone D).

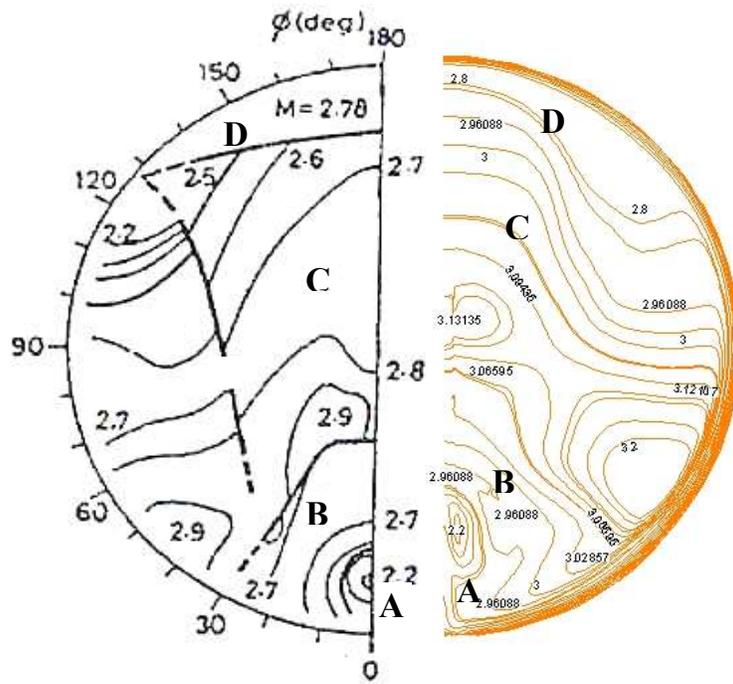


Fig. 5-49 Distribution du nombre de Mach dans une coupe au milieu de l'injecteur : expérience (gauche) et calcul CFD (droite)

Une image du type Schlieren numérique (Fig. 5-50) montre la présence simultanée du choc détaché autour de l'injecteur et du choc de décollement juste en amont de l'injecteur.

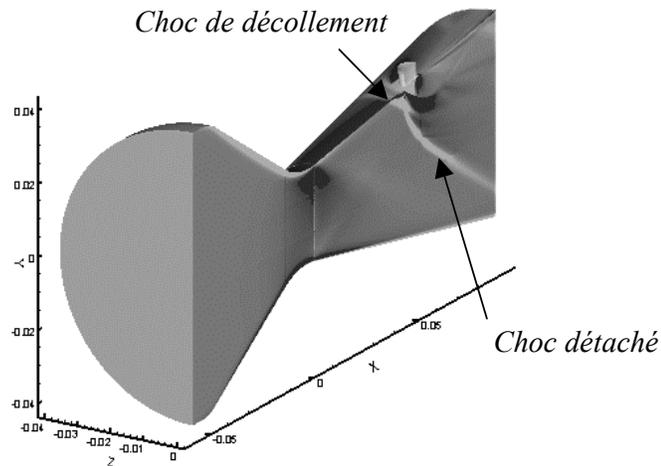


Fig. 5-50 Schlieren numérique de la tuyère à injection circulaire

5.4.1.1 Comparaison entre l'injection circulaire et l'injection annulaire

Une comparaison entre les deux types d'injections (annulaire et circulaire) a été effectuée afin d'étudier leurs performances respectives. Le test est réalisé pour les deux configurations à $NPR=20$ et $SPR=1.0$. Les injecteurs sont situés à $x_m=0.047$ m et le taux d'injection est fixé à 5.3%. Le secteur d'injection choisi pour la configuration d'injection annulaire est de 30° . Dans les deux cas, le même nombre de mailles et le même type de raffinement autour de l'injecteur sont adoptés. Nous présentons sur la Fig. 5-51 la distribution de la pression pariétale des deux configurations.

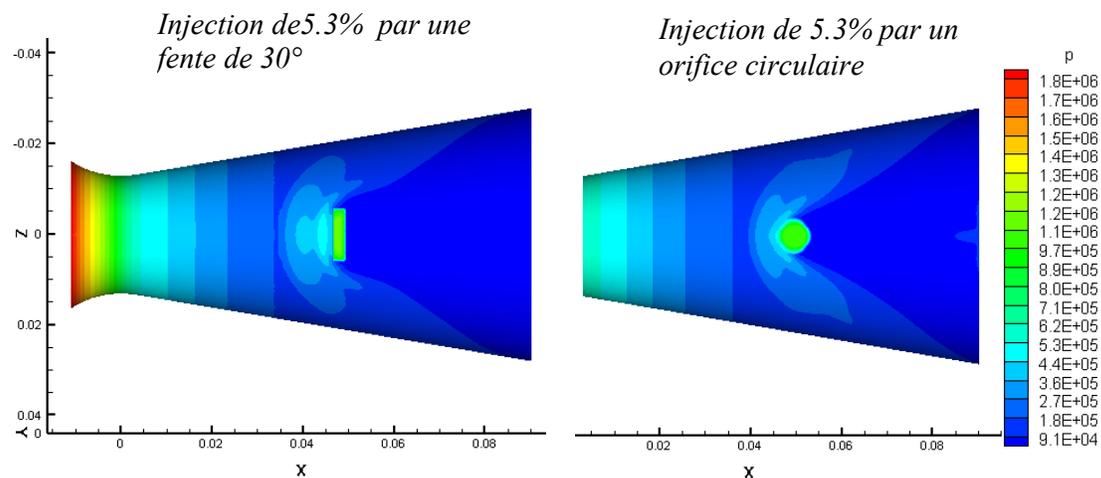


Fig. 5-51 Distribution de la pression pariétale pour les deux types d'injecteur (annulaire et circulaire) à $NPR=20$ et $SPR=1.0$

La zone de surpression (en amont de l'injecteur) dans le cas annulaire apparaît plus large et plus longue par rapport à celle du cas circulaire. La position du point de séparation dans le plan de symétrie se situe à $x_s=0.036$ m et à $x_s=0.041$ pour l'injection annulaire et l'injection circulaire respectivement. Une zone de compression (choc détaché) enveloppe les deux injecteurs. Cette zone apparaît plus épaisse dans le cas annulaire. La Fig. 5-52 montre la répartition de la pression pariétale dans le plan de symétrie des deux injecteurs. La déviation par injection circulaire est de 4.48° tandis que celle par injection annulaire est de 5.3° , les efficacités sont respectivement $\eta=0.77$ et $\eta=1.0$ %. Les courbes présentent une dépression similaire en aval de la fente d'injection.

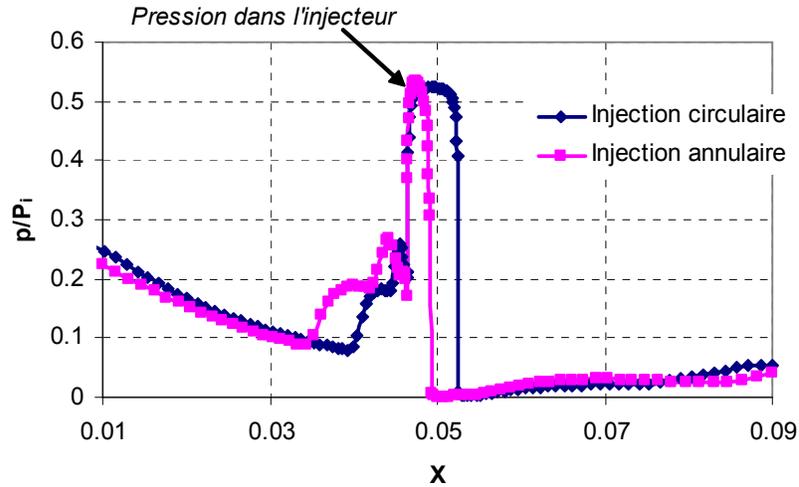


Fig. 5-52 Distribution de la pression dans le plan de symétrie des deux types d'injecteur

5.4.1.2 Comparaison avec les résultats du modèle

La sensibilité de la déviation au rapport de détente est étudiée, la Fig. 5-53 présente les résultats obtenus de la déviation en fonction de NPR . Les résultats tirés du modèle, en utilisant le critère de décollement de Green, montrent un accord remarquable aux NPR les plus élevés. On rappelle que la zone de dépression derrière l'injecteur n'est pas modélisée dans le cas circulaire. L'effort de la dépression dû au recollement du jet injecté à la paroi, ne dépasse guère 1% de la somme des autres sources d'efforts normaux. On peut donc raisonnablement le négliger dans le cas d'un injecteur circulaire.

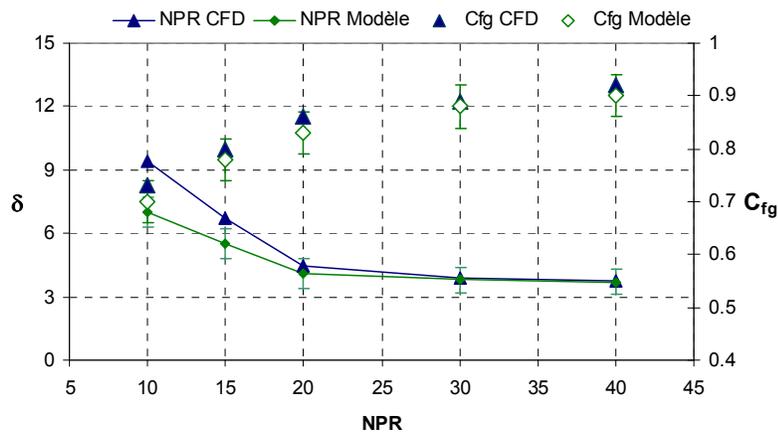


Fig. 5-53 Déviation et coefficient de poussée en fonction de NPR

La déviation atteint une valeur maximale de 9.5° au régime de sur-détente ($NPR=10$), pour une efficacité de 1.82% . Le modèle prédit pour sa part les valeurs de 6.9° et de 1.3% respectivement. En revanche, le coefficient de poussée est minimal à $NPR=10$, et maximal pour le régime d'adaptation ($C_{fg}=0.91$).

5.4.2 Configuration d'une double injection circulaire

Des calculs numériques ont été réalisés pour une configuration avec deux injecteurs placés à $\pm 60^\circ$ par rapport au plan de symétrie. Le but permet d'une part de comparer les performances avec un injecteur unique, et d'autre part d'étudier l'efficacité d'une double injection à débits différents et son utilisation comme moyen de contrôle de la tuyère sur les trois axes.

Les paramètres des tests ont été fixés comme suit : $NPR=20$, $x_m=0.047\text{ m}$, diamètres des orifices d'injection de 6 mm .

Deux tests de *SPR* ont été réalisés :

- ▶ Le premier test est réalisé à débits égaux dans les deux injecteurs (*SPR* constant), les configurations testées sont : $SPR=0.5$, 0.7 , 1.0 et 1.2 ($SPR=1.0$ correspondant à un taux de débit de 5.3% dans chaque injecteur).
- ▶ Le deuxième test est réalisé à débits différents dans les deux injecteurs : on fixe le rapport des pressions totales dans un injecteur à $SPR=1.0$ et on le fait varier dans le second de $SPR=0.4$, 0.6 , 0.8 et 1.0 .

Le maillage du premier cas est construit de la même manière que celui d'un seul injecteur. On utilise la propriété de symétrie de l'écoulement pour mailler une seule moitié du champ de calcul. Le maillage est constitué d'environ un million de cellules.

Dans le deuxième cas, à débits différents, la dissymétrie de l'écoulement exige un maillage total de tout le champ de calcul. Cette configuration nécessite a priori un nombre de maille beaucoup plus important que le cas symétrique. Pour éviter l'explosion du temps de calcul, nous avons réduit le nombre de mailles dans le convergent ainsi que dans le champs extérieur, et gardé un raffinement raisonnable dans la partie divergente de la tuyère. Le maillage, dans ce cas comprend environ 1.1 million de cellules. Fig. 5-54.

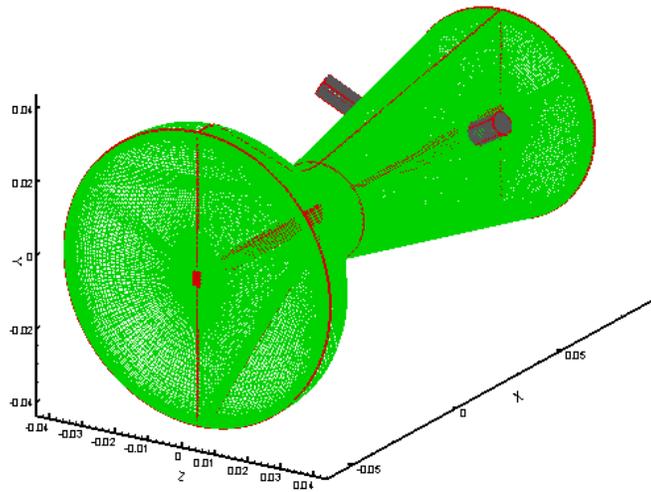


Fig. 5-54 Maillage pour la simulation numérique de double injection à 120°

5.4.2.1 Résultats d'une double injection à débits égaux

La distribution des pressions, dans un plan yz au niveau de l'injection, montre une forme similaire de chacun des deux jets injectés à celle d'une configuration à un seul injecteur, (Fig. 5-55). En revanche, les chocs détachés issus des deux jets se croisent plus loin dans l'écoulement interne. La Fig. 5-56 présente la distribution de la pression pariétale pour une configuration à $SPR=1.0$. On constate clairement la présence d'une zone de surpression sur la paroi située entre les injecteurs.

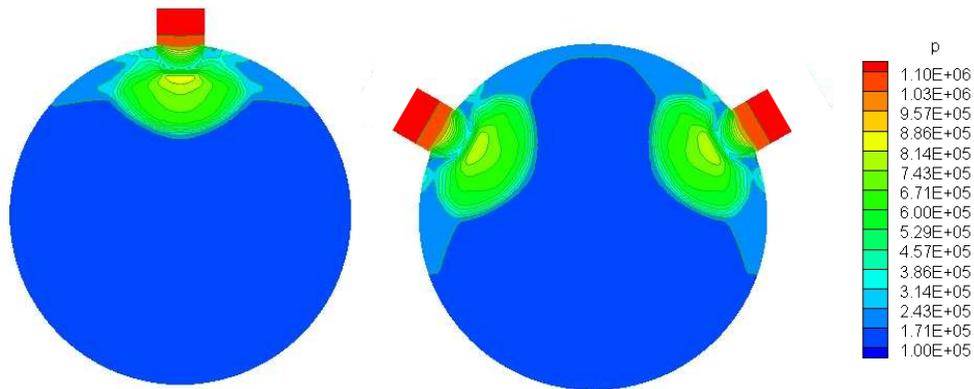


Fig. 5-55 Distribution de la pression dans un plan yz pour une seule injection (gauche) et double injection (droite) à $NPR=20$ et $SPR=1.0$

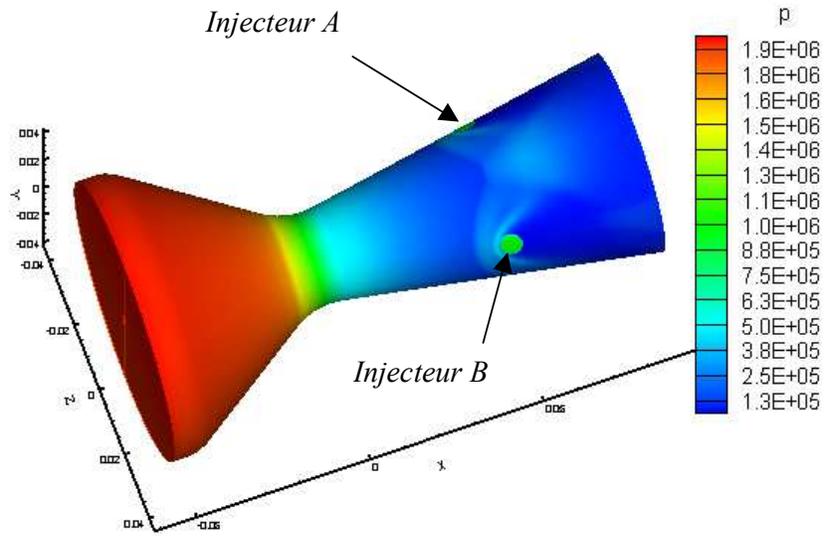


Fig. 5-56 Pression pariétale d'une tuyère à double injecteur à $SPR=1.0$ et $NPR=20$

La Fig. 5-57 montre une comparaison de la distribution de la pression pariétale sur une génératrice passant par le milieu des injecteurs (à $\psi=0^\circ$ pour le cas d'une seule injection et à $\psi=60^\circ$ dans le cas de la double injection). La figure montre un accord entre les deux types d'injection. Les déviations obtenues sont $\delta=4.48^\circ$ et $\delta=4.16^\circ$ respectivement pour les cas d'une injection et de double injection, les efficacités correspondantes sont $\eta=0.85\%$ et $\eta=0.4\%$.

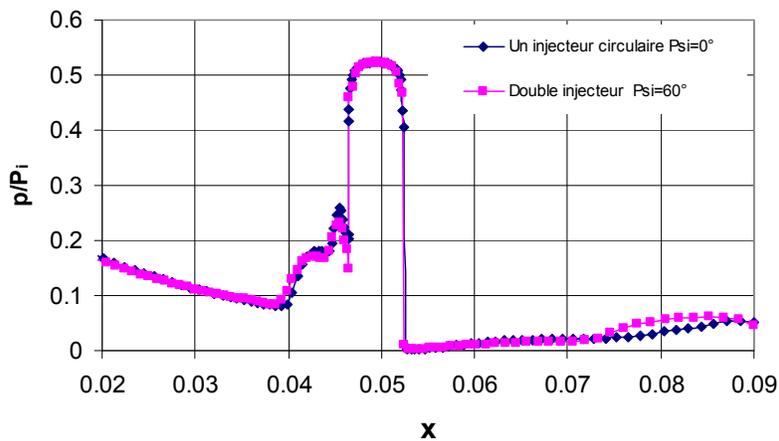


Fig. 5-57 Répartition de la pression pariétale sur une génératrice passant par le centre des injecteurs

La zone de croisement des jets dans le cas d'une double injection est intéressante à étudier. La distribution de la pression et du frottement pariétal dans le plan de symétrie ($\psi=0^\circ$ et $\psi=180^\circ$) à $NPR=20$ et $SPR=1.0$ est illustrée sur la Fig. 5-58 tandis que la Fig. 5-59 présente la distribution des nombre de Mach pour la même configuration.

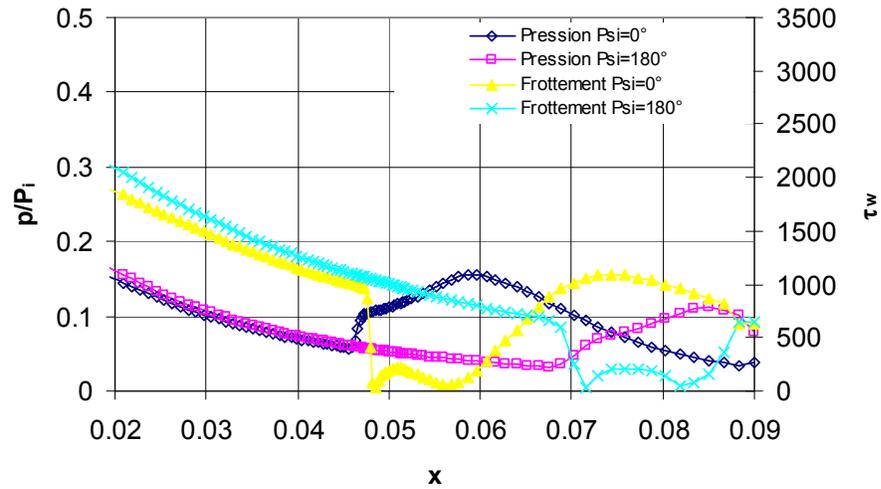


Fig. 5-58 Répartition de la pression et du frottement pariétal sur le plan de symétrie d'une configuration à double injection

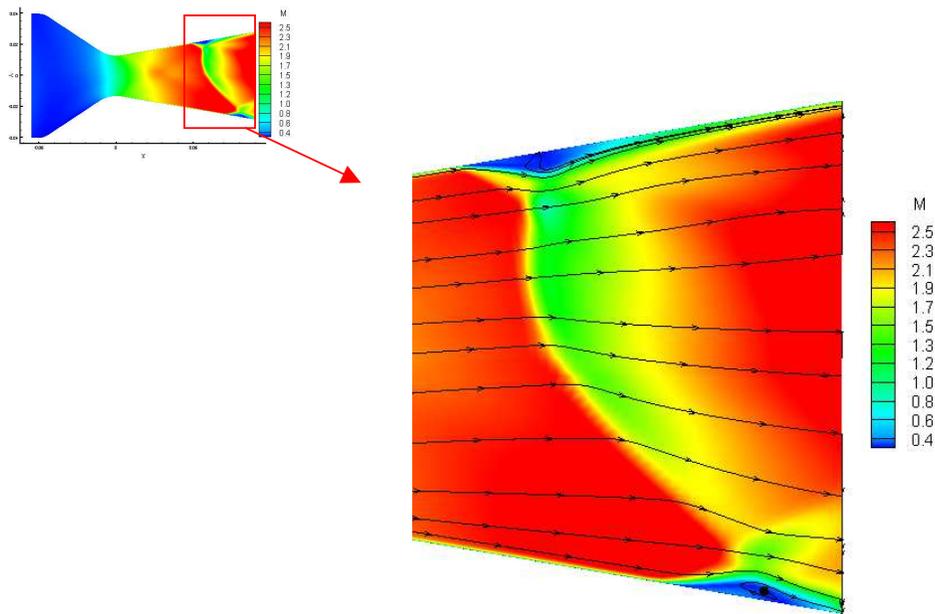


Fig. 5-59 Nombres de Mach et lignes de courant dans le plan de symétrie d'une double injection

On constate bien la présence d'une surpression en haut et en bas, un choc fait décoller la couche limite suivi par une zone de recirculation du fluide. L'effet sur la déviation se trouve réduit du fait de l'opposition des zones de surpression.

Les courbes représentatives du frottement pariétal τ_w nous permettent d'extraire (pour $\tau_w=0$) les positions du décollement de la couche limite sur la paroi haute ($\psi=0^\circ$) à $x=0.0485$ m et celle du décollement sur la paroi opposée ($\psi=180^\circ$) à $x=0.0716$ m.

L'influence du taux d'injection sur le frottement pariétal est illustrée sur la Fig. 5-60. La figure présente deux configurations : à $SPR=0.5$ (5.3% du débit primaire) et à $SPR=1.0$ (10.6% du débit primaire). On constate que la zone de croisement des lignes de séparation est repoussée vers l'aval de la tuyère à $SPR=0.5$ (faible taux d'injection). Le choc de décollement dans cette zone (à $\psi=0^\circ$) est située à 0.053 m contre 0.0485 m à $SPR=1.0$.

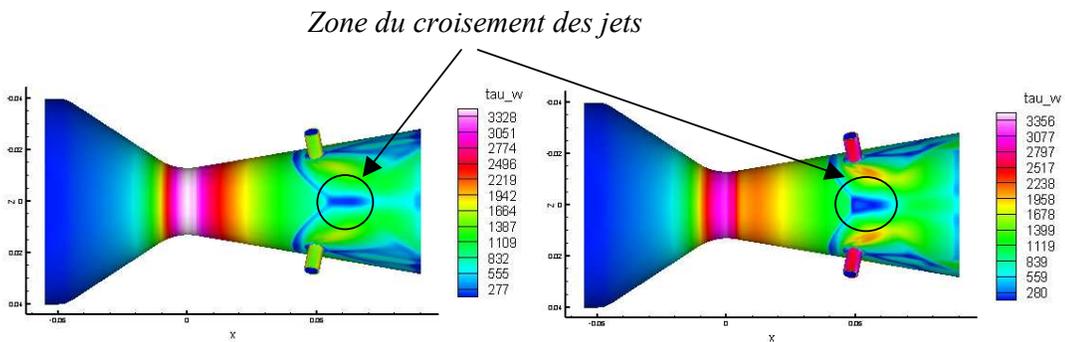


Fig. 5-60 Frottement pariétal de la tuyère à double injecteur à $SPR=0.5$ (gauche) et $SPR=1.0$ (droite)

L'étude paramétrique du cas de double injection à débits égaux montre que la déviation par double injection atteint 97% de sa valeur issue d'une configuration avec une seule injection (4.45° et 4.48° respectivement), mais le taux d'injection devient excessif (12.7% d'injection) et l'efficacité est en baisse remarquable 0.36 %/° contre 0.85 %/° pour le cas d'une injection. La déviation atteinte à $SPR=0.5$ (5.3% d'injection) est de 2.6° , Tableau 8.

5.4.2.2 Résultats d'une double injection à débits différents

Comme on s'y attendait, la réalisation d'un système de vectorisation à double injection à débits différents affecte l'orientation de la poussée dans les trois plans.

SPR	Taux d'injection %	Déviaton δ°	Efficacité μ %
0.5	5.3	2.6	0.49
0.7	7.42	3.63	0.48
1	10.6	4.1	0.4
1.2	12.7	4.45	0.36

Tableau 8 Caractéristiques de la double injection à débit différencié

Les efforts sur les trois axes x , y et z sont respectivement F_x , F_y et F_z , la résultante F de ces forces est donnée par l'équation :

$$F = \sqrt{F_x^2 + F_y^2 + F_z^2} \quad 5-2$$

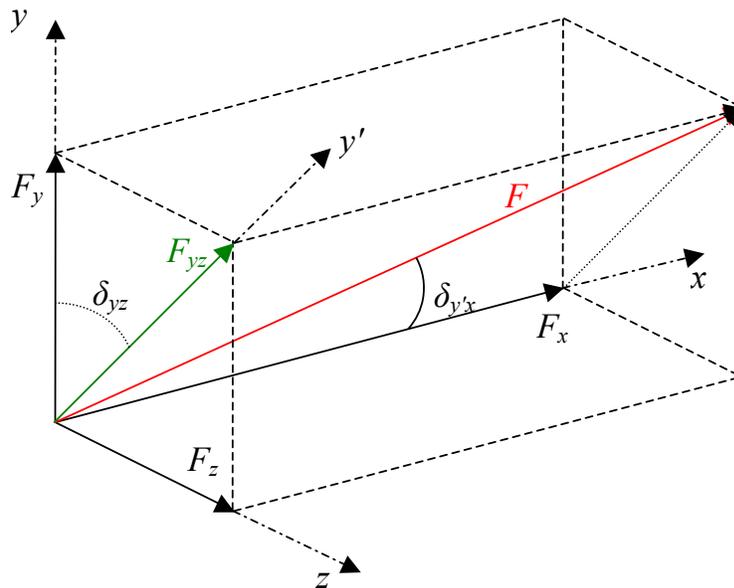


Fig. 5-61 Schéma des efforts provoqués par une double injection à débit différents

La présence d'une composante supplémentaire F_z de la force, due à la dissymétrie des efforts (par rapport au cas d'un seul injecteur ou de deux injecteurs à débits égaux), provoque l'orientation du vecteur poussée dans le plan xz et yz . La projection de la résultante F sur le plan yz (F_{yz}) peut être définie par l'angle δ_{yz} , donné par la relation suivante :

$$\delta_{yz} = \arccos\left(\frac{F_y}{F_{yz}}\right) \quad 5-3$$

Avec :

$$F_{yz} = \sqrt{F_y^2 + F_z^2} \quad 5-4$$

Le vecteur poussée dans le nouveau plan xy' obtenu par rotation du plan yz d'un angle δ_{yz} autour de l'axe ox sera caractérisé par l'angle $\delta_{y'x}$ donné par la relation :

$$\delta_{y'x} = \arctan\left(\frac{F_{yz}}{F_x}\right) \quad 5-5$$

La Fig. 5-62 montre la distribution du nombre de Mach dans deux plans à $x=0.06$ (en aval de l'injecteur) et à $x=0.09$ (plan de sortie de la tuyère) pour une configuration à $SPR_{injecteur A}=1.0$ et $SPR_{injecteur B}=0.6$ tandis que la Fig. 5-63 présente la pression pariétale pour la même configuration.

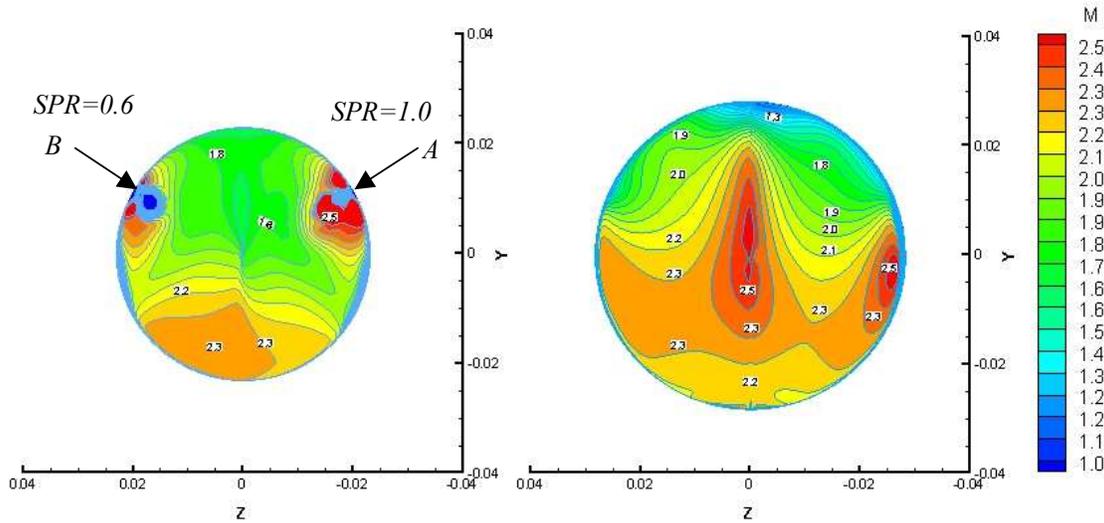


Fig. 5-62 Nombres de Mach dans une coupe à $x=0.06$ (gauche) et à $x=0.09$ (droite)

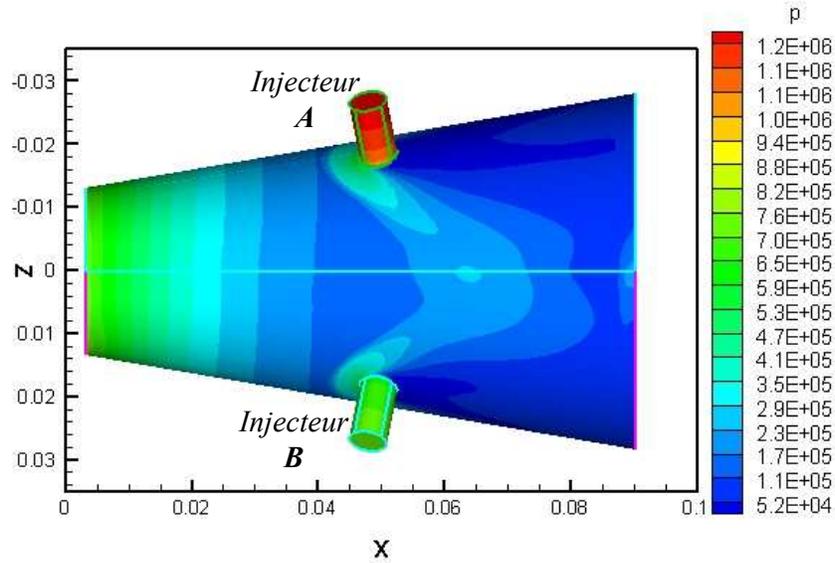


Fig. 5-63 Distribution de la pression pariétale dans une configuration à $SPR_{injecteur B}=0.6$

La déviation obtenue par cette configuration est de $\delta_{y'z}=3.8^\circ$ et l'orientation du vecteur poussée dans le plan yz est de $\delta_{yz}=25.2^\circ$. La déviation maximale est obtenue quand l'injecteur B est fermé ($SPR_{injecteur B}=0.0$). Elle vaut 4.45° pour $\delta_{y'z}$ et 60.8° pour δ_{yz} (Fig. 5-64). On retrouve quasiment les mêmes résultats que pour un injecteur seul si l'on opère une rotation du plan yz de 60° .

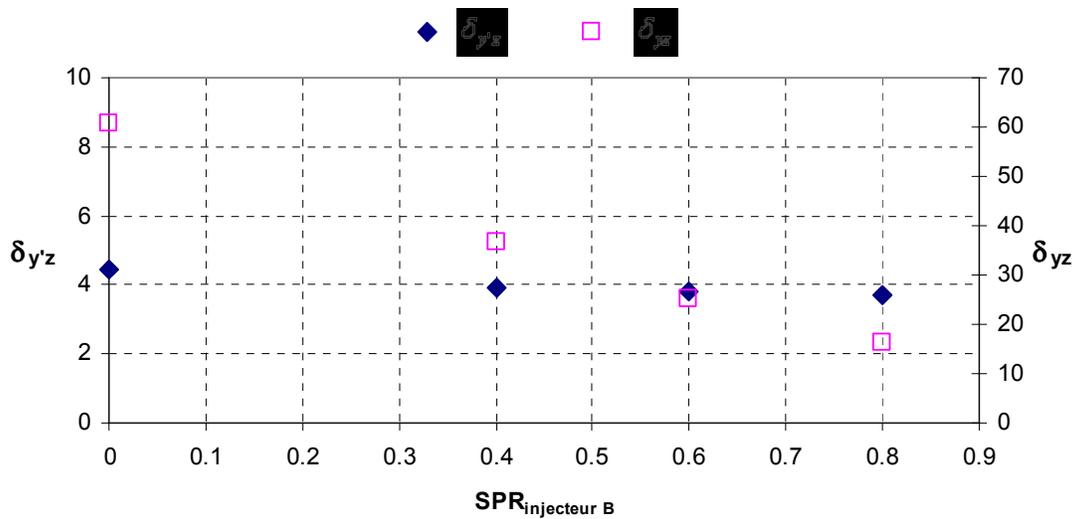


Fig. 5-64 Angles de déviation $\delta_{y'z}$ et δ_{yz} en fonction de $SPR_{injecteur B}$ pour $SPR_{injecteur A}=1.0$

5.4.3 Conclusion

L'étude de l'injection circulaire a été menée. Le modèle analytique a été construit pour prédire les différentes sources d'efforts et la déviation d'un tel type d'injection. Les résultats du modèle ont été comparés avec les résultats de la simulation numérique et avec une seule donnée expérimentale.

Les performances obtenues par ce procédé, calculées par le modèle et les simulations numériques, peuvent atteindre des valeurs jusqu'à 9.5° pour la vectorisation et 1.79% d'efficacité pour un taux d'injection de 5.3% .

La réalisation du principe d'une double injection à débits égaux, constituée de deux injecteurs circulaires situés à 120° l'un de l'autre, ne semble pas répondre aux besoins de la vectorisation. Ce système étant très pénalisant sur le plan de l'efficacité comparé au système à un seul injecteur. En revanche, le principe d'une double injection à débits différents présente une nouvelle caractéristique importante. Cette caractéristique consiste à contrôler le vecteur poussée sur les trois axes.

5.5 Calcul instationnaire

La simulation numérique des écoulements instationnaires demeure incontournable pour l'étude des phénomènes physiques transitoires et leur impact sur les performances recherchées (agilité, manœuvrabilité, contrôle ...etc.). Dans le cas de l'injection secondaire, la simulation de l'écoulement instationnaire nous permet, entre autres, d'estimer le temps de réponse des dispositifs associés à l'ouverture de la fente d'injection.

Deux calculs instationnaires ont été effectués, le premier est un calcul bidimensionnel avec la tuyère de la NASA (paragraphe 5.1), pour un régime sur-détendu de $NPR=4.6$ et de $SPR=0.7$. Le deuxième est un calcul tridimensionnel avec la tuyère de Masuya à $NPR=20$ et $SPR=1.0$. Les calculs sont initiés à partir des résultats d'un cas stationnaire de non injection. Un pas de temps de 1.10^{-7} sec a été choisi. La Fig. 5-65 présente la variation de la déviation en fonction du temps pour les deux cas. Dans le cas 2D, une déviation de 8° , soit 97% de la valeur par rapport au cas stationnaire est obtenue après 1.5 milliseconde, tandis que dans le cas 3D la déviation est stabilisée au bout de 0.5 milliseconde.

Ces résultats sommaires restent très loin des valeurs expérimentales (2D notamment) constatées. Une étude approfondie reste nécessaire pour affiner ces résultats.

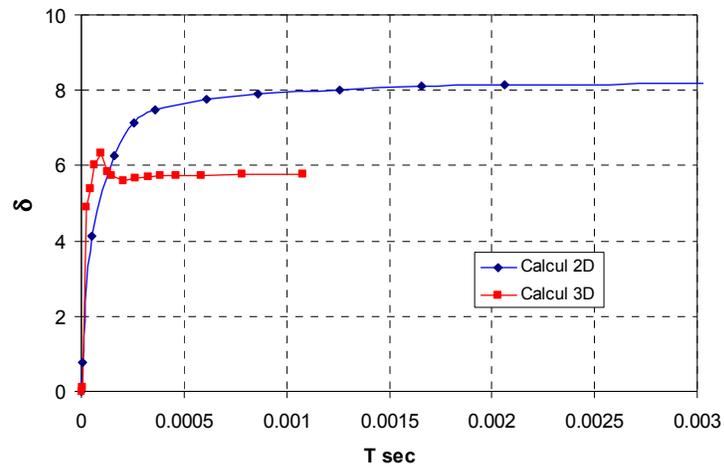


Fig. 5-65 Variation de la déviation en régime instationnaire

Conclusion et perspectives

Le but principal de ce travail était de développer un modèle analytique de la vectorisation fluidique par injection secondaire dans le divergent des tuyères axisymétriques, en vue d'orienter le vecteur poussée des moteurs fusées. Les systèmes traditionnels de vectorisation de la poussée sont performants mais leurs coûts et leurs poids sont excessifs. L'une des alternatives à la vectorisation mécanique est l'injection fluidique dans le divergent. Ce principe consiste à modifier le champ de pression sur le divergent de manière à produire des efforts latéraux dissymétriques affectant la déviation générale de la poussée. La configuration bidimensionnelle est plus ou moins abordée dans la littérature mais le problème d'injection dans une tuyère axisymétrique, qui est celui exploré dans cette thèse, n'apparaît, à notre connaissance, que dans quelques travaux expérimentaux.

L'analyse de l'écoulement et des interactions entre le jet principal et secondaire a permis de bâtir un modèle analytique donnant le champ de pressions duquel sont déduits les efforts latéraux et la vectorisation de la poussée. La réalisation d'un tel modèle a permis de réduire considérablement le temps de calcul, comparé aux calculs numériques tridimensionnels, basés sur la résolution des équations de Navier-Stokes nécessitant des temps de calcul longs et parfois prohibitifs. Ce modèle peut constituer un outil très utile dans une phase de pré-dimensionnement.

L'injection 3D traitant deux types d'injection, par une fente annulaire et par un injecteur circulaire traditionnel a été abordée.

Le modèle analytique d'injection par une fente annulaire nous a permis d'évaluer la vectorisation issue d'une injection sonique dans le divergent pour des nombres de Mach de tuyères allant jusqu'à $M=3$. Le bilan de quantité de mouvement, appliqué à un volume de contrôle de la zone d'interaction des écoulements, nous a permis d'estimer la hauteur d'une marche montante équivalente, paramètre clé de notre modèle.

Le modèle tridimensionnel a été validé sur les expériences de Wing et sur les résultats de nos simulations numériques. Le modèle élaboré prédit assez correctement la ligne de

séparation de la couche limite, autre paramètre important du problème, aussi bien en régime de sur-détente qu'en régime d'adaptation. L'injection annulaire s'avère plus efficace que l'injection circulaire en raison de la zone d'interaction, plus large, devant l'injecteur. L'injection circulaire, par sa simplicité, reste néanmoins une solution attractive pour la déviation de la poussée.

L'étude paramétrique de l'injection annulaire dans la tuyère avec le profil de Masuya a fourni des angles de vectorisation et des efficacités très importantes : jusqu'à 12.1° de vectorisation et environ 2.4 % d'efficacité pour un taux d'injection limité à 5%. Les résultats pour la tuyère de Wing ont donné une déviation allant jusqu'à 16° pour un taux d'injection de 7.2%. La modélisation comme la simulation numérique d'un tel type d'injection donnent une déviation maximale de la poussée de la tuyère pour des régimes de sur-détente et pour les rapports de pressions totales les plus élevés.

L'angle du secteur d'injection est un autre paramètre important. L'étude a montré qu'un secteur de 60° à 90° donne le maximum de déviation. L'efficacité se réduit pour les secteurs inférieurs à 60° à cause de la diminution de la largeur de la zone de séparation. Par ailleurs l'efficacité est de plus en plus faible pour les secteurs supérieurs à 90° du fait du frottement pariétal sur les parois de l'injecteur et de la diminution de la largeur de la zone de séparation. L'efficacité est faible pour les secteurs supérieurs à 90° où la projection des forces de pression, dans le plan de symétrie du divergent, devient très faible. En effet, une partie des efforts pariétaux s'annule par symétrie dans ce cas.

L'efficacité de ce type d'injection est donc optimisée par le choix du secteur d'injection, mais elle est aussi optimisée par la position de l'injecteur. Celui-ci doit être placé toujours vers la partie avale du divergent afin de supprimer le recollement du jet sur la paroi et de réduire la dépression qui en résulte. Cette position est aussi nécessaire pour repousser la ligne de séparation du col de la tuyère et éviter ainsi l'impact du choc de décollement sur la paroi opposée, qui provoquerait des surpressions jouant dans le sens inverse.

Après ce travail, différentes **perspectives** sont envisagées :

⇒ Une Etude expérimentale de l'injection par un secteur annulaire qui peut confirmer les résultats du modèle pour ce type d'injection. Le profil de tuyère, autre que conique, doit être également envisagé.

CONCLUSION ET PERSPECTIVES

⇒ L'injection supersonique par injecteur annulaire peut également être envisagée. En fait, l'augmentation du nombre de Mach du gaz injecté réduit la taille de l'injecteur et augmente sa dynalpie, d'après les études bidimensionnelles disponibles.

⇒ L'injection à contre-courant a déjà montré son efficacité dans les études bidimensionnelles, une injection inclinée d'un angle donné à contre-courant par un secteur annulaire devrait être abordée.

⇒ L'aspect instationnaire doit être également approfondi. En effet, le temps de réponse du système pourrait être un paramètre déterminant dans le choix de ce concept.

⇒ L'aspect commande et pilotage devrait être un autre chapitre important à la suite de ces travaux.

Références

- [1] **Délery J.** *Aérodynamique interne, tuyères et arrières corps*. Technical report, Cours E.N.S.A.E, Janvier 1998.
- [2] **Chapman D. R., Huehn D. M. and Larson H. K.** *Investigation of separated flows in supersonic and subsonic streams with emphasis on the effect of transition*. Technical Report NACA TR 1356, NACA, 1958.
- [3] **Carrière P., Sirieix M. and Solignac J. L.** *Propriétés de similitude des phénomènes de décollement laminaire ou turbulent en écoulement supersonique non uniforme*. Technical Report ONERA TP 659F, ONERA, 1968.
- [4] **Zukoski E. E.** *Turbulent boundary-layer separation in front of a forward-facing step*. AIAA Journal, Vol. 5, No. 10, Oct. 1967.
- [5] **Willard, C. M., Capone, F. J., Konarski, M. and Stevens, H.L.** *Static performance of vectoring/reversing nonaxisymmetric Nozzles*. J. of Aircraft, Vol.16, No.2, 1979.
- [6] **Gallaway, C. R. and Osborn, R. F.** *Aerodynamics perspective of supermaneuverability*. 3rd Applied Aerodynamics Conference. Colorado, Oct. 1985.
- [7] **Deere K. A.** *Computational investigation of the aerodynamic effects on fluidic thrust Vectoring*. 36th Joint Propulsion Conference and Exhibit, July 2000, Huntsville, AL.
- [8] **Waithe K. A. and Deere K. A.** *Experimental and computational investigation of multiple injection ports in a convergent-divergent nozzle for fluidic thrust vectoring*. 21st Applied Aerodynamics Conference, June 2003, Orlando, Florida.
- [9] **Deere K. A., Berrier B. L. and Flamm J. D.** *Computational study of fluidic thrust vectoring using separation control in a nozzle*. 21st Applied Aerodynamics Conference, June 2003, Orlando, Florida.
- [10] **Deere K. A.** *Summary of fluidic thrust vectoring research conducted at NASA LANGLEY RESEARCH CENTER*. 21st Applied Aerodynamics Conference, June 2003, Orlando, Florida.
- [11] **Mangin B.** *Vectorisation fluidique de la poussée d'une tuyère plane supersonique*. Mémoire de these, 2006, Université d'Orléans.
- [12] **Wing D. J. and Giuliano V. J.** *Fluidic thrust vectoring of an axisymmetric exhaust nozzle at static Conditions*. Technical Report: NASA-97-ASME-djw, 1997.

REFERENCES

- [13] **Flamm J. D., Deere K. A., Mason M. L., Berrier B. L. and Johnson S. K.** *Experimental study of an axisymmetric dual throat fluidic thrust vectoring nozzle for supersonic aircraft application.* 43rd Joint Propulsion Conference & Exhibit, July 2007, Cincinnati, OH.
- [14] **Spaid F. W. and Zukoski E. E.** *A study of the interaction of gaseous jets from transverse slots with supersonic external flows.* AIAA journal, Vol. 6, 1968.
- [15] **Miller D. N., Yagle P. J. and Hamastra J. W.** *Fluidic throat skewing for thrust vectoring in fixed-geometry nozzles.* 37th Aerospace Sciences Meeting and Exhibit Conference. Jan. 1999. Reno.
- [16] **Hunter C. A. and Deere K.A.** *Computational Investigation of Fluidic Counterflow Thrust Vectoring.* Technical report: NASA-AIAA 99-2669, 1999.
- [17] **Flamm J. D.** *Experimental Study of a Nozzle Using Fluidic Counterflow for Thrust Vectoring.* Technical report: NASA-AIAA 98-3255,1998.
- [18] **Abeyounis W. K. and Bennett B. D.** *Static internal performance of an overexpanded, fixed-geometry, nonaxisymmetric nozzle with fluidic pitch-thrust-vectoring capability.* TP-3645, NASA, 1997.
- [19] **Flamm J. D., Deere K. A., Berrier B. L., Johanson S. K. and Mason M. L.** *Experimental Study of a Dual-Throat Fluidic Thrust Vectoring Nozzle Concept.* 41st Joint Propulsion Conference & Exhibit. 2005 Arizona.
- [20] **Billig F.S., J.** *Shock-wave shapes around spherical- and cylindrical-nosed bodies.* Journal of Spacecraft and Rockets, Vol.4 No.6 1967.
- [21] **Masuya G., Chinzei N. and Ishii S.** *Secondary gas injection into a supersonic conical nozzle.* AIAA Journal, Vol. 15, March 1977.
- [22] **Mangin B., Chpoun A. and Jacquin L.** *Experimental and numerical study of the fluidic thrust vectoring of a two-dimensional supersonic nozzle.* 25th Applied Aerodynamics Conference, 3-6 June 2006, San Francisco, California.
- [23] **Maarouf N., Sellam M., Grignon M. and Chpoun A.** *Thrust vectoring through fluid injection in an axisymmetrical supersonic nozzle: Theoretical and computational study.* ISSW26, 15-20 July 2007 Gottingen Germany.

REFERENCES

- [24] **Maarouf N., Sellam M., Grignon M. and Chpoun A.** *Computational and modeling study of fluid injection for thrust vectoring in an axisymmetrical supersonic nozzle.* ISIS18, 15-18 July 2008 Rouen France.
- [25] **Ko H. and Yoon W.** *Performance analysis of secondary gas injection into a conical rocket nozzle.* Journal of propulsion and power Vol. 18, No. 3, May–June 2002.
- [26] **Hunter C.A.** *Experimental investigation of separated nozzle flows.* Journal of propulsion and power, 1 May 2004, Vol. 20, No. 3.
- [27] **Gruber M. R., Nejad A. S., Chen T. H. and Dutton J. C.** *Mixing and penetration studies of sonic jets in a mach 2 freestream.* Journal of propulsion and power, Vol. 11, No.2, 1995.
- [28] **Wu J., Chapkis R. L. and Mager A.** *An approximate analysis of thrust vector control by fluid injection.* National engineering science company. Pasadena, California.
- [29] **Mager A.** *On the model of the free shock-separated turbulent boundary layer.* Journal of the Aeronautical Sciences, Vol. 23, No. 8, August 1955.
- [30] **Billig F. S., Orth R. C. and Lasky M.** *A Unified analysis of gaseous jet penetration.* AIAA journal, Vol.9 No.6 1971.
- [31] **Foster L. E. and Engblom W. A.** *Computation of transverse injection into supersonic crossflow with various injector orifice geometries.* NASA TM-2003-212878, AIAA 2004-1199.
- [32] **Santiago J. G. and Dutton J. C.** *Velocity measurements of a jet injected into a supersonic crossflows.* J. of Propulsion and Power Vol. 13, No. 2, March-April 1997.
- [33] **Mölder S.** *Internal, Axisymmetric, conical flow.* AIAA Journal Vol.5, No.7 JULY 1967.
- [34] **Aso S., Okuyama S., Ando Y. and Fujimori T.** *Two-dimensional and threedimensional mixing flow fields in supersonic flow induced by injected secondary flows through traverse slot and circular nozzle.* 31st Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Reno, Jan., 1993.
- [35] **Reijasse P.** *Aérodynamique des tuyères propulsives en sur-détente : décollement libre et charges latérales en régimes stabilisé.* Thèse de doctorat de l'université de Paris 6, 2005.

REFERENCES

- [36] **Mouronval A. S.** *Etude numérique des phénomènes aéroélastiques en aérodynamique supersonique. Application aux tuyères propulsives.* Thèse de doctorat de l'INSA de Rouen, 2004.
- [37] **Morrisette E. L. and Goldberg T. J.** *Turbulent-flow separation criteria for overexpanded supersonic nozzles.* NASA TP 1207, August 1978.
- [38] **Almqvist M.** *Semi-Empirical model for supersonic flow separation in rocket nozzles.* Master's thesis, Lulea University of Technology, Sweden April 2005.
- [39] **Bourgoing A.** *Instationnaire et dissylétrie d'un écoulement supersonique décollé dans une tuyère plane.* Thèse de doctorat de l'université de Paris 6, Juin 2002.
- [40] **Reijasse P., Frey M. and Haidn O.** *Physiques des écoulements et charges latérales dans les tuyères de moteurs-fusées fortement surdétendues.* Onera/DLR aerospace symposium, Berlin, Allemagne, June, 2000.
- [41] **Rogers E. W. E., Berry C. J. and Davis B. M.** *An Experimental investigation on the interaction between a forward-facing step and a laminar boundary layer in supersonic, low-density flow.* Aeronautic Research Council Report, London, 1969.
- [42] **Czarnecki K. R. and Jackson M. W.** *Turbulent boundary-layer separation due to a forward-facing step.* NASA, Langley Research Center, Hampton, Va. 1974.
- [43] **Mason M. L., Capone F. J., and Asbury S. C.** *A Static investigation of the thrust vectoring system of the F/A-18 high-alpha research vehicle.* NASA TM-4359 1992.
- [44] **Spaid F. W.** *A study of secondary injection of gases into a supersonic flow.* PhD thesis, California Institute of Technology, Pasadena, 1964.
- [45] **Zukoski E. E. and Spaid F. W.** *Secondary injection of gases into a supersonic flow.* AIAA Journal, Vol.2, No.10 1964.
- [46] **Wing D. J.** *Static Investigation of Two Fluidic Thrust-Vectoring Concepts on a Two-Dimensional convergent-Divergent.* NASA TM 4574, December 1994.
- [47] **Asbury S. C. and Capone F. J.** *Multiaxis thrust-vectoring characteristics of a model representative of the F-18 high-alpha research vehicle at angles of attack from 0 to 70°.* NASA TP 3531, December 1995.

REFERENCES

- [48] **Deere K. A., Berrier B. L. and Flamm J. D.** *Computational study of fluidic thrust vectoring using separation control in a nozzle.* 21st Applied Aerodynamics Conference. June 2003, Orlando, Florida.
- [49] **Summerfield M., Foster C. and Swan W.** *Flow separation in overexpanded supersonic exhaust nozzles.* Jet Propulsion, V24, Sep.1954.
- [50] **Schmucker R.** *Status of flow separation prediction in liquid propellant rocket nozzles.* NASA TM X-64890, Nov. 1973.
- [51] **Reshotko E. and Tucker M.** *Effect of a discontinuity on turbulent boundary-layer-thickness parameters with application to shock-induced separation.* NACA TN 3454, 1955.
- [52] **Campbell C. and Farley J.** *Performance of several conical convergent-divergent rocket-type exhaust nozzles.* NASA TN D-467, Sep.1960.
- [53] **Green L.** *Flow separation in rocket nozzles.* ARS Journal, V 23, N°1, Jan-Feb. 1953.
- [54] **Bloomer H., Antl R. and Renas P.** *Experimental study of effects of geometric variables on performance of conical rocket engine exhaust nozzles.* NASA Journal, Vol. 21, No.9, Sep. 1961.
- [55] **Hunter C. A.** *Experimental, theoretical, and computational investigation of separated nozzle flows.* 34th Joint Propulsion Conference & Exhibit, Cleveland, July, 1998.
- [56] **Deere K. A.** *PAB3D simulations of a nozzle with fluidic injection for yaw thrust-vector control.* 34th Joint Propulsion Conference & Exhibit, Cleveland, July, 1998.
- [57] **Mason M. S. and Crowther W. J.** *Fluidic thrust vectoring of low observable aircraft.* CEAS Aerospace Aerodynamic Research Conference, June 2002, Cambridge, UK.
- [58] **Wilson E. A., Adler D. and Bar-Yoseph P.** *Nozzle performance modeling.* AIAA Journal Vol.40, No. 7, July 2002.
- [59] **Szwaba R., Doerffer P., Namiesnik K. and Szulc O.** *Flow structure in the region of three shock wave interaction.* Aerospace Science and Technology Vol.8, 2004.
- [60] **Gross A. and Weiland C.** *Numerical simulation of separated cold gas nozzle flows.* Journal of Propulsion and Power, Vol. 20, no. 3, May 2004.
- [61] **Matesanz A., Velazquez A. and Rodriguez M.** *Aerodynamic performance prediction of thrust-vectoring nozzles.* Journal of Propulsion and power, March-April 1998.

REFERENCES

- [62] **Orme J. S., Hathaway R. and Ferguson M. D.** *Initial flight test evaluation of the F-15 ACTIVE axisymmetric vectoring nozzle performance.* NASA/TM- July 1998 206558.
- [63] **Albion H. B. and Pahle J. W.** *Thrust vectoring on the NASA F-18 high alpha research vehicle.* NASA TM 4771, 1996.
- [64] **Mager A. and Nuys V.** *On the model of the free shock-separated turbulent boundary layer.* Journal of Aeronautical Sciences, Vol. 23, No. 2, February, 1956.
- [65] **Reijasse P., James P. and Vuillermoz P.** *Dimensionnement des tuyères de moteurs-fusée : Objectifs et contraintes.* Symposium International AAAF, Arcachon, Mars 2001.
- [66] **Gamble E. and Haid D.** *Improving off-design nozzle performance using fluidic injection.* 42nd AIAA Aerospace Sciences Meeting and Exhibit, Jan. 2004, Reno, Nevada.
- [67] **Bjorge S. T.** *Flow around an object projected from a cavity into a supersonic freestream.* Thesis. Air Force Institute of Technology, 2004.
- [68] **Kumar D., Stollery J.L. and Smith A.J.** *Hypersonic jet control effectiveness.* Journal de Shock Waves, Vol.7, No.1, Feb. 1997.
- [69] **Lengrand J. C.** *Couche limite.* Cours de l'école centrale de Paris, 2004.
- [70] CFD-FASTAN User manual, version 2003, CFD Recherche Corporation, 2003.
- [71] CFD-FASTAN Theory manual, version 2003, CFD Recherche Corporation, 2003.
- [72] CFD-FASTAN Demonstrations and validations, version 2003, CFD Recherche Corporation, 2003.

Annexe A

Fonctionnement des tuyères supersoniques

L'approche de la théorie monodimensionnelle des gaz calorifiquement parfaits permet de décrire les régimes de fonctionnement d'une tuyère convergente-divergente et de comprendre la formation d'une onde de choc à l'intérieur de celle-ci. Nous proposons d'étudier une tuyère alimentée par un réservoir de gaz compressible ayant une pression et une température données. La section du col de la tuyère est A_c et celle de la sortie est A_e . On va décrire l'écoulement au sein de la tuyère en fonction de la pression ambiante p_a . La différence entre la pression génératrice en amont P_i et la pression en aval p_a de la tuyère permet de créer un écoulement ; celui-ci est supposé isentropique tout au long de la tuyère.

A.1. Régime subsonique et régime sonique

Le premier régime d'écoulement est subsonique dans toute la tuyère (Fig. A.1). Nous abaissons progressivement la pression en aval de la tuyère, en partant d'une pression égale à celle du réservoir. Dès que la pression en sortie de la tuyère est inférieure à celle du réservoir, le gaz commence à parcourir la tuyère du réservoir vers la sortie. Le débit massique augmente progressivement jusqu'à atteindre une valeur limite quand l'écoulement au col est sonique. Cette valeur limite correspond à un nombre de Mach égal à 1 (vitesse du son au col). Le débit est alors bloqué et la pression en aval tend vers p_{asup} .

A.2. Fonctionnement d'une tuyère en régime supersonique

En diminuant la pression de sortie, le débit au col reste bloqué et l'écoulement dans le divergent de la tuyère passe en supersonique. Si l'on continue à diminuer la pression, le nombre de Mach au col reste égal à 1 et il est supérieur à 1 dans une portion de la partie divergente. A un endroit de la partie divergente (fonction de la pression de sortie), une onde de choc droite apparaît. Au-delà de ce choc l'écoulement se met à décélérer et $M < 1$.

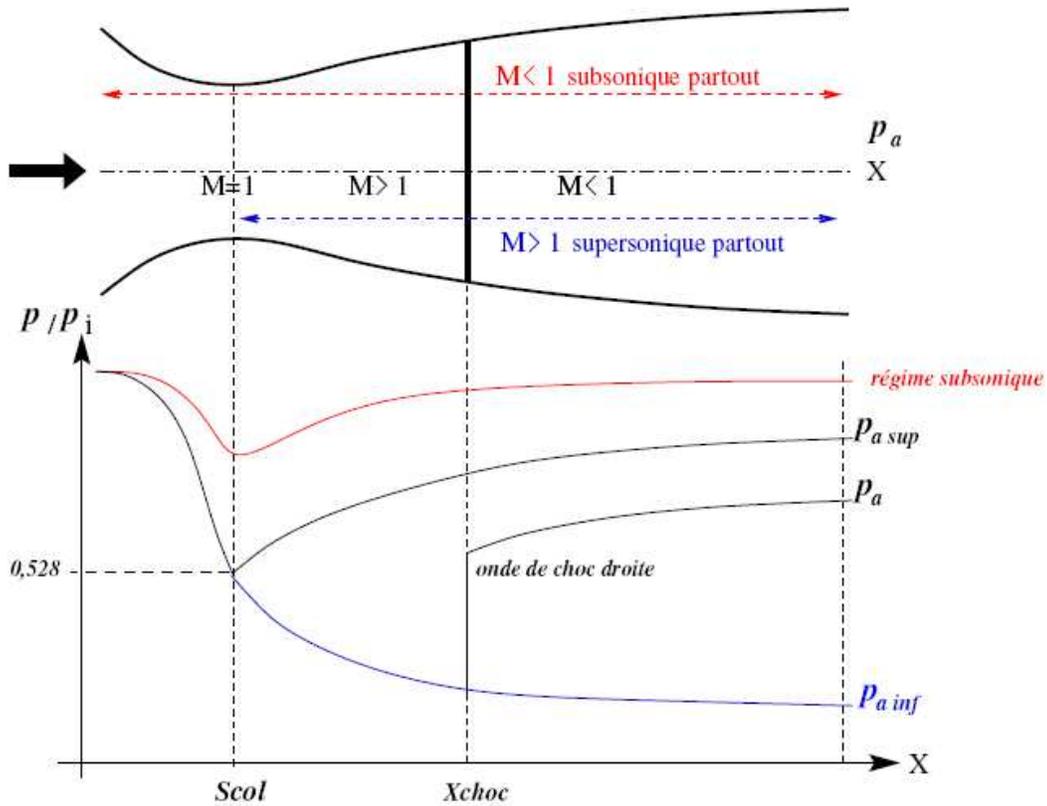


Fig. A. 1 Principes de fonctionnement d'une tuyère, Bourgoing [39]

Les effets visqueux rendent plus complexes les caractéristiques des régimes d'écoulement précités. On note p_e la pression à la lèvre de la tuyère. Suivant la valeur de la pression ambiante, plusieurs régimes de fonctionnement en supersonique sont possibles :

A.2.1 Adaptation

A l'adaptation, l'écoulement le long de la tuyère suit une distribution de pression strictement décroissante depuis la pression chambre jusqu'à la pression de sortie qui est égale à la pression ambiante (p_a tend vers $p_{a\ inf}$). Au voisinage de la lèvre E (Fig. A.2), les lignes de courant moyennes du jet quittent le divergent sans subir aucune différence de pression statique. En quittant la lèvre E la couche limite du jet entre en contact avec le fluide ambiant et l'entraîne dans son sillage, ce qui forme une couche de mélange.

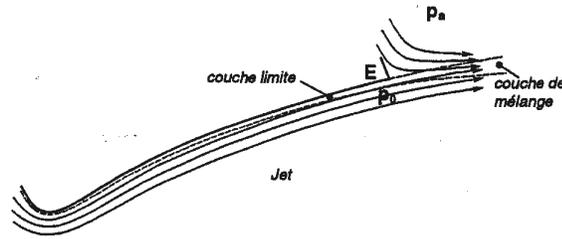


Fig. A. 2 Lignes de courant dans une tuyère à l'adaptation, Reijasse [35]

A.2.2 Régime de sous-détente

Le régime de « sous détente » est un régime hors adaptation. Pour tout fonctionnement de la tuyère à une pression ambiante inférieure à celle d'adaptation $p_{a\text{inf}}$, l'écoulement de la tuyère se détend de la pression à la sortie à la pression p_a lorsqu'il quitte la lèvre E . un faisceau d'ondes de détente centrées à la lèvre se forme permettant d'ajuster la pression de p_a à p_e (Fig. A.3).

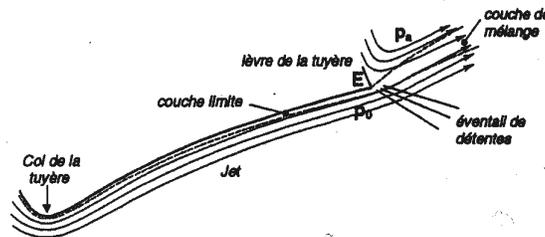


Fig. A. 3 Régime de tuyère en sous – détente, Reijasse [35]

A.2.3 Régime de sur-détente

L'autre régime hors adaptation est le régime dit de « sur détente » lorsque la détente des gaz dans la tuyère continue jusqu'à une pression statique p_0 inférieure à la pression ambiante. En sur détente les gaz de la tuyère subissent un rapport de détente supérieure à celui de l'adaptation. La pression statique externe p_a est supérieure à la pression statique interne p_0 résultant de la détente des gaz propulsifs dans la tuyère. Une contre pression s'exerce sur la couche limite du jet et un choc d'intensité p_1/p_0 voisin de p_a/p_0 se forme dans le divergent de la tuyère.

Sur - détente avec décollement naissant

Lorsque l'intensité p_1/p_0 d'un gradient de pression adverse n'atteint pas la valeur critique au-delà de laquelle il y a décollement de la couche limite, le choc se forme à la lèvre de la tuyère (Fig. A.4) mais ne pénètre pas à l'intérieur de celle-ci. Il n'y a pas de point de décollement S situé en amont de la lèvre car la couche limite décolle de la tuyère au niveau de la lèvre.

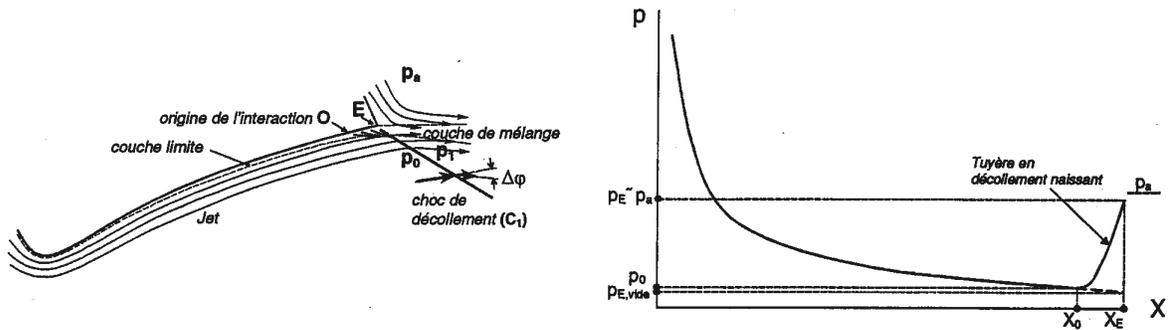


Fig. A. 4 Lignes de courant et profil de pression du décollement naissant

Toutefois la sous-couche subsonique de la couche limite ressent la contre-pression en aval à partir de l'origine O de l'interaction située en amont de la lèvre. Sur la distance d'interaction OE la pression pariétale, évaluée depuis la pression statique p_0 non perturbée jusqu'à la pression $p_1=p_a$ immédiatement en aval du choc est toujours sensiblement inférieure à la pression ambiante. Ce régime de sur-détente dans lequel la tuyère ne subit qu'une amorce de décollement est qualifié de sur détente avec décollement naissant.

Sur – détente avec décollement étendu

Au-delà d'une certaine valeur critique d'intensité de compression, le choc d'intensité fait décoller la couche limite de la paroi sur laquelle elle s'était développée bien en amont de la lèvre, (Fig.A.5). Le décollement ainsi créé se produit dans la région d'un point S situé à l'intérieur de la tuyère et entraîne une profonde modification de l'écoulement de la couche limite initiale. Au niveau du point de décollement S , il se produit une compression rapide de l'écoulement interne à la tuyère. Le choc de décollement $C1$ fait dévier l'écoulement d'un angle $\Delta\varphi$.

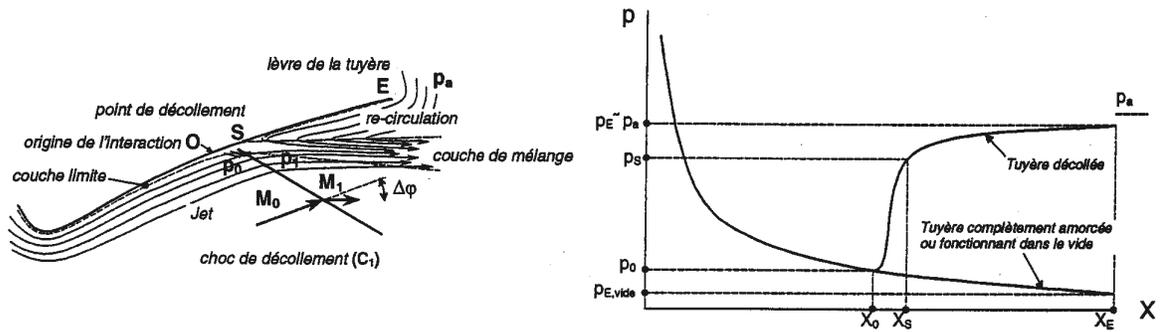


Fig. A. 5 Lignes de courant et profil de pression du décollement étendu

Ce phénomène est très complexe et constitue un des éléments principaux de notre modélisation de l'injection secondaire.

Annexe B

Réalisation mécanique de la vectorisation

La vectorisation de la poussée dans les avions de combat est actuellement réalisée mécaniquement avec des ailerons mobiles qui dirigent l'écoulement sortant de la tuyère, *F-15 SMTD*, *F-18 HARV* et *F-22* sont des exemples d'avions de combat qui utilisent la vectorisation mécanique de la poussée Hunter [16]. Cette annexe présente les principales caractéristiques obtenues pour un tel type de vectorisation. Elle est inspirée de l'excellent résumé présenté par Mangin [11].

Les missiles furent les premiers à utiliser la vectorisation de poussée pour augmenter la manoeuvrabilité. Les exemples les plus connus de missiles vectorisés sont : le *V2* allemand (début des années 40), le missile sol-air *S-300P (SA-10)* et le missile balistique nucléaire *UGM-27 Polaris*.

De nombreux programmes américains lancés dans les années 90 ont porté sur la vectorisation mécanique de tuyères d'avion de combat. Un classement de ces projets est fourni dans le tableau B.1.

Type	Nombre de moteurs	Système de vectorisation	Axes de contrôle
X – 31 A	1	externe	PY
YF – 22	2	interne	P
F/ A – 18H ARV	2	externe	PYR
F – 16M ATV	1	interne	PY
F – 15S/ MT D	2	interne	P
F – 15 ACTIVE	2	interne	PYR

Tableau B.1 Classification des avions vectorisés, P : pitch (tangage), Y : yaw (lacet), R : roll (roulis)

La phase 2 du projet *F-18 High Angle of Attack Research Vehicle (HARV)* a consisté en des essais en vol de 1991 à 1994 (193 vols) sur la vectorisation à la fois en tangage et en

lacet à haute incidence, Mason [57]. Trois volets dévient le jet propulsif à la sortie de chacune des deux tuyères (Fig. B.1). La manoeuvrabilité a été maintenue en vol stabilisé jusqu'à des angles d'incidence de 70° (le maximum était alors de 55° sans système de vectorisation) et à fort taux de roulis jusqu'à des angles d'incidence de 65° (le maximum était alors de 35° sans système de vectorisation). Néanmoins le système de vectorisation a ajouté 1100 kg au poids total du moteur (8300 kg à vide) sans compter les systèmes de sécurité ajoutés.



Fig. B. 1 Exemple de l'avion vectorisée F-18 HARV

Le projet de la NASA *F-16* Multi-Axis Thrust Vectoring (*MATV*) fini en 1994 a permis de vectoriser la tuyère General Electric *AVEN* à la fois en tangage et en lacet avec des angles de vectorisation dépassant les 17° et un taux de $45^\circ/s$.

Le NASA Dryden *F-15* ACTIVE est un *F-15 Eagle* modifié prêté par l'US Air Force à la NASA pour effectuer des essais en vol de 1993 à 1999. Sa tuyère vectorisée Pratt & Whitney *P/YBBN* (Fig B.2) permet des déviations de poussée de 20° en tangage et en lacet à des taux compris entre 60 et $120\text{ }^\circ/s$. L'angle δm est l'angle géométrique de la tuyère et δp est l'angle de vectorisation. L'efficacité de la vectorisation est le rapport $\delta p/\delta m$. Il est conclut que :

- l'efficacité de vectorisation dépend fortement du régime moteur et de l'angle géométrique.

- les résultats de simulations numériques et des essais en soufflerie sont en accord mais ne corréent pas correctement avec les données d'essais en vol.
- lors des essais en vol, l'angle de vectorisation est inférieur à l'angle géométrique contrairement aux essais en soufflerie.
- l'efficacité de vectorisation est proportionnelle à l'angle géométrique et inversement proportionnel au régime moteur.
- l'efficacité maximale asymptotique est inversement proportionnelle au régime moteur.

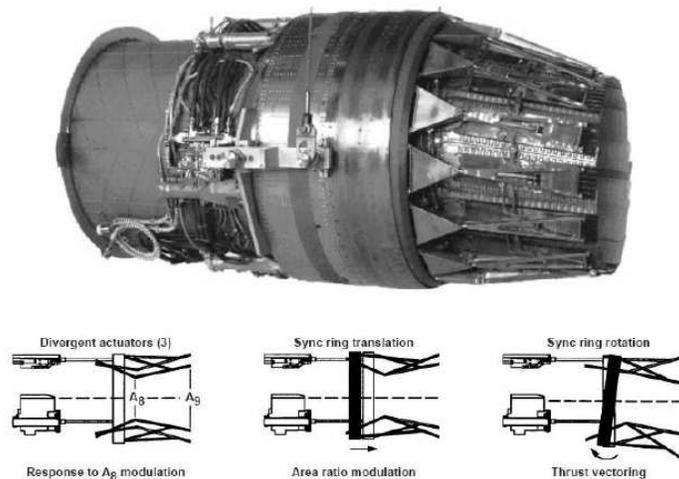


Fig. B.2 La tuyère orientable PABBAN

Les russes ont également la maîtrise de la vectorisation mécanique avec notamment le Sukhoi *Su-30* à canards et tuyères orientables. Une déviation de $\pm 15^\circ$ peut être obtenue en tangage et en lacet. Le Sukhoi *Su-47* permet des déviations de la poussée de $\pm 20^\circ$ à un taux de 30° par seconde.

Annexe C

Critères de décollement supersonique

L'évaluation de la position de décollement est importante dans notre étude théorique, plusieurs expériences ont été réalisées afin de déterminer le critère de décollement permettant de trouver cette position. Des critères décrivent souvent le saut de pression jusqu'à la pression plateau en fonction des conditions de l'origine du décollement p_p/p_0 , mais il y a aussi des critères qui fournissent le nombre de Mach après le choc oblique M_1/M_0 . On résume ici les critères les plus répandus qui existent dans la littérature.

Critère de Summerfield

Il est tiré d'essais effectués dans une tuyère sur détendue dans une gamme de rapports de détente de 15 à 20

$$\frac{p_0}{p_p} = 0.4$$

Critère de Zukoski

Les expériences de Zukoski ont été réalisées sur des écoulement bidimensionnels plans pour un domaine de nombre de Mach supérieur à 2

$$\frac{p_p}{p_0} = \left(1 + \frac{M_0}{2} \right)$$

Critère de Chapman

Il représente la valeur de la pression plateau dans la théorie de l'interaction libre où la fonction universelle vaut 6 dans ce cas

$$\frac{p_p}{p_0} = \left(1 + 6 \frac{\gamma M_0^2}{2} \sqrt{2C_{f0}} \beta_0^{-0.5} \right)$$

Critère de Schmucker

Il décrit le décollement dans les moteurs fusés à propergols liquides

$$\frac{P_p}{p_0} = (1.88M_0 - 1)^{0.64}$$

Critère de Reshotko et Trucker

$$\frac{M_1}{M_0} = 0.762$$

Critère de Campbell et Farley

Il est tiré à partir des expériences de décollement dans des tuyères coniques avec des demi angles de 15° , 25° et 29° .

$$\frac{M_1}{M_0} = 0.76$$

Critère de Green

Il est conçu à l'issue des essais de tuyères conique pour des gaz à $\gamma=1.4$

$$\frac{M_1}{M_0} = 0.78$$

Critère de Lawrence et Weynand

Il est basé sur des expériences des tuyères bidimensionnelles et de révolution, galbées ou coniques

$$\frac{M_1}{M_0} = 0.8$$

Critère de Bloomer, Antl et Renas

Ils utilisaient pour concevoir ce critère des tuyères coniques de grand demi-angle

$$\frac{M_1}{M_0} = 0.85$$

Critère de Schilling

Pour de tuyères coniques avec un demi-angle de 20° et $\gamma=1.2$

$$\frac{p_0}{p_p} = 0.582 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)^{-0.1197 \frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Critère de Kalt et Bendall

Il est conçu pour des tuyères coniques utilisant l'air froid et des propergols liquides ou solides

$$\frac{p_0}{p_p} = 0.714 \left(1 + \frac{\gamma-1}{2} M_0^2 \right)^{-0.1667 \frac{\gamma}{\gamma-1}}$$

Annexe D

Calcul de la couche limite turbulente

D.1 Définition

La couche limite est un phénomène que l'on observe le long des parois d'obstacles soumises à un écoulement. Ce phénomène est dû au fait que la vitesse du fluide au contact de la paroi est nulle. La couche limite est la zone dans laquelle le fluide a une vitesse inférieure à V_0 vitesse d'écoulement du fluide (vitesse à l'infini). Cette couche limite va donc restreindre la zone réellement utilisable pour l'expérience.

On a vu que l'interaction entre l'onde de choc et la couche limite donne naissance à un large décollement dans la tuyère. Dans le calcul de la couche limite, il y a des fonctions caractéristiques qui sont appelées les épaisseurs, ce sont les suivantes :

- Épaisseur dynamique δ :

L'épaisseur dynamique δ est définie comme étant la distance à partir de la surface telle que $V_e = 0.99 V_0$, cette définition s'applique surtout dans le cas d'une plaque plane en écoulement incompressible.

- Épaisseur de déplacement δ_1 :

Cette définition de l'épaisseur de déplacement, consiste à remplacer la couche limite par une paroi fictive placée à une distance δ_1 de la paroi.

- Épaisseur de la quantité de mouvement δ_2 :

Cette conception est semblable à celle de l'épaisseur de déplacement. Elle montre la quantité de mouvement déficitaire et c'est une mesure du frottement total sur la plaque.

D.2 Propriétés de la couche limite

Dans le cas des tuyères, la couche limite va diminuer le diamètre utile de sortie. Une fois calculée l'épaisseur de la couche limite le long de la face interne de la tuyère, on peut la retrancher du diamètre de sortie de la tuyère, on peut aussi définir le diamètre efficace de la tuyère. Les propriétés de la couche limite en amont du décollement ont été calculées à l'aide des relations de Michel. La méthode de Michel repose sur des relations de fermeture déduites de l'étude des couches limites à l'équilibre.

On définit le facteur thermique pariétal par la relation suivante :

$$r = \frac{T_f - T_e}{T_{ie} - T_e}$$

les indices ie , e et f correspondent respectivement aux conditions d'arrêt de l'écoulement extérieur, champs extérieur de la couche limite et grandeur du frottement. Avec $r = 0.85$ en écoulement laminaire ou $r = 0.9$ en écoulement turbulent. C'est précisément la mesure de la température d'équilibre d'une paroi plane en écoulement turbulent T_f qui a permis de déterminer le facteur thermique de frottement, et donc d'avoir une estimation du nombre de Prandtl mixte P_{rm} . Pour l'air, on trouve $P_{rm}=0.9$. Certains auteurs relient r au nombre de Prandtl laminaire par $r = P_r^{1/3}$.

Pour une paroi donnée, T_f est calculée avec l'équation :

$$\frac{T_f}{T_e} - 1 = r \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2$$

l'épaisseur de déplacement δ_1 et l'épaisseur de couche limite δ peuvent être calculées avec les équations :

$$\frac{\delta}{\delta_2} = H - 2.591 + 9.15$$

$$\frac{\delta}{\delta_1} = 1 - \frac{5}{2} \cdot \frac{2.591}{H}$$

La facteur de forme H est défini comme le rapport entre l'épaisseur de déplacement δ_1 et l'épaisseur de la quantité de mouvement δ_2 :

$$H = \frac{\delta_1}{\delta_2}$$

$$H = H_i + \alpha M_e^2 + \beta \frac{h_p - h_f}{h_e}$$

L'indice i ici représente les valeurs de l'incompressible. H_i et β sont des valeurs qui ne dépendent pas de la nature du gaz, avec $H_i = 2.591$; $\alpha = 0.667$; $\beta = 2.9$ en laminaire et $H_i = 1.4$; $\alpha = 0.4$; $\beta = 1.22$ en turbulent.

L'épaisseur de quantité de mouvement est calculée avec l'équation suivante :

$$\text{En laminaire : } \delta_2 = \frac{0.664 \cdot f}{\text{Re}_x^{1/2}} x$$

$$\text{En turbulent : } \delta_2 = \frac{0.0221 \cdot f}{\text{Re}_x^{1/6}} x$$

$$\text{Re}_x \text{ est le nombre de Reynolds défini comme: } \text{Re}_x = \frac{\rho_e U_e x}{\mu_e},$$

μ est la viscosité dynamique.

f prend en compte la compressibilité de l'écoulement, est donné par les équations :

$$\text{En laminaire : } f = \left(\frac{\rho_r \mu_r}{\rho_e \mu_e} \right)^{1/2}$$

$$\text{En turbulent : } f = \left(\frac{\rho_r}{\rho_e} \right)^{5/6} \left(\frac{\mu_r}{\mu_e} \right)^{1/6}$$

où l'indice r représente les grandeurs de référence.

ρ_r et μ_r sont déterminées à partir de la température de référence T_r donnée par la relation :

$$\frac{T_r}{T_e} = 1 + 0.54 \left(\frac{T_p}{T_e} - 1 \right) + 0.16 \cdot r \cdot \frac{\gamma - 1}{2} M_e^2$$

Pour calculer le coefficient de frottement pariétal, on utilise les relations suivantes :

$$\text{En laminaire : } C_f = \frac{0.664 f}{\text{Re}_x^{1/2}}$$

$$\text{En turbulent : } C_f = \frac{0.0368 f}{\text{Re}_x^{1/6}}$$

Ou bien sous la forme suivante en turbulent :

$$\frac{C_f}{2} = \frac{k_2 g}{\text{Re}_{\delta_2}^{m_0}} \quad \text{avec} \quad m_0 = 1/5$$
$$k_2 = 0.0086$$
$$g = f^{6/5} = \frac{T_e}{T_r} \left(\frac{\mu_r}{\mu_e} \right)^{1/5}$$

On détermine la température de référence T_r par la formule de Monaghan :

$$T_r = T_e + 0.54(T_p - T_e) + 0.16(T_f - T_e)$$

Epaisseur de quantité de mouvement :

$$\frac{\delta_2}{x} (m_0 + 1) \frac{C_f}{2}, \quad \text{soit} \quad \frac{\delta_2}{x} = \frac{6 C_f}{5 \cdot 2}$$

D.3 Méthode intégrale de Michel :

La méthode de Michel est une méthode semi-empirique, elle permet d'évaluer les quantités intégrales et le coefficient de frottement d'une couche limite compressible avec gradient de pression modéré. Elle s'appuie sur les résultats de la plaque plane, une intégration de l'équation de quantité de mouvement et une correction compressible, pour plus de détail voir les cours de Couche limite de Lengrand [69].

De manière générale, elle fournit des meilleurs résultats que les autres méthodes. Cependant cette méthode a tendance à estimer le décollement de la couche limite pour des valeurs de facteur de forme H (Epaisseur de déplacement δ_1 / Epaisseur de la quantité de mouvement δ_2) beaucoup plus faibles que celles trouvées expérimentalement.

Pour calculer la couche limite sur un obstacle de forme quelconque, on suppose connus : la forme de l'obstacle, la répartition de température à la paroi $T_p(x)$ et l'écoulement extérieur (indice e). On se place dans le cas compressible (laminaire ou turbulent), le cas incompressible, qui n'en est qu'un cas particulier, se traite par la même façon.

Le principe de la méthode intégrale consiste à intégrer l'équation globale de quantité de mouvement pour l'obstacle considéré, en admettant que, localement, le coefficient de frottement est relié à l'épaisseur δ_2 par la même relation que pour la plaque plane, on utilisera

cette méthode (qui respecte la conservation de la qualité de mouvement mais pas celle de l'énergie) pour les cas où le problème dynamique est essentiel et le problème thermique secondaire. Les obstacles considérés ici pourront être, soit des obstacles bidimensionnels plans, soit des corps de révolution.

L'équation de conservation de la qualité de mouvement (équation globale de Von-Karman) sous sa forme complète :

$$\frac{C_f}{2} = \frac{d\delta_2}{dx} + \delta_2 \left[\frac{H+2}{u_e} \frac{du_e}{dx} + \frac{1}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{dx} + \frac{1}{R} \frac{dR}{dx} \right]$$

où R est le rayon transversal du corps de révolution ($R=1$ en écoulement plan).

On cherche à intégrer en δ_2 . Il faut donc éliminer H et $\frac{C_f}{2}$. Ce sont ces grandeurs que l'on exprime par les relations locales de la plaque plane.

$$\frac{C_f}{2} = \frac{k_2 g}{\text{Re}_{\delta_2}^{m_0}} \text{ et } H = H_i + \alpha M_e^2 + \beta \frac{h_p - h_f}{h_e}$$

En reportant $\frac{C_f}{2}$ dans l'équation de Karman, et en multipliant par $(m_0 + 1)\delta_2^{m_0}$, on trouve :

$$(m_0 + 1) \frac{kg}{\left(\frac{\delta_e u_e}{\mu_e} \right)^{m_0}} = (m_0 + 1) \delta_2^{m_0} \frac{d\delta_2}{dx} + \delta_2^{m_0+1} \left[\frac{H+2}{u_e} \frac{du_e}{dx} + \frac{1}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{dx} + \frac{1}{R} \frac{dR}{dx} \right] (m_0 + 1)$$

on pose : $Y = \delta_2^{m_0+1}$ et $P(x) = \left[\frac{H+2}{u_e} \frac{du_e}{dx} + \frac{1}{\rho_e} \frac{d\rho_e}{dx} + \frac{1}{R} \frac{dR}{dx} \right] (m_0 + 1)$;

$Q(x) = (m_0 + 1) \frac{kg}{\left(\frac{\delta_e u_e}{\mu_e} \right)^{m_0}}$, et l'équation devient $\frac{dY}{dx} + P(x)Y = Q(x)$, qui s'intègre en :

$$Y e^{\int_{x_1}^x P(t) dt} = Y(x_1) + \int_{x_1}^x e^{\int_{x_1}^t P(t) dt} Q(x_2) dx_2$$

t et x_2 sont les variables muettes d'intégration qui représentent l'abscisse curviligne le long de la paroi. On désigne par x_1 l'abscisse de départ de l'intégration. Le problème est résolu puisque $P(x)$ et $Q(x)$ sont connus à partir des données du problème.

L'intégration va donner l'évolution de δ_2 . On en déduit le C_f local, puis, par intégration, la force de frottement globale. Connaissant δ_2 et H à chaque point, on calculera l'écoulement extérieur autour d'un obstacle épaissi de δ_j .

On remplace H par son expression

$$P(x)dx = \left[(H_i + 2) \frac{du_e}{u_e} + \alpha M_e^2 \frac{du_e}{u_e} + \beta \frac{T_p - T_f}{T_e} \frac{du_e}{u_e} + \frac{d\rho_e}{\rho_e} + \frac{dR}{R} \right] (m_0 + 1)$$

On regroupe le terme contenant M_e avec $\frac{d\rho_e}{\rho_e}$. En effet, dans l'écoulement extérieur, supposé isentropique (sinon, il faudrait faire des calculs successifs sur chaque intervalle où l'écoulement extérieur est isentropique), on a :

$$dp_e = -\rho_e u_e du_e \text{ (équation de la dynamique) et}$$

$$\frac{dp_e}{\rho_e} = a_e^2 \text{ (Vitesse du son)}^2$$

D'où :

$$P(x)dx = \left[(H_i + 2) \frac{du_e}{u_e} + (1 - \alpha) \frac{d\rho_e}{\rho_e} + \beta \frac{T_p - T_f}{T_e} \frac{du_e}{u_e} + \frac{dR}{R} \right] (m_0 + 1)$$

et :

$$\int_{x_1}^{x_2} P(x)dx = \text{Log} \left[\frac{u_e^{(H_i+2)(m_0+1)} \rho_e^{(1-\alpha)(m_0+1)} R_e^{(m_0+1)}}{u_e^{(H_i+2)(m_0+1)} \rho_e^{(1-\alpha)(m_0+1)} R_e^{(m_0+1)}} \right]_{x_1}^{x_2} + \beta (m_0 + 1) \int_{x_1}^{x_2} \frac{T_p - T_f}{T_e} \frac{du_e}{u_e}$$

on pose :

$$F(x) = u_e^{(H_i+2)(m_0+1)} \rho_e^{(1-\alpha)(m_0+1)}$$

$$\text{et } E(x) = \exp \left[\beta (m_0 + 1) \int_{x_1}^{x_2} \frac{T_p - T_f}{T_e} \frac{du_e}{u_e} \right]$$

La solution s'écrit :

$$\left(FE(\delta_2 R)^{m_0+1} \right)_{en x} = \left(FE(\delta_2 R)^{m_0+1} \right)_{en x_1} + k(m_0 + 1) \int_{x_1}^x \frac{g.F.E.R^{m_0+1}}{\left(\frac{\rho_e u_e}{\mu_e} \right)^{m_0}} dt$$

On peut donc calculer δ_2 en tout point, à conditions de le connaître en une abscisse x_1 .
 Pour un obstacle effilé, on part du bord d'attaque où la couche limite n'existe pas encore :
 $\delta_2=0$ en $x_2=0$.

Pour calculer la couche limite dans le divergent d'une tuyère supersonique, on peut partir du col $x_1=0$ et admettre que la couche limite y est très mince $\delta_2=0$, ce qui évidemment ne donne pas de résultats valables au voisinage du col, mais donne souvent des résultats corrects quand on s'en éloigne.

Dans d'autre cas, c'est un calcul préliminaire qui donnera les conditions de départ de l'intégration. La méthode est applicable aussi en laminaire qu'en turbulent, en prenant les valeurs adéquates de k , m_0 et H_i :

- Laminaire $k=0.226$ $m_0=1$ $H_i=2.59$
- turbulent $k=0.00086$ $m_0=1/5$ $H_i=1.4$

et les expressions correctes de g .